

Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển

Tổ: Toán – Tin

GV: Huỳnh Văn Toàn

Dạy lớp: 11.1 – 11.13

TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 15: GIỚI HẠN DÃY SỐ

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

Tiết PPCT: 40 41

A. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số, một vài giới hạn đặc biệt, giới hạn của tổng, hiệu, tích, thương.
- Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.
- Giới hạn tại vô cực.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua việc giải thích giới hạn dãy số
- Rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề thông qua việc vận dụng giới hạn dãy số mô tả/ giải thích các quá trình gần với thực tiễn
- Năng lực tự học: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Năng lực giải quyết vấn đề: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- Năng lực tự quản lý: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- Năng lực giao tiếp: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- Năng lực hợp tác: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- Năng lực sử dụng ngôn ngữ: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

B. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về dãy số, dãy số bị chặn.
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập C

C. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

Tiết 1

1. HOẠT ĐỘNG 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn”

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết
H1- Hình sau nói về một nghịch lý có tên là nghịch lý đường tròn. Nghịch lý này: Xét một đường tròn và một đa giác đều nội tiếp đường tròn ấy (Hình dưới).

Bạn có nhận xét gì về đa giác n cạnh ấy nếu như số cạnh cứ không ngừng tăng lên, tăng mãi mãi đến vô tận?

c) **Sản phẩm:**

Câu trả lời của HS

Khi n không ngừng tăng lên thì đa giác sẽ càng ngày càng trở thành hình tròn mà nó nội tiếp. Điều này cũng không quá khó để tưởng tượng. Khi ấy ta nói giới hạn của đa giác khi n tiến tới vô tận sẽ là đường tròn.

d) **Tổ chức thực hiện:**

*) **Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi

*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi hs, trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

Nêu tình huống có vấn đề liên quan đến bài học

Đặt vấn đề: Làm thế nào để tính giới hạn của các dãy số sau:

$$a, u_n = \frac{1}{n^3} \quad b, u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \quad c, u_n = \frac{3n+1}{2n-3} \quad d, u_n = n^3 + 3n$$

2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

I. Giới hạn hữu hạn của dãy số

a) **Mục tiêu:** Phát biểu và giải thích được các định nghĩa về giới hạn hữu hạn của dãy số. Viết và đọc được các kí hiệu về giới hạn hữu hạn của dãy số, nêu được các giới hạn hữu hạn đặc biệt của dãy số, sử dụng định nghĩa chứng minh được dãy số có giới hạn hữu hạn, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

b) **Nội dung:**

HD 1. NHẬN BIẾT DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN LÀ 0

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là 0** khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ hay $u_n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 1. Xét dãy số $u_n = \frac{1}{n^2}$. Giải thích vì sao dãy số này có giới hạn là 0.

Giải

Dãy số có giới hạn là 0, bởi vì $|u_n| = \frac{1}{n^2}$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi n đủ lớn.

Chẳng hạn, để $|u_n| < 0,0001$ tức $\frac{1}{n^2} < 10^{-4}$ ta cần $n^2 > 10000 \Leftrightarrow n > 100$. Như vậy, các số hạng của dãy kể từ số hạng thứ 101 đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 0,0001.

Chú ý. Từ định nghĩa dãy số có giới hạn 0, ta có các kết quả sau:

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \forall |q| < 1.$$

$$\cdot \text{Nếu } |u_n| \leq v_n \forall n \geq 1 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

Luyện tập 1. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} = 0$.

HD 2. Nhận biết dãy số có giới hạn hữu hạn

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là số thực a** khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 2: Xét dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.

Giải :

$$\text{Ta có } u_n - 2 = \frac{2n+1}{n} - 2 = \frac{(2n+1) - 2n}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty.$$

$$\text{Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2.$$

Nhận xét: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

Luyện tập 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 1}{2^n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

Vận dụng 1. Một quả bóng cao su được thả từ độ cao $5m$ xuống một mặt sàn. Sau mỗi lần chạm sàn, quả bóng nảy lên độ cao bằng $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Giả sử rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này tiếp diễn vô hạn lần. Giả sử u_n là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng sau lần nảy lên thứ n . Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn là 0.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

HDTP1.

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi Luyện tập 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
Báo cáo thảo luận	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung

	định nghĩa ;hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và VD 1.
--	---

HDTP2

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2 yêu cầu học sinh hoạt động cặp đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định nghĩa 2 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa 2;hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 3
-------------------------------------	---

HDTP3

Chuyển giao	Nêu câu hỏi vận dụng 1, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt

II. ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

Hoạt động 3. Hình thành quy tắc tính giới hạn.

a) Mục tiêu: Phát biểu và giải thích được định lý về giới hạn hữu hạn của dãy số. Áp dụng định lý tính được giới hạn hữu hạn của dãy số, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

b) Nội dung:

CH 1: Dãy số có giới hạn đặc biệt, dùng MTCT tính số hạng thứ 10;100,1000 và dự đoán giới hạn của các dãy số.

Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2 + \frac{1}{n}; v_n = 3 - \frac{2}{n}$.

Tính và so sánh: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây:

a) Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

Ví dụ 3. (Bài tập 1a) Tìm có: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1}$.

Giải.

Áp dụng các quy tắc tính giới hạn, ta được:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{2}.$$

Nhận xét: Để tính giới hạn của dãy số dạng phân thức, ta chia cả tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của n , rồi áp dụng các quy tắc tính giới hạn.

Luyện tập 3(Bài tập 1b). Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1}}{n + 1}$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện**

HĐTP1.

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
Báo cáo thảo luận	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa ;hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và 3.

HĐTP2

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2,3 yêu cầu học sinh hoạt động cặp đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định lý ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định lý; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi luyện tập 3
-------------------------------------	--

HĐTP3

Chuyển giao	Nêu câu hỏi luyện tập 3, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt
-------------------------------------	--

Tiết 2:

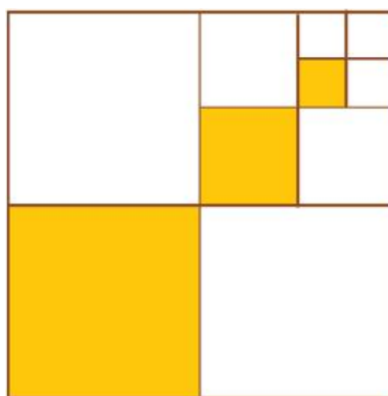
III. TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Hoạt động 4. Làm quen với việc tính tổng vô hạn.

a) Mục tiêu: Nhận ra được cấp số nhân lùi vô hạn, nhớ được công thức tính tổng các số hạng của cấp số nhân lùi vô hạn, áp dụng tính được tổng cụ thể.

b) Nội dung:

Cho hình vuông cạnh 1 (đơn vị độ dài). Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái (H.5.2). Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu.



a) Tính tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

b) Tìm $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q . Khi đó $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$.

Vì $|q| < 1$ nên $q^n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$. Do đó, ta có:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{u_1}{1 - q} - \left(\frac{u_1}{1 - q} \right) q^n \right] = \frac{u_1}{1 - q}.$$

Giới hạn này được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) , và kí hiệu là $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$

Như vậy $S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$.

Ví dụ 4. Tính tổng $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1} + \dots$

Giải.

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$ và $q = -\frac{1}{2}$.

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$$

Do đó

Ví dụ 5. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,222\dots$ dưới dạng phân số.

Giải.

Ta có $2,222\dots = 2 + 0,2 + 0,02 + 0,002 + \dots = 2 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + \dots$

$$2,222\dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{1-\frac{1}{10}} = \frac{20}{9}$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 2, q = 10^{-1}$.

c) Sản phẩm : Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở
Báo cáo thảo luận	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu khái niệm cấp số nhân lùi và hướng dẫn tính tổng. Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

IV. Giới hạn vô cực

Hoạt động 5

a) Mục tiêu: Phát biểu được định nghĩa giới hạn vô cực của dãy số, nhớ được một vài giới hạn đặc biệt và quy tắc tính giới hạn vô cực. Rèn kỹ năng tính toán, tư duy logic, thái độ hợp tác, năng lực sử dụng thuật ngữ về giới hạn, năng lực giao tiếp.

b) Nội dung

+ Định nghĩa:

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kỳ, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

+ Theo định nghĩa trên, ta có:

+) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$, với k là số nguyên dương;

+) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$, với $q > 1$.

Liên quan đến giới hạn vô cực của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

• Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ (hoặc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Ví dụ. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n)$.

Lời giải

Ta có $n^2 - 2n = n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$. Hơn nữa $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 1$.

Do đó, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n) = +\infty$.

Luyện tập 5. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n})$.

c, Sản phẩm: Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện
HĐTP1.

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Thảo luận cặp đôi, hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở

Báo cáo thảo luận	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu định nghĩa về giới hạn vô cực. Cho học sinh đọc Định nghĩa SGK, giải thích thuật ngữ, cách ghi kí hiệu. . Để tính giới hạn vô cực ta thừa nhận một số giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (SGK)

HĐTP2.

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung ví dụ, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút, gợi ý, biến đổi công thức của dãy số về dạng thuận lợi cho việc dùng các giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (Chú ý định lý chỉ áp dụng được khi một dãy có giới hạn hữu hạn, dãy còn lại có giới hạn vô cực) HS: Nhóm 1,2 thực hiện nội dung a1,b1 ; nhóm 3,4 thực hiện nội dung a2.b2, trình bày câu trả lời ra bảng phụ
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm 2,4 lên bảng trình bày kết quả, nhóm 1,3 kiểm tra chéo kết quả của nhóm 2,4
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm , chú ý những biến đổi thường dùng để đưa các dãy số về dạng có thể áp dụng được định lý Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

V. Hoạt động 6: LUYỆN TẬP(Giải BT SGK -109)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về giới hạn dãy số và kiến thức về dãy số làm được các bài tập liên quan.

b) Nội dung:

Phiếu học tập

5.2. Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$.

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

a) $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$ b) $v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n$.

5.4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

a) $1,(12) = 1,121212\dots$; b) $3,(102) = 3,102102102\dots$

5.5. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cun trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

c) Sản phẩm: học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

Hướng dẫn giải

Bài 5.2 Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$.

Giải:

$$a, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n} = \frac{\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \right)^2}{\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n} = \frac{2^2}{3-2} = 4;$$

$$b, \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 2v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2 + 2.3 = 8 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n - 2v_n} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Bài 5.3

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

a) $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$

b) $v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n.$

Giải:

$$a, \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n}} = \dots = +\infty$$

$$b, \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2n^2 + 1} - n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{2n^2 + 1} - n)(\sqrt{2n^2 + 1} + n)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2 + 1)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{\sqrt{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^4}} + \frac{1}{n}} = +\infty$$

Bài 5.4 : Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

a) $1,(12) = 1,121212\dots;$

b) $3,(102) = 3,102102102\dots$

Lời giải:

a) Ta có: $1,(12) = 1,121212\dots = 1 + 0,12 + 0,0012 + 0,000012 + \dots$

$$= 1 + 12 \cdot 10^{-2} + 12 \cdot 10^{-4} + 12 \cdot 10^{-6} + \dots$$

$$= 1 + 12 \cdot (10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots)$$

Do $10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 10^{-2}$ và $q = 10^{-2}$ nên

$$10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + \dots = 10^{-2} \cdot \frac{1}{1 - 10^{-2}} = \frac{10^{-2}}{0,99} = \frac{1}{99}.$$

$$\text{Vậy } 1,(12) = 1 + 12 \cdot \frac{1}{99} = \frac{99}{99} + \frac{12}{99} = \frac{111}{99} = \frac{37}{33}.$$

b) Ta có: $3,(102) = 3,102102102... = 3 + 0,102 + 0,000102 + 0,000000102 + ...$

$$= 3 + 102 \cdot 10^{-3} + 102 \cdot 10^{-6} + 102 \cdot 10^{-9} + ...$$

$$= 3 + 102 \cdot (10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ...)$$

Do $10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 10^{-3}$ và $q = 10^{-3}$ nên

$$10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ... = 10^{-3} \cdot \frac{1}{1 - 10^{-3}} = \frac{10^{-3}}{0,999} = \frac{1}{999}.$$

$$\text{Vậy } 3,(102) = 3 + 102 \cdot \frac{1}{999} = 3 + \frac{102}{999} = \frac{3000 + 102}{999} = \frac{3102}{999} = \frac{1034}{333}.$$

Bài 5.5 : Một bệnh nhân hằng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Lời giải:

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày đầu tiên là 150 mg.

Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%.

Do đó, lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ hai là

$$150 + 150 \cdot 5\% = 150(1 + 0,05).$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ ba là

$$150 + 150(1 + 0,05) \cdot 5\% = 150 + 150(0,05 + 0,05^2) = 150(1 + 0,05 + 0,05^2)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ tư là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ năm là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4)$$

$$= 157,8946875 \text{ (mg)}.$$

Cứ tiếp tục như vậy, ta ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài là

$$S = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + ...)$$

Lại có $1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + ...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 0,05$.

Do đó, $1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots = u/(1-q) = 1/(1-0,05) = 20/19$

Suy ra $S = 150 \cdot (20/19) = 400/361$.

Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển

Tổ: Toán – Tin

GV: Huỳnh Văn Toàn

Dạy lớp: 11.1 – 11.13

TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 16: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

Tiết PPCT: 42 43

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm và tại vô cực.
- Nhận biết khái niệm giới hạn một bên.
- Nhận biết khái niệm vô cực.
- Nắm được một vài giới hạn đặc biệt và các quy tắc về giới hạn vô cực.
- Học sinh biết cách tính giới hạn hàm số tại một điểm, tính giới hạn hàm số tại vô cực
- Học sinh phân biệt được các dạng vô định của giới hạn hàm số.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Thông qua việc tính giới hạn của hàm số qua giới hạn của dãy số.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Thông qua việc viết công thức hàm số mô tả mối liên quan giữa các đại lượng hình học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Thông qua các bài toán liên quan đến giới hạn của hàm số
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

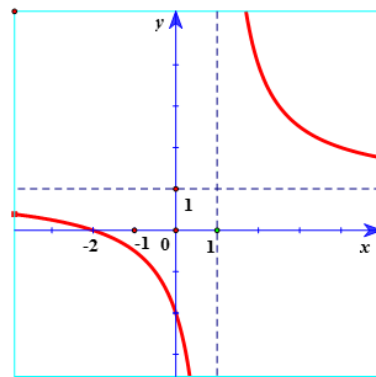
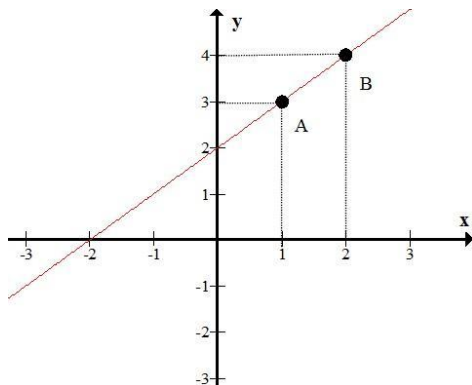
III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) Mục tiêu: Tạo tình huống để học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn hàm số tại một điểm”.

b) Nội dung:



H1- Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi x dần đến 2

H2- Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi x dần đến 1

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- giá trị của hàm số dần về 4

L2- giá trị của hàm số dần về $-\infty$ khi $x < 1$ và dần về $+\infty$ khi $x > 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV nêu câu hỏi; trình chiếu đồ thị hai hàm số.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

ĐVĐ. Giới hạn hàm số có phải là giá trị của hàm số không? Chúng ta cùng nghiên cứu bài học ngày hôm nay.

2. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

2.1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

a) **Mục tiêu**: Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

b) **Nội dung**: Cho hàm số $f(x) = \frac{4-x^2}{x-2}$.

a) Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.

b) Cho dãy số $x_n = \frac{2n+1}{n}$. Rút gọn $f(x_n)$ và tính giới hạn của dãy (u_n) với $u_n = f(x_n)$.

c) Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 2$ và $x_n \rightarrow 2$, tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

c) **Sản phẩm**: Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện**:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm.
Thực hiện	Nhóm – tại lớp.

Báo cáo thảo luận	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Giả sử $(a;b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$, có thể trừ điểm x_0. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a;b)$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

VÍ DỤ:

a) Mục tiêu: Tính giới hạn hữu hạn của hàm số cụ thể bằng cách sử dụng định nghĩa.

b) Nội dung: **Ví dụ 1.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$. Chứng tỏ rằng $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính $f(x_n)$ và giới hạn $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n)$
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n) = \lim_{x_n \rightarrow 1} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}$
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$ và $x_n \rightarrow 1$. Ta có $f(x_n) = \frac{x_n - 1}{x_n^2 - 1} = \frac{1}{x_n + 1}$.

a) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M ;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)] = L.M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}.$$

2.2. QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM:

a) Mục tiêu: Hình thành các quy tắc tính giới hạn.

b) Nội dung:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ với c là hằng số.

- $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	* HS nhắc lại các quy tắc giới hạn của dãy số GV ghi bảng hoặc chiếu lại nội dung quy tắc.
Thực hiện	Học sinh làm việc nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức phần nội dung.

Ví dụ:

a) Mục tiêu:

+ VD2: Thực hành các quy tắc giới hạn của hàm số.

+ VD3: Xét TH không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương 2 hàm số khi giới hạn của mẫu số bằng 0.

+ Luyện tập 1: Củng cố kỹ năng tính giới hạn của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung:

Ví dụ 2. Cho $f(x) = x - 1$ và $g(x) = x^3$. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)]$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$. Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$.

a) Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$$

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$

Ví dụ 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}.$

Lời giải

Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng $\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2 - 3^2}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}.$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9}+3]} = \frac{1}{6}.$

Luyện tập 1. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}.$

a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : VD2 Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1-1 = 0.$ Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1.$ a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$ b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$ VD3. Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng $\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2-3^2}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9}+3]} = \frac{1}{6}$.

2.3. GIỚI HẠN MỘT BÊN

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn một bên của hàm số.

b) **Nội dung:**

Cho hàm số $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$.

a) Cho $x_n = \frac{n}{n+1}$ và $x'_n = \frac{n+1}{n}$. Tính $y_n = f(x_n)$ và $y'_n = f(x'_n)$.

b) Tìm giới hạn của các dãy số (y_n) và (y'_n) .

c) Cho các dãy số (x_n) và (x'_n) bất kì sao cho $x_n < 1 < x'_n$ và $x_n \rightarrow 1, x'_n \rightarrow 1$, tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n)$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:**

*) **Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Khái niệm giới hạn một bên:

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là **giới hạn bên phải** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là **giới hạn bên trái** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Chú ý:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ khi và chỉ khi}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L.$$

Ví dụ 4: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ x+1 & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \end{cases}$

Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Lời giải

Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $0 < x_n < 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n^2$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$.

Tương tự, với dãy số (x_n) bất kì mà $1 < x_n < 2$, $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n + 1$, cho nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$

Luyện tập 2:

a) Mục tiêu: Tính được giới hạn một bên.

b) Nội dung: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x & \text{nếu } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$

Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
Thực hiện	Học sinh thực hiện theo nhóm.
Báo cáo thảo luận	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

Luyện tập 3: Hướng dẫn HS làm bài tập 5.7; 5.8; 5.11 sách giáo khoa.

5.7. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ và $g(x) = x + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $f(x) = g(x)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

HD: a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = x+1 = g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$

Vậy b đúng; a đúng khi x khác 1.

5.8. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$.

Đây là giới hạn dạng $\frac{0}{0}$

Phần a cần khai triển hằng đẳng thức rồi giản ước tử và mẫu để khử dạng $\frac{0}{0}$

Phần b nhân cả tử và mẫu với lượng liên hợp của tử rồi khử dạng $\frac{0}{0}$
HS có thể dùng MTCT để tính. nếu

KQ: a) 4

b) 1/6

5.11. Cho hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$.

Tìm $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$.

HD: Xét 2 TH $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x > 2 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}, & x < 2 \end{cases}$

Từ đó tính các giới hạn và đc kq là -1 và 1

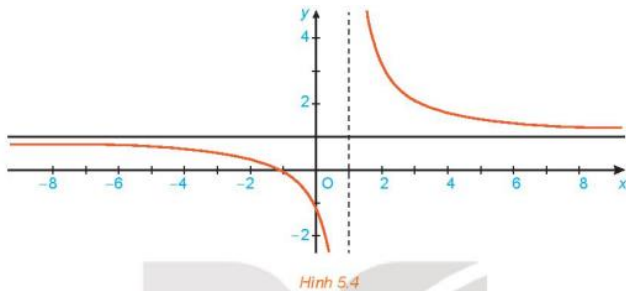
Tiết 2

1. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

HD1.1: GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ



Giả sử (x_n) là dãy số sao cho $x_n > 1, x_n \rightarrow +\infty$. Tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Ta có khái niệm sau đây - Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$. kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow +\infty$. - Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < b$ và $x_n \rightarrow -\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Ví dụ 1. Cho $f(x) = 2 + \frac{4}{x-1}$. Sử dụng định nghĩa, tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Lời giải

Lấy dãy (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) = 2 + \frac{4}{x_n-1}$. Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tương tự, ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

- Các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại một điểm cũng đúng cho giới hạn hữu hạn tại vô cực.

- Với c là hằng số, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$.

Ví dụ 2. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} \right) = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = -\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = -\sqrt{1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = -1.$$

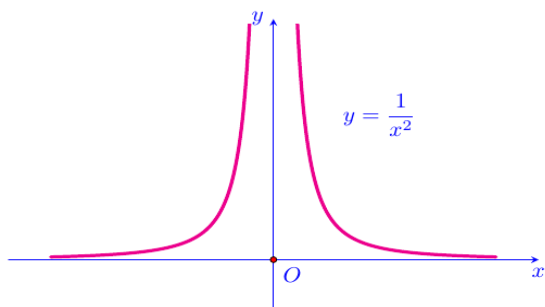
HD1.2. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

HD 1.2.1. Giới hạn vô cực

a) Mục tiêu: Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung: Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực. Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$ có đồ thị như Hình 5.6. Cho $x_n = \frac{1}{n}$,

chứng tỏ rằng $f(x_n) \rightarrow +\infty$.



Hình 5.6

Giả sử khoảng $(a; b)$ chứa x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b) \setminus \{x_0\}$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b) \setminus \{x_0\}$, $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $-\infty$ khi $x \rightarrow x_0$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$.

Ví dụ 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|}$.

Giải

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$. Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$, $x_n \rightarrow 1$. Khi đó, $|x_n - 1| \rightarrow 0$.

Do đó $f(x_n) = \frac{1}{|x_n - 1|} \rightarrow +\infty$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

Một số giới hạn đặc biệt:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ Với } k \text{ nguyên dương;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \text{ là số chẵn;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty \text{ với } k \text{ là số lẻ.}$$

HD 1.2.2. Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$). Khi đó $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x).g(x)$ được tính theo quy tắc cho trong bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$+\infty$	Tùy ý	0

$L > 0$	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
$L < 0$	0	+	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$.

Ví dụ 4. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2}$.

Giải

Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương. Rõ ràng, giới hạn của tử số $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$.

Ngoài ra, mẫu số nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$. Do vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2} = +\infty$.

Ví dụ 5. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)}$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)}$.

Giải

Viết $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1 > 0$. Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$ do $1-x < 0$ khi $x > 1$.

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn của tích, ta được $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)} = -\infty$.

Lí luận tương tự, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)} = +\infty$.

2. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP:

2.1. Luyện tập 1.

a) **Mục tiêu:** Củng cố kĩ năng tính giới hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * GV hướng dẫn hs cách tính.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :
-------------------------------------	--

2.2. Luyện tập 2

a) Mục tiêu: Tính được giới hạn một bên.

b) Nội dung: Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$.
Thực hiện	Học sinh thực hiện theo nhóm.
Báo cáo thảo luận	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

2.3 Luyện tập 3

Hướng dẫn HS làm bài tập 5.10; 5.12 sách giáo khoa.

5.10. Tính các giới hạn một bên:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x}$

HD: Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương

Kq: a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x} = +\infty$

5.12. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} - x)$.

HD: a) Làm tương tự như luyện tập 1. KQ: -2

b) Nhân chia với lượng liên hợp, sau đó chia cả tử và mẫu cho x rồi áp dụng giới hạn đặc biệt. KQ: 1

3. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG TÌM TÒI MỞ RỘNG

Mục tiêu: Rèn luyện cho học sinh kỹ năng tham gia hoạt động nhóm, tìm hiểu tư liệu trên mạng, kỹ năng tự học và tự nghiên cứu ở nhà.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động
Cho học sinh nghiên cứu các bài tập sau: *Bài toán 1: Theo dự đoán tỉ lệ tuổi thọ con người của một nước đang phát triển, sau x năm kể từ bây giờ là: $T(x) = \frac{138x + 236}{2x + 5}$ năm. Hỏi tuổi thọ của con người sẽ đạt được tới mức Giới hạn là bao nhiêu? * Tính các giới hạn sau: a/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{12x + 1}}{4x}$ b/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1 + ax} - 1}{x}$ c/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x^3} - \sqrt[3]{x^2 + 7}}{x^2 - 1}$ thuật toán: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}, \frac{0}{0}$ phân tích $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f_1(x) + c}{g(x)} + \frac{f_2(x) - c}{g(x)}$ gọi $\alpha_i (i = 1; 2; 3; \dots)$ là nghiệm của $g(x) = 0$ khi đó c là nghiệm của hệ $\begin{cases} f_1(\alpha_i) + c = 0 \\ f_2(\alpha_i) - c = 0 \end{cases} \Rightarrow c?$ bài tập về nhà:	69 tuổi. a/ $\frac{0}{0}$, đáp số -1 (nhân lượng liên hợp) b/ đặt $t = \sqrt[n]{1 + ax}, x \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow 1$ $ax = t^n - 1 = (t - 1)(t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1)$ $\Rightarrow \frac{t - 1}{x} = \frac{a}{t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1}$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1 + ax} - 1}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t - 1}{x} = \frac{a}{n}$ c/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x^3} - \sqrt[3]{x^2 + 7}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x^3} - 2}{x^2 - 1} - \frac{\sqrt[3]{x^2 + 7} - 2}{x^2 - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{(x^2 - 1)(\sqrt{5 - x^3} + 2)} = \dots = -\frac{3}{8}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 7} - 2}{x^2 - 1} = \dots = \frac{1}{12}$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5 - x^3} - \sqrt[3]{x^2 + 7}}{x^2 - 1} = -\frac{11}{24}$

d/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$	
e/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$	
g/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$	

4. CÂU HỎI/BÀI TẬP KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ CHỦ ĐỀ THEO ĐỊNH HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC

1

NHẬN BIẾT

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây ?

A. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = 1.$

B. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = 5.$

C. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x-2} = -1.$

D. Hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ không có giới hạn khi $x \rightarrow 3.$

Đáp án B

Lời giải

Hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ xác định trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. Ta có $3 \in (2; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = \frac{3+2}{3-2} = 5.$$

Câu 2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 5x)$ bằng:

A. $-2.$

B. $3.$

C. $+\infty.$

D. $-\infty.$

Đáp án C

Lời giải

$$\text{Ta có } -2x^3 + 5x = x^3 \left(-2 + \frac{5}{x^2} \right).$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-2 + \frac{5}{x^2} \right) = -2 < 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-2 + \frac{5}{x^2} \right) = +\infty.$$

2

THÔNG HIỂU

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ không tồn tại.

Đáp án B.

Lời giải

Hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Có thể giải nhanh như sau : Vì $x^2 - 2x + 5$ là một hàm đa thức của x nên có giới hạn tại vô cực. Mà $\sqrt{x^2 - 2x + 5} > 0$ với mọi x nên giới hạn của $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ tại $-\infty$ chắc chắn là $+\infty$.

Thật vậy, ta có $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} = |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}} = 1 > 0$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 5} = +\infty$.

Câu 4: Giới hạn của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}$ khi $x \rightarrow -\infty$ bằng:

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. -1 .

D. 3 .

Đáp án A.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1} &= \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} - \sqrt{x^2 \left(4 + \frac{1}{x^2}\right)} = |x| \sqrt{1 - \frac{1}{x}} - |x| \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \\ &= |x| \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) \end{aligned}$$

Mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} |x| = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) = 1 - 2 = -1 < 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[|x| \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} \right) \right] = -\infty$

Câu 5: Xét bài toán “Tìm $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2}$ ”, bạn Hà đã giải như sau:

Bước 1: Vì $\lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - 5x + 2) = 0$.

Bước 2: $2x^2 - 5x + 2 > 0$ với $x < 2$ và x đủ gần 2,

Bước 3: $\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x^2 + x - 1) = 13 > 0$

Bước 4: nên theo quy tắc 2, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2} = +\infty$.

Hỏi lời giải trên của bạn Hà đã sai từ bước thứ mấy ?

A. Bước 1.

B. Bước 2.

C. Bước 3.

D. Bước 4.

Đáp án B**Lời giải**

Xét dấu biểu thức $g(x) = 2x^2 - 5x + 2$ ta thấy $g(x) < 0$ với mọi $x \in (1; 2)$.

Vậy lời giải sai từ bước 2. (Lời giải đúng cho ra kết quả $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 2} = -\infty$).

3**VẬN DỤNG**

Câu 6: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$), ta được kết quả:

A. $+\infty$.

B. $m - n$.

C. m .

D. 1.

Đáp án B**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^m - 1}{x - 1} - \frac{x^n - 1}{x - 1} \right).$$

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^{m-1} + x^{m-2} + \dots + x + 1) = m.$$

$$\text{Tương tự: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} = n.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - x^n}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^m - 1}{x - 1} - \frac{x^n - 1}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x - 1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} = m - n.$$

Câu 7: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1}$ bằng:

A. 1.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Đáp án B**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1} &= \frac{\sqrt{2x-1} - 1}{x-1} + \frac{1 - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1} \\ &= \frac{2x-2}{(\sqrt{2x-1}+1)(x-1)} + \frac{3-3x}{(1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2})(x-1)} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} - \frac{3}{1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2}}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} - \frac{3}{1+\sqrt[3]{3x-2}+\sqrt[3]{(3x-2)^2}} \right] = 0.$$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1} = 0.$

Câu 8: Giả sử $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax}-1}{2x} = L$. Hệ số a bằng bao nhiêu để $L = 3$?

A. -6.

B. 6.

C. -12.

D. 12.

Đáp án D

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax}-1}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{2x(\sqrt{1+ax}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{2(\sqrt{1+ax}+1)} = \frac{a}{4}$

Vậy $L = \frac{a}{4}$. Do đó $L = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{4} = 3 \Leftrightarrow a = 12.$

4

VẬN DỤNG CAO

Câu 9: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2}.$

A. 0.

B. -2.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Đáp án B

Lời giải

Đặt $t = x - 1$ thì $x = t + 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} t = 0$ và

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} &= \frac{\sqrt[3]{6t+1} - \sqrt{4t+1}}{t^2} = \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2} + \frac{(2t+1) - \sqrt{4t+1}}{t^2} \\ &= \frac{6t+1 - (8t^3 + 12t^2 + 6t+1)}{t^2 \left[\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1) \cdot \sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} + \frac{(4t^2 + 4t+1) - (4t+1)}{t^2 (2t+1 + \sqrt{4t+1})} \\ &= \frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1) \cdot \sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2} + \frac{4}{2t+1 + \sqrt{4t+1}}. \end{aligned}$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1) \cdot \sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2} + \frac{4}{2t+1 + \sqrt{4t+1}} \right).$

Mà $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{-8t-12}{\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1) \cdot \sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2} = -\frac{12}{3} = -4$; $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{4}{2t+1 + \sqrt{4t+1}} = \frac{4}{2} = 2.$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = -4 + 2 = -2.$

Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển

Tổ: Toán – Tin

GV: Huỳnh Văn Toàn

Dạy lớp: 11.1 – 11.13

TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 17: HÀM SỐ LIÊN TỤC

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

TIẾT PCCT: 44 45

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Biết khái niệm hàm số liên tục tại một điểm.
- Biết định nghĩa và tính chất của hàm số liên tục trên một khoảng, đoạn Và các định lý trong SGK

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong xét tính liên tục của hàm số
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong vận dụng các tính chất vào việc xét tính liên tục của các hàm số và tìm số nghiệm của phương trình dạng đơn giản.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. Hoạt động 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

- **Mục tiêu:**Giúp cho học sinh tiếp cận với các kiến thức cơ bản về hàm số liên tục thông qua tính giới hạn của hàm số.Giáo viên trình chiếu hai hình ảnh cho học sinh quan sát.

- Nội dung:**

Hình 1



Hình 2



Hình 1 Cho ta thấy cây cầu thông suốt, các phương tiện giao thông qua lại liên tục.

Hình 2 Cho ta thấy cây cầu bị gãy, giao thông bị gián đoạn hay không liên tục.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Nêu được một số thông tin về cây cầu, các phương tiện giao thông qua lại ở 2 hình trên.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Trong cuộc sống thì cụm từ “liên tục” được sử dụng rất nhiều, vậy trong toán học khái niệm liên tục được hiểu như thế nào, ta đi vào bài học: “Hàm số liên tục”.

2. Hoạt động 2: HOẠT ĐỘNG: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

HD2.1. Hàm số liên tục tại một điểm

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục tại điểm, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) **Nội dung:**

Nhận biết tính liên tục của hàm số tại một điểm

$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{neu } x \neq 1 \\ 2 & \text{neu } x = 1. \end{cases}$$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục tại 1 điểm.
Thực hiện	Cá nhân – tại lớp. (Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính $f(x_0)$ để so sánh)
Báo cáo thảo luận	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0. Hàm số $f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
-------------------------------------	--

HĐ2.2 Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp cho học sinh củng cố được cách xét tính liên tục của hàm số tại 1 điểm.

b) Nội dung:

Ví dụ 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = 2$.

Ví dụ 2. Xét tính liên tục của hàm dấu $s(x) = \begin{cases} 1 & \text{neu } x > 0 \\ 0 & \text{neu } x = 0 \\ -1 & \text{neu } x < 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính giới hạn, tính giá trị hàm số tại $x = -2$
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính $f(x_0)$ để so sánh
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : VD1. Rõ ràng hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, do đó $x_0 = 2$ thuộc tập xác định của hàm số. Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1} = 3 = f(2)$. Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$. VD2. Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} s(x) = -1$. Do đó không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} s(x)$. Vậy hàm số này gián đoạn tại 0.

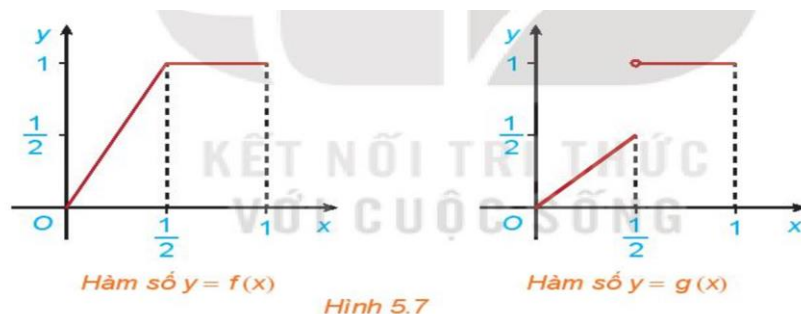
HD2.3. HÀM SỐ LIÊN TỤC TRÊN MỘT KHOẢNG

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục trên khoảng và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) Nội dung:

$$\text{Cho hai hàm số } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \text{ và } g(x) = \begin{cases} x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

với đồ thị tương ứng như **Hình 5.7**



Xét tính liên tục của các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tại điểm $x = \frac{1}{2}$ và nhận xét về sự khác nhau giữa hai đồ thị.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục trên một khoảng.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a;b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a ; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. Các khái niệm hàm số liên tục trên nửa khoảng như $(a;b], [a; +\infty), \dots$ được định nghĩa theo cách tương tự. Có thể thấy đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng là một đường liền trên khoảng đó. Về tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản đã biết, ta có • Hàm số đa thức và các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

	Các hàm số $y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}$ và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

HD2.4. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được tính chất các hàm số liên tục và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục,

b) Nội dung: Cho hai hàm số $f(x) = x^2$ và $g(x) = -x + 1$.

a) Xét tính liên tục của hai hàm số trên tại $x = 1$.

b) Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ và so sánh L với $f(1) + g(1)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất liên tục của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Ta có khẳng định sau đây về tổng, hiệu, tích và thương của hai hàm số liên tục.
	Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0. Khi đó: a) Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x)g(x)$ liên tục tại x_0; b) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

HD 2.5. Luyện tập:

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được kỹ hơn tính chất các hàm số liên tục và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục,

b) Nội dung: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Tìm các khoảng trên đó hàm số $f(x)$ liên tục.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) - Gv yêu cầu hs tìm TXĐ
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp. Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
-------------------------------------	--

Tiết 2:

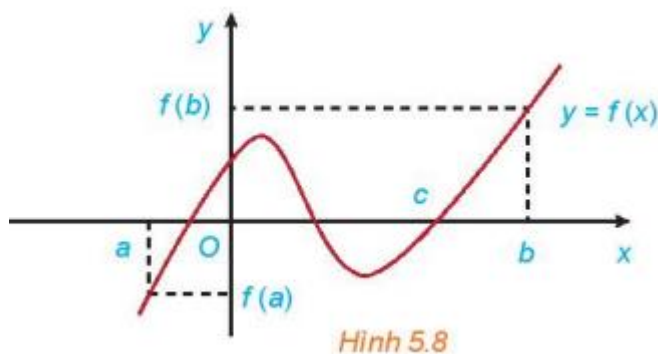
3. Hoạt động 3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

HD3.1 Tìm số nghiệm pt dựa vào tính liên tục của hàm số

- a) **Mục tiêu:** Giúp học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết những vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

- b)**Nội dung:** Dựa vào hình vẽ sau: Hãy tính $f(a)$; $f(b)$ và tính tích $f(a).f(b)$ so sánh với 0



- c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $f(a)$; $f(b)$ và tính tích $f(a).f(b)$ so sánh với 0
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a;b)$ sao cho $f(c) = 0$.

HD 3.2 Bài tập SGK

- a) **Mục tiêu:** Giúp học sinh vận dụng kiến thức đã học giải quyết những bài toán xét tính liên tục của hàm số, vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

b) Nội dung: Bài 2-SGK. a/ Xét tính liên tục của hàm số $y = g(x)$ tại $x_0 = 2$, biết:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$$

b/ Cần thay số 5 bởi số nào để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp (<i>học sinh lên bảng trình bày lời giải bài toán</i>)
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Với $x \neq 2$ thì $g(x) = \frac{x^3-8}{x-2} = x^2 + 2x + 4$ $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)$ $= 12 \neq g(2) = 5$ Vậy hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$. Vì $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 12 \neq g(2)$ Cần thay số 5 bởi số 12 + Giáo viên nhận xét lời giải, sửa chữa và củng cố kiến thức.

HD 3.3. CÂU HỎI/BÀI TẬP KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ BÀI HỌC THEO ĐỊNH HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC

CÂU HỎI NHẬN BIẾT-THÔNG HIỂU

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại 2.

A. $a = 3$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Câu 2: Xét hai câu sau:

(1) Phương trình $x^3 + 4x + 4 = 0$ luôn có nghiệm trên khoảng $(-1;1)$

(2) Phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm dương bé hơn 1

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) sai.

B. Chỉ có (2) sai.

C. Cả hai câu đều đúng.

D. Cả hai câu đều sai.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$. Mệnh đề **sai** là:

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$.
- B. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- D. Phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Cho các câu:

1. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì tồn tại $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x_0) = 0$
2. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm
3. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, đơn điệu $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x_0) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc $(a; b)$

Trong ba câu trên

- A. Có đúng một câu sai. **B. Cả ba câu đều đúng.**
- C. Có đúng hai câu sai. **D. Cả ba câu đều sai.**

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- B. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.
- D. Nếu $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Câu 6: Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq 0; x \neq -1 \\ 3 & \text{khi } x = -1 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[-1; 0]$.
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
- C. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.**
- D. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -1$.

Câu 7: Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$.
- B. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0; 2)$.**
- C. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.
- D. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc đoạn $[a; b]$.
- B. Các hàm số đa thức, phân thức hữu tỉ, lượng giác liên tục trên các khoảng mà nó xác định.
- C. Tổng hiệu tích thương của hai hàm liên tục tại một điểm là những hàm liên tục tại điểm đó.
- D. Cho hàm số $f(x)$ có miền xác định D và $a \in D$. Ta nói f là hàm liên tục tại $x = a$ khi $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

CÂU HỎI VẬN DỤNG

Tìm các khoảng liên tục của hàm số: $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x-1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$.

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$.
- B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
- D. Hàm số liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 9: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.
- C. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[0; 1]$.
- D. Liên tục tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 10: Xét tính liên tục của hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số liên tục tại $x = 0$ và $x = 2$.
- C. Hàm số liên tục tại $x = 0$ và $x = 1$.
- D. Hàm số liên tục tại $x = 0$ và $x = 3$.

Câu 11: Hàm số $f(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ x^3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
- B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.
- C. Liên tục tại mọi điểm trừ hai điểm $x = 0$ và $x = 1$.
- D. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m bằng:

A. -4 .

B. 4 .

C. -1 .

D. 1 .

Câu 13: Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ 17 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ có tính chất

A. Liên tục tại $x = 2$ nhưng không liên tục tại $x = 0$.

B. Liên tục tại $x = 4, x = 0$.

C. Liên tục tại mọi điểm.

D. Liên tục tại $x = 3, x = 4, x = 0$.

Câu 14: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $m \leq f(x) \leq M$ với mọi $x \in [a; b]$. Lúc đó:

1. Với mọi $\alpha \in [m; M]$, tồn tại $x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = \alpha$

2. Tồn tại $x_1 \in [a; b]$ sao cho $f(x_1) \leq f(x), \forall x \in [a; b]$

3. Tồn tại $x_2 \in [a; b]$ sao cho $f(x_2) \geq f(x), \forall x \in [a; b]$

Trong ba mệnh đề trên trên

A. Có đúng hai mệnh đề sai.

B. Cả ba mệnh đề đều sai.

C. Có đúng một mệnh đề sai.

D. Cả ba mệnh đề đều đúng.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0 = 0$.

A. $a = 3$.

B. $a = \frac{3}{4}$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ ax - \frac{5}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = 3$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = 3$.

B. $a = 2$.

C. $a = \frac{-11}{6}$.

D. $a = \frac{5}{2}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

A. $a = 3$.

B. $a = -3$.

C. $a = 2$.

D. $a = -5$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-6x+5}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

A. $a = \frac{3}{2}$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = \frac{-9}{2}$.

4. Hoạt động 4: VẬN DỤNG

a) Mục tiêu: Giúp học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết những vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

b) Nội dung: Bài toán. Một hình vuông có cạnh bằng 100cm, người ta nối với nhau các trung điểm của 4 cạnh và lại được một hình vuông mới, lại làm như vậy đối với hình vuông mới và cứ tiếp tục làm như thế mãi. Tính tổng diện tích của n hình vuông đầu tiên?

A. $2.100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{99}}\right)$

B. $2.100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{98}}\right)$

C. $2.100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{100}}\right)$

D. $2.100^2 \left(1 - \frac{1}{2^{97}}\right)$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp (<i>học sinh lên bảng trình bày lời giải bài toán</i>)
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Giả sử hình vuông cạnh a, và T_n là diện tích hình vuông thứ n. $T_1 = a^2, T_2 = \frac{1}{2}T_1, T_3 = \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2^2}T_1, \dots, T_n = \frac{1}{2^{n-1}}T_1$ Tổng diện tích các hình vuông: $S_n = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$ $= T_1 \left(\frac{1 - \frac{1}{2^{n-1}}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 2a^2 \left(1 - \frac{1}{2^{n-1}} \right)$

.....

Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển

Tổ: Toán – Tin

GV: Huỳnh Văn Toàn

Dạy lớp: 11.1 – 11.13

CHƯƠNG V: GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài:

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

Thời gian thực hiện: 1 tiết bài tập.

TIẾT PPCT: 46

I. Mục tiêu.

1. Về kiến thức

- Nắm được định nghĩa về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Biết cách tính giới hạn dãy số, hàm số, tổng cấp số nhân lùi vô hạn
- Biết giải quyết bài toán về hàm số liên tục

2. Về năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học: thông qua việc làm các bài tập vận dụng.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Năng lực tự chủ và tự học, giao tiếp và hợp tác.

3. Về phẩm chất:

- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác, xây dựng cao.
- Có ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức.
- Tích cực thực hiện các nhiệm vụ học tập

II. Thiết bị dạy học và học liệu.

- Kiến thức về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Máy tính hoặc điện thoại có kết nối internet. Máy chiếu và các tài liệu tham khảo liên quan
- Phiếu học tập. Bảng phụ hoặc giấy A₀

III. Tiến trình dạy học:

1. Hoạt động 1 (10 phút): Hệ thống kiến thức chương V

+**Mục tiêu:** Giúp học sinh hệ thống lại các kiến thức trọng tâm chương V.

+**Nội dung:** GV giao nhiệm vụ cho học sinh về nhà làm và báo cáo.

+**Sản phẩm:** Nội dung học sinh đã chuẩn bị theo phân công của giáo viên.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đã giao nhiệm vụ cho HS về nhà làm. B2: Thực hiện nhiệm vụ: HS đã chuẩn bị nội dung ở nhà. B3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện các nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp và chọn 1 nhóm khác nhận xét, bổ sung. B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của các nhóm.	

Sản phẩm dự kiến hoạt động 1:

Nhóm 1: Giới hạn dãy số

+) Các kết quả sau thường dùng

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \forall |q| < 1.$$

$$\cdot \text{Nếu } |u_n| \leq v_n \forall n \geq 1 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

* giới hạn vô cực của dãy số

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty, \text{ với } k \text{ là số nguyên dương;}$$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty, \text{ với } q > 1.$$

+) Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là số thực a** khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

+) Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây: Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}$$

$$b) \text{ Nếu } u_n \geq 0 \text{ với mọi } n \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ thì } a \geq 0 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}.$$

+) Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

$$S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

+) Liên quan đến **giới hạn vô cực** của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

$$\bullet \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \text{ (hoặc } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \text{) thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0.$$

$$\bullet \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0, \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ và } v_n > 0 \text{ với mọi } n \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty.$$

$$\bullet \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty.$$

Nhóm 2: Giới hạn hàm số

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là **giới hạn bên phải** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là **giới hạn bên trái** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

- $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ với c là hằng số.

- $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c, \lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$.

- Với k là một số nguyên dương, ta

có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$.

Một số giới hạn đặc biệt:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ Với k nguyên dương;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ với k là số lẻ.

a) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)] = L.M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ và

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

+) Điều kiện để tồn tại giới hạn của hàm số

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

- Các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại một điểm cũng đúng cho giới hạn hữu hạn tại vô cực.

+) Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$).

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$+\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
$L < 0$	0	+	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$.

Nhóm 3: Hàm số liên tục

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 . Hàm số $f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **liên tục trên khoảng** $(a; b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **liên tục trên đoạn** $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và .

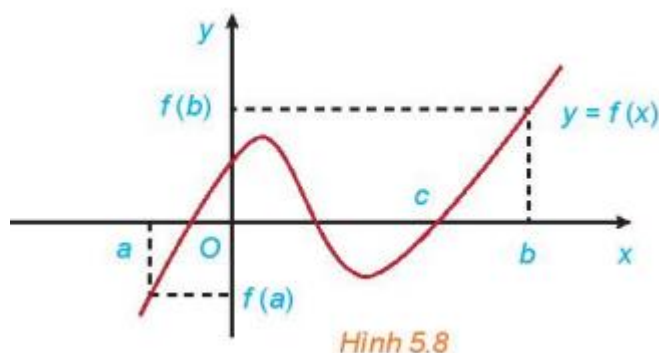
- Hàm số đa thức và các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Các hàm số $y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}$ và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

- Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x)g(x)$ liên tục tại x_0 ;
- Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$..

Nhận xét. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$.

Kết quả này được minh họa bằng đồ thị như Hình 5.8



2. Hoạt động 2 (10 phút): HĐ luyện tập

HĐ2.1 Thực hiện bài tập phần A. Trắc nghiệm

+**Mục tiêu:** Củng cố kiến thức thông qua bài tập trắc nghiệm 5.18 đến 5.24

+**Nội dung:** Bài tập 5.18 đến 5.24 – SGK

- 5.18.** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n}$. Mệnh đề **đúng** là
- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
- 5.19.** Cho $u_n = \frac{2 + 2^2 + \dots + 2^n}{2^n}$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng
- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.
- 5.20.** Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{2}{3^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 6.
- 5.21.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}$. Mệnh đề **đúng** là
- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$.
- 5.22.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x - x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ bằng
- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. -1.
- 5.22.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x - x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ bằng
- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. -1.
- 5.23.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{|x+1|}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên
- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$.
C. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. D. $[-1; +\infty)$.
- 5.24.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi

A. $a = 0$.

B. $a = 3$.

C. $a = -1$.

D. $a = 1$.

+**Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV yêu cầu học sinh làm việc nhóm 2 học sinh cùng bàn	5.18 C 5.19 B 5.20 C
B2: Thực hiện nhiệm vụ: + HS làm việc theo yêu cầu của GV. + GV quan sát, theo dõi và hỗ trợ (khi cần).	5.21 B 5.22 B 5.23 C
B3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi HS trả lời.	5.24 B
B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của học sinh.	

HD2.2(23 phút): Thực hiện bài tập phần B. Tự luận

+ **Mục tiêu:** củng cố kiến thức thông qua bài tập tự luận 5.26 - 5.31

+ **Nội dung:** Bài tập 5.26 - 5.31 - SGK.

5.26. Tìm giới hạn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2}$

b) $v_n = \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k}$

c) $w_n = \frac{\sin n}{4n}$

5.27. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số

a) $1,(01);$

b) $5,(132).$

5.28. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7};$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2};$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}}.$

5.29. Tính các giới hạn một bên:

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x-3|};$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x}}.$

5.30. Chứng minh rằng giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ không tồn tại.

5.31. Giải thích tại sao các hàm số sau đây gián đoạn tại điểm đã cho:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$;

b) $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{nếu } x < 1 \\ 2-x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$

+**Sản phẩm:** Lời giải của học sinh.

+Tổ chức thực hiện:

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: + Chia lớp thành 6 nhóm: nhóm 1 bài 5.26 và 5.27. các nhóm còn lại mỗi nhóm 1 bài + Yêu cầu học sinh làm việc theo nhóm và trình bày bài giải trong bảng phụ của nhóm. B2: Thực hiện nhiệm vụ: + HS chú ý quan sát, lắng nghe và làm việc nhóm theo yêu cầu của GV. + GV quan sát, theo dõi các nhóm và hỗ trợ (khi cần). B3: Báo cáo, thảo luận: GV chọn ngẫu nhiên 1 bạn bất kỳ trong nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp, các nhóm khác nhận xét, bổ sung (nếu có) B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, trình bày bài giải, kết quả,... của các nhóm.	

5.26. Ta có

$$a) u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2} = \frac{1}{3 + \frac{7}{n} - \frac{2}{n^2}}. \text{ Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3}.$$

$$b) v_n = \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k} = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k + \sum_{k=0}^n \left(\frac{5}{6}\right)^k = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}}{1 - \frac{5}{6}}$$

$$= 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + 6 \left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right). \text{ Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 8.$$

$$c) |w_n| = \frac{|\sin n|}{4n} \leq \frac{1}{4n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0.$$

5.27. Ta có

$$a) 1,(01) = 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \dots = 1 + \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 1\frac{1}{99}.$$

$$b) 5,(132) = 5 + \frac{132}{1000} + \frac{132}{1000^2} + \dots = 5 + \frac{\frac{132}{1000}}{1 - \frac{1}{1000}} = 5\frac{132}{999}.$$

5.28. Ta có

$$a) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{(x-7)(\sqrt{x+2} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 3} = \frac{1}{6}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}.$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2} = +\infty.$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{2}{x}}{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2}.$$

$$5.29. a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x-3|} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+3) = 6.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x}} = +\infty.$$

5.30. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$. Do đó, giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ không tồn tại.

5.31. a) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$.

Vậy không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

b) Xét tính liên tục của hàm số $g(x) = \begin{cases} 1+x & \text{nếu } x < 1, \\ 2-x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x) = 2$.

Do đó không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

Tổng kết và hướng dẫn công việc ở nhà (2 phút).

GV tổng kết lại nội dung trọng tâm của tiết học.

GV giao cho HS về nhà làm các bài tập còn lại : 5.32 ,5.33 , 5.34

Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển

Tổ: Toán – Tin

GV: Huỳnh Văn Toàn

Dạy lớp: 11.1 – 11.13

TÊN BÀI DẠY: ÔN TẬP HỌC KỲ I

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (2 Tiết)

Tiết PPCT: 47 48

ÔN TẬP HỌC KỲ I (T1/2)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức: Ôn tập và củng cố kiến thức về:

- Phương trình lượng giác
- Cấp số cộng và cấp số nhân
- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm
- Giới hạn dãy, giới hạn hàm và hàm số liên tục

2. Về năng lực:

- Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học: HS sẽ cần sử dụng tư duy và lập luận toán học để hiểu, chứng minh
- Giao tiếp toán học: HS sẽ có cơ hội giao tiếp toán học thông qua việc trao đổi ý kiến, thảo luận với giáo viên và bạn học thông qua thảo luận, đưa ra ý kiến của mình và nhận xét bài làm của bạn
- Mô hình hóa toán học: HS sẽ được thực hành mô hình hóa toán học bằng cách áp dụng các kiến thức để giải quyết các bài toán thực tế.
- Giải quyết vấn đề toán học: HS sẽ có cơ hội giải quyết các bài toán liên quan thống kê và tính giới hạn, chứng minh hàm số liên tục bằng cách áp dụng kiến thức đã học và các kỹ năng giải quyết vấn đề toán học.

3. Về phẩm chất:

- Trách nhiệm: Hoàn thành các nhiệm vụ được giao. Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân, tiếp thu ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.
- Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ, có tinh thần trách nhiệm, hợp tác, xây dựng cao
- Tự chủ, trung thực khi làm bài tập về nhà
- Bồi dưỡng khả năng tưởng tượng, hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS
- Chăm chỉ, trách nhiệm trong thực hiện các nhiệm vụ được giao.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Giáo viên:

- Máy chiếu SGK, kế hoạch bài giảng, phiếu học tập, Bt trắc nghiệm

2. Học sinh:

- Bút, nháp, MTCT
- Giấy A0 hoặc bảng phụ, bút dạ, hoặc bản trình chiếu
- Kiến thức về các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm và giới hạn dãy số, giới hạn hàm số, hàm số liên tục.

III. Tiến trình dạy học

Hoạt động 1: (10 phút) Hoạt động ôn tập kiến thức cũ

a) **Mục tiêu:** Ôn tập kiến thức về phương trình lượng giác và CSC, CSN

b) **Nội dung:**

HS trả lời câu hỏi trắc nghiệm các kiến thức về phương trình lượng giác, CSC, CSN

c) **Sản phẩm:** Các câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV chiếu các câu hỏi trắc nghiệm, chia lớp thành 3 dãy, mỗi dãy cử lần lượt từng HS trả lời câu hỏi. Dãy nào trả lời đúng được nhiều câu thì dãy đó thắng.
Thực hiện	- HS cử lần lượt các bạn trong dãy của mình tham gia trả lời câu hỏi - HS thực hiện nhiệm vụ.
Báo cáo thảo luận	* Học sinh đưa ra đáp án cho từng câu hỏi.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ thực hiện nhiệm vụ của các dãy, tuyên dương dãy dành chiến thắng và các dãy tham gia tích cực. -GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức và dẫn dắt vào bài học.

Phụ lục: câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

B.
$$\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là Sai?

A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$

Câu 4: Phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}.$

B. $x = \pi + k\pi.$

C. $x = k\pi.$

D. $x = k2\pi.$

Câu 5: Nghiệm phương trình: $1 + \tan x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Câu 6: Phương trình $\tan x = \tan \frac{x}{2}$ có họ nghiệm là

A. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 7: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Tìm d ?

A. $d = 5.$

B. $d = 7.$

C. $d = 6.$

D. $d = 8.$

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2; S_8 = 72$. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 16$

B. $u_1 = -16$

C. $u_1 = \frac{1}{16}$

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = 20, d = -3.$

B. $u_1 = -22, d = 3.$

C. $u_1 = -21, d = 3.$

D. $u_1 = -21, d = -3.$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S = 24.$

B. $S = -24.$

C. $S = 26.$

D. $S = -25.$

Câu 11: Cho dãy số : $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}.$

B. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^{n-1}}.$

C. Số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}.$

D. Dãy số này là dãy số giảm.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}.$

B. $q = \pm 2.$

C. $q = \pm 4.$

D. $q = \pm 1.$

Câu 13: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{-16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 14: Xác định x để 3 số $:1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. $x = \pm 3$. B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. Không có giá trị nào của x .

Câu 15. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

- A. Thứ 5. B. Thứ 6. C. Thứ 7. D. Không phải là số hạng của cấp số.

2. Hoạt động 2: (15 phút) Hoạt động luyện tập

Ôn tập các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm

a) Mục tiêu: Giúp học sinh ôn tập các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: *Phiếu học tập số 1*

Bài tập 1:

Công nhân ở một nông trường ghi lại khối lượng của 30 củ khoai tây giống mới. Kết quả thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: gram):

90 73 88 99 100 102 111 96 79 93

81 94 96 93 95 82 90 106 103 116

109 108 112 87 74 91 84 97 85 92

Lập bảng phân bố tần số - tần suất ghép lớp với các lớp như sau:

$[70;80); [80;90); [90;100); [100;110); [110;120]$

Bài tập 2:

Chiều dài của 65 lá dương xỉ trưởng thành được cho bởi bảng phân bố tần số ghép lớp sau:

Lớp độ dài lá (cm)	Tần số
$[10;20)$	10
$[20;30)$	20
$[30;40)$	25
$[40;50)$	10
Cộng	65

- a) Tìm giá trị đại diện của mỗi lớp
b) Tìm chiều dài trung bình của 65 lá dương xỉ được nghiên cứu
c) Tính phương sai và độ lệch chuẩn

c) Sản phẩm: Bài làm của HS

Bài tập 1:

Công nhân ở một nông trường ghi lại khối lượng của 30 củ khoai tây giống mới. Kết quả thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: gram):

90 73 88 99 100 102 111 96 79 93

81 94 96 93 95 82 90 106 103 116

109 108 112 87 74 91 84 97 85 92

Lập bảng phân bố tần số - tần suất ghép lớp với các lớp như sau:

$[70;80); [80;90); [90;100); [100;110); [110;120]$

Lời giải: bảng phân bố tần số - tần suất ghép lớp

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
$[70;80)$	3	10
$[80;90)$	6	20
$[90;100)$	12	40
$[100;110)$	6	20
$[110;120]$	3	10
Cộng	30	100(%)

Bài tập 2:

Chiều dài của 65 lá dương xỉ trưởng thành được cho bởi bảng phân bố tần số ghép lớp sau:

Lớp độ dài lá (cm)	Tần số
$[10;20)$	10
$[20;30)$	20
$[30;40)$	25
$[40;50)$	10
Cộng	65

a) Tìm giá trị đại diện của mỗi lớp

b) Tìm chiều dài trung bình của 65 lá dương xỉ được nghiên cứu

c) Tính phương sai và độ lệch chuẩn

Lời giải: a)

Lớp độ dài lá (cm)	Giá trị đại diện	Tần số
$[10;20)$	15	10
$[20;30)$	25	20

[30; 40)	35	25
[40; 50)	45	10
Cộng		65

b) Chiều dài trung bình của 65 lá dương xỉ

$$\bar{x} = \frac{15.10 + 25.20 + 35.25 + 45.10}{65} = 30,38$$

c) Phương sai và độ lệch chuẩn

$$s^2 = \frac{10.(15 - 30,38)^2 + 20.(25 - 30,38)^2 + 25.(35 - 30,38)^2 + 10.(40 - 30,38)^2}{65} = 76,74$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{76,74} = 8,23$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV Phát phiếu học tập số 1
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm nhỏ 2 người - HS trình bày lời giải
Báo cáo thảo luận	* Học sinh nhận xét bài làm của bạn
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	-GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức

3. Hoạt động 3: (20 phút) Hoạt động luyện tập

Ôn tập giới hạn dãy số, giới hạn hàm số và hàm số liên tục

a) **Mục tiêu:** HS làm được các BT về giới hạn dãy, giới hạn hàm số và hàm số liên tục và vận dụng kiến thức vào giải quyết một số bài toán

b) **Nội dung:** Phiếu BT số 2

Bài tập 1: Tính các giới hạn sau:

$$a) \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n+1}{2n+3} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n-3n}}{1-2n} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 4n + 1)$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-3n-n}) \quad e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^{n+1}}{1+5^n}$$

Bài tập 2: Tính các giới hạn sau:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x-3} \quad b. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+6}{2x+1} \quad c. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+7}{x^2-3}$$

$$d. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - x) \quad e. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3} \quad f. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-5}-2}{x-3}$$

Bài tập 3:

a) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = 4$

b) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = -1$

c) Sản phẩm: Bài trình bày lời giải của học sinh

Bài tập 1: Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{3}{n}} = \frac{1}{2}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+n-3n}}{1-2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}-3}}{\frac{1}{n}-2} = 1$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - 4n + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(1 - \frac{4}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = +\infty$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-3n} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2-3n}-n)(\sqrt{n^2-3n}+n)}{(\sqrt{n^2-3n}+n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n}{\sqrt{n^2-3n}+n} = -\frac{3}{2}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^{n+1}}{1+5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5 \cdot 5^n}{1+5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^n + 5}{\left(\frac{1}{5}\right)^n + 1} = 5$

Bài tập 2:

a. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x-3} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2-3} = -5$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+6}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x+6}{x}}{\frac{2x+1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{6}{x}}{2+\frac{1}{x}} = \frac{1}{2}$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+7}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x+7}{x^2}}{\frac{x^2-3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}}{1 - \frac{3}{x^2}} = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+x}-x)(\sqrt{x^2+x}+x)}{(\sqrt{x^2+x}+x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{\sqrt{x^2+x}+x} = -1$

e). $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$ Ta có: $\frac{x^2-9}{x+3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x-3$

Vậy: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) = -6$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x^2 - 5} - 2)(\sqrt{x^2 - 5} + 2)}{(x - 3)(\sqrt{x^2 - 5} + 2)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(x - 3)(\sqrt{x^2 - 5} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(\sqrt{x^2 - 5} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{(\sqrt{x^2 - 5} + 2)} = \frac{3}{2}$$

Bài tập 3:

a) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = 4$

Lời giải:

Ta có :

$$+ f(4) = \frac{1}{4}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{4} = f(4)$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4)$ nên hàm số đã cho liên tục tại $x = 4$

b) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = -1$

Lời giải:

Ta có: $f(-1) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (2x + 3) = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - x - 2}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x - 2}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{3}{2}$$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

Vậy hàm số không liên tục tại $x_0 = -1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV Phát phiếu học tập số 2
Thực hiện	- HS thực hiện hoạt động cá nhân và thảo luận nhóm nhỏ 2 người - HS lên bảng trình bày

Báo cáo thảo luận	* Học sinh nhận xét bài làm của các bạn
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ thực hiện nhiệm vụ của HS, tuyên dương HS tham gia tích cực. -GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức

ÔN TẬP HỌC KỲ I (T2/2)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức: Ôn tập và củng cố kiến thức về:

- Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian
- Hai đường thẳng song song
- Đường thẳng và mặt phẳng song song
- Hai mặt phẳng song song

2. Về năng lực:

- **Năng lực chung:**

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày lời giải và nhận xét bài làm của bạn
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học: HS sẽ cần sử dụng tư duy và lập luận toán học để hiểu, chứng minh và áp dụng các quy tắc về quan hệ song song trong không gian.
- Giao tiếp toán học: HS sẽ có cơ hội giao tiếp toán học thông qua việc trao đổi ý kiến, thảo luận với giáo viên và các bạn về vấn đề liên quan đến quan hệ song song trong không gian.
- Mô hình hóa toán học: HS sẽ được thực hành mô hình hóa toán học bằng cách áp dụng các quy tắc và khái niệm về quan hệ song song trong không gian để giải quyết các bài toán.
- Giải quyết vấn đề toán học: HS sẽ có cơ hội giải quyết các bài toán liên quan đến quan hệ song song trong không gian bằng cách áp dụng kiến thức đã học và các kỹ năng giải quyết vấn đề toán học.

3. Về phẩm chất:

- Trách nhiệm: Hoàn thành các nhiệm vụ được giao. Xác định nhiệm vụ học tập, trách nhiệm của bản thân, tiếp thu ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.
- Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ, có tinh thần trách nhiệm, hợp tác, xây dựng cao
- Tự chủ, trung thực khi làm bài tập về nhà
- Bồi dưỡng khả năng tưởng tượng, hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS
- Chăm chỉ, trách nhiệm trong thực hiện các nhiệm vụ được giao.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Giáo viên:

- Máy chiếu SGK, kế hoạch bài giảng, Bài tập trắc nghiệm (Trình chiếu)

2. Học sinh:

- Bút, thước thẳng, SGK

- Các kiến thức về quan hệ song song trong không gian

III. Tiến trình dạy học

Hoạt động 1: (10 phút) Hoạt động ôn tập kiến thức cũ

a) **Mục tiêu:** Ôn tập kiến thức cơ bản về quan hệ song song trong không gian

b) **Nội dung:** HS trả lời câu hỏi trắc nghiệm các kiến thức về quan hệ song song trong không gian

a) **Sản phẩm:** Các câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:**

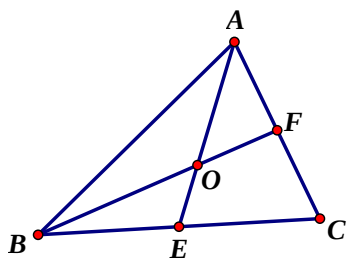
Chuyển giao	* GV chiếu các câu hỏi trắc nghiệm, chia lớp thành 3 dãy , mỗi dãy cử lần lượt từng HS trả lời câu hỏi. Dãy nào trả lời đúng được nhiều câu thì dãy đó thắng.
Thực hiện	- HS cử lần lượt các bạn trong dãy của mình tham gia trả lời câu hỏi - HS thực hiện nhiệm vụ.
Báo cáo thảo luận	* Học sinh đưa ra đáp án cho từng câu hỏi.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ thực hiện nhiệm vụ của các dãy, tuyên dương dãy dành chiến thắng và các dãy tham gia tích cực. -GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức và dẫn dắt vào bài học.

Phụ lục 1: Bài tập trắc nghiệm ôn tập quan hệ song song

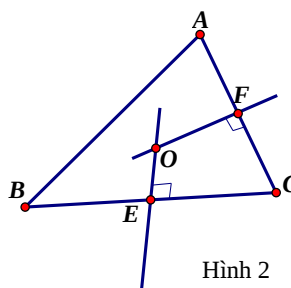
- Câu 1.** Mặt phẳng (α) qua trung điểm của cạnh AB , song song AC và BD cắt tứ diện đều $ABCD$ theo thiết diện là một:
A. Hình chữ nhật. **B.** Hình vuông. **C.** Hình thoi. **D.** Hình thang cân.
- Câu 2.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ lần lượt có tâm O_1, O_2 và không cùng nằm trong một mặt phẳng. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. O_1O_2 song song với mặt phẳng (CDE) . **B.** O_1O_2 song song với mặt phẳng (BCE) .
C. O_1O_2 song song với mặt phẳng (ADF) . **D.** O_1O_2 song song với mặt phẳng (BDE) .
- Câu 3.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC . Mặt phẳng (α) qua M và song song với mặt phẳng (BDI) sẽ cắt hình chóp thì thiết diện là một hình
A. Tứ giác. **B.** Lục giác. **C.** Tam giác. **D.** Ngũ giác.
- Câu 4.** Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là:
A. SC **B.** AC **C.** BD **D.** SO
- Câu 5.** Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là:
A. SC **B.** SB **C.** SI **D.** BC
- Câu 6.** Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là:
A. SA **B.** SJ **C.** SB **D.** SO

- Câu 7.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB, AC, BD lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (MNP) không thuộc mặt phẳng:
- A. (BCD) B. (ACD) C. (MNP) D. (BCP)
- Câu 8.** Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên các đoạn thẳng AB và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho đường thẳng MN cắt đường thẳng BD tại I . Điểm I thuộc những mặt phẳng:
- A. $(ABD), (ACD), (BCD)$ B. $(ACD), (MNC), (BCD)$
- C. $(ABD), (MNC), (BCD)$ D. $(ABD), (MNC), (ACD)$
- Câu 9.** Trong mặt phẳng (α) cho tam giác ABC . Một điểm S không thuộc (α) . Trên cạnh AB lấy một điểm P và trên các đoạn thẳng SA, AB ta lấy lần lượt hai điểm M, N sao cho MN không song song với AB . Gọi E, D lần lượt là giao điểm của MN với mặt phẳng (SPC) và mặt phẳng (ABC) . Trong tam giác AMD có bao nhiêu tứ giác?
- A. 3 B. 2 C. 5 D. 4
- Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD . Đường thẳng HG chéo với đường thẳng nào sau đây?
- A. MN . B. CD . C. CN . D. AB .
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình thang $(AD \parallel BC)$. M là trung điểm SC . Mặt phẳng qua AM , song song với BC cắt đường thẳng SD tại Q . Tỉ số $\frac{SQ}{SD}$ bằng
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

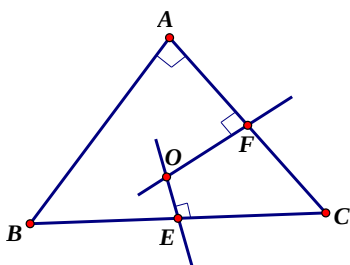
Câu 12. Cho các hình vẽ và các mệnh đề:



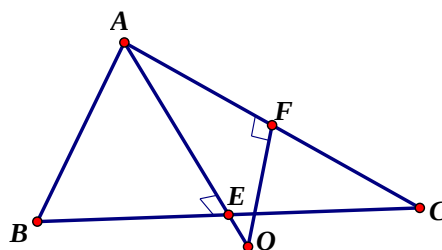
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

(1) : Hình 1 là hình biểu diễn tam giác đều ABC và tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác.

(2): Hình 2 là hình biểu diễn tam giác đều ABC và tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác.

(3): Hình 3 là hình biểu diễn tam giác ABC vuông tại A và tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác.

(4): Hình 4 là hình biểu diễn tam giác ABC cân tại A , có $BAC = 120^\circ$ và tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác.

Các mệnh đề đúng là:

- A. (3), (4). B. (2), (3). C. (1). D. (1), (4).

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Gọi M là điểm bất kì trên BC . Thiết diện của $mp(A'B'M)$ với hình chóp $S.ABCD$ là:

- A. Hình bình hành. B. Hình thang. C. Hình thoi. D. Hình chữ nhật.

Câu 14. Cho hình chóp $SABCD$ với M, N lần lượt là hai điểm lấy trên các cạnh AB, CD . Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SA . Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là:

- A. Hình thang. B. Tam giác. C. Ngũ giác. D. Tứ giác.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác $\triangle ABC$. Hình chiếu song song K của G trên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AD là:

- A. Là điểm bất kì trong tam giác $\triangle BCD$ B. Trọng tâm tam giác $\triangle BCD$
C. Trọng tâm tam giác $\triangle ABC$ D. Là điểm H sao cho $GH \perp (BCD)$

2. Hoạt động 2: (15 phút) Hoạt động luyện tập

Luyện tập về tìm giao tuyến dựa vào định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng và chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

a) Mục tiêu: HS biết tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, biết chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

b) Nội dung:

Bài tập 1:

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB . Lấy điểm M trong đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

a, Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) ;

b, Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh rằng $NG \parallel (SCD)$.

c, Chứng minh rằng $MG \parallel (SCD)$.

c) Sản phẩm: Bài làm của HS

Lời giải:

a, Ta có: $S \in (SAD) \cap (SBC)$

Vì $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \text{ nên theo hệ quả của định lý} \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$

về giao tuyến của ba mặt phẳng ta có:

$$(SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC$$

b, Ta có: $MN \parallel IA \parallel CD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3}$

Vì G là trọng tâm của tam giác SAB nên $\frac{IG}{IS} = \frac{1}{3}$ Do đó: $\frac{IG}{IS} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow GN \parallel SC$

Ta lại có: $SC \subset (SCD)$ nên $GN \parallel (SCD)$

c, Giả sử IM cắt CD tại K $\Rightarrow SK \subset (SCD)$

Vì $MN \parallel CD$ nên ta có: $\frac{IM}{IK} = \frac{IN}{IC} = \frac{1}{3}$. Vì G là trọng tâm của tam giác SAB nên $\frac{IG}{IS} = \frac{1}{3}$

Do đó: $\frac{IM}{IK} = \frac{IG}{IS} = \frac{1}{3} \Rightarrow GM \parallel SK \Rightarrow GM \parallel (SCD)$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV chiếu nội dung bài tập
Thực hiện	- HS suy nghĩ và làm BT - HS lên bảng trình bày lời giải
Báo cáo thảo luận	* Học sinh nhận xét bài làm của bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	-GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức

3. Hoạt động 3: (20 phút) Hoạt động vận dụng

Luyện tập về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng và chứng minh hai mặt phẳng song song

a) Mục tiêu: HS biết tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng; biết chứng minh hai mặt phẳng song song

b) Nội dung:

Bài tập 2:

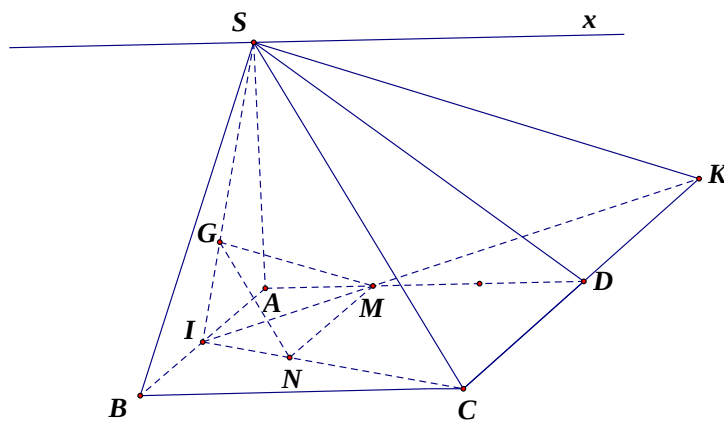
Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M; N là 2 điểm nằm trong đoạn SA sao cho $SM = MN = NA$; gọi P là trung điểm của SD.

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (MBD)

b) Tìm giao điểm của BP và (SAC)

c) Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$; E là điểm đối xứng với A qua G. Chứng minh rằng: $(BNG) \parallel (EMC)$

c) Sản phẩm: Bài giải của HS



a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (MBD)

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} M \in (MBD) \\ M \in SA, SA \subset (SAC) \Rightarrow M \in (SAC) \end{array} \right\} \Rightarrow M \in (SAC) \cap (MBD) \quad (1)$$

Mặt khác $O = AC \cap BD$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} O \in AC, AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (MBD) \Rightarrow O \in (MBD) \end{array} \right\} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (MBD) = MO$

b) Tìm giao điểm của BP và (SAC)

Trong (SBD) gọi $I = SO \cap BP$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I \in SO, SO \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \\ I \in BP \end{array} \right\} \Rightarrow BP \cap (SAC) = I$$

c) Gọi E là điểm đối xứng với A qua G. Chứng minh $(BNG) // (EMC)$

Gọi K là trung điểm của BC, do E đối xứng với A qua G nên ta có

$AG = GE = 2GK$ suy ra K là trung điểm của GE do vậy tứ giác BGCE là hình bình hành
 $\Rightarrow BG // EC, EC \subset (EMC) \Rightarrow BG // (EMC) \quad (1)$

Mặt khác N là trung điểm của AM, G là trung điểm của AE suy ra NG là đường trung bình của $\triangle AME$
 $\Rightarrow NG // ME, ME \subset (EMC) \Rightarrow NG // (EMC) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $(BNG) // (MEC)$

e) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV chiếu nội dung bài tập
Thực hiện	- HS suy nghĩ và làm BT - HS lên bảng trình bày lời giải
Báo cáo thảo luận	* Học sinh nhận xét bài làm của bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	-GV nhận xét các câu trả lời của HS, chuẩn hóa kiến thức

KẾ HOẠCH BÀI DẠY
HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM
TÊN CHỦ ĐỀ/BÀI HỌC: LỰC CĂNG MẶT NGOÀI CỦA NƯỚC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán – 11

Thời gian thực hiện: 2 tiết

Tiết PPCT: 51 52

I. Mục tiêu

1. Kiến thức và kỹ năng

- Thực hiện được hoạt động thu thập số liệu ghép nhóm khi việc thu thập được chính xác số liệu có thể khó khăn.
- So sánh số trung bình của hai mẫu số liệu ghép nhóm như là đại diện của hai mẫu số liệu để rút ra một số kết luận

2. Về năng lực Bài học góp phần phát triển những phẩm chất và năng lực sau cho hs

Năng lực	YCCĐ
NĂNG LỰC ĐẶC THÙ	
Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học	Quy vấn đề thực tế trở thành một vấn đề của toán học. Giải quyết được các bài toán đó. Bước đầu rèn luyện năng lực giải quyết các vấn đề thông qua các bài toán thực tế. Rèn luyện năng lực sử dụng công cụ thống kê để giải quyết bài toán thực tiễn.
Năng lực giao tiếp toán học	Thông qua việc mô hình hoá toán học, Hs đc rèn năng lực giao tiếp toán học.
NĂNG LỰC CHUNG	
Năng lực tự chủ và tự học	Chủ động tìm hiểu bản chất toán học của vấn đề thực tế đang quan tâm. Từ đó có định hướng để giải quyết vấn đề.
Năng lực giao tiếp và hợp tác	Tương tác tích cực với các thành viên trong nhóm. Từ đó bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho học sinh.

3. Phẩm chất

Trách nhiệm	Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm
-------------	---

	vụ.
Nhân ái, chăm chỉ, trung thực	Có ý thức tôn trọng các thành viên trong nhóm khi hợp tác. Chăm chỉ, trung thực khi thực hiện các cv của nhóm.

II. Thiết bị dạy học và học liệu :

1. HS chuẩn bị: Cốc thìa, ống hút; Giấy bóng kính có đường kẻ cm...
2. GV Chuẩn bị: dụng cụ thí nghiệm, phiếu học tập, giấy A0

III. Tiến trình dạy học:

Tiết 1

1. Hoạt động 1: Xác định vấn đề

a) Mục tiêu: Tạo được sự tò mò, gây hứng thú cho HS, HS mong muốn, hào hứng được bắt đầu các công việc .

b) Nội dung:

+) GV: Nước cũng như các chất lỏng đều có lực căng bề mặt hình thành do sự tương tác giữa các phân tử của chất lỏng. Sẽ rất khó để thổi bong bóng từ nước do lực căng bề mặt của nước lớn. Tuy nhiên, nếu pha thêm xà phòng vào nước việc này sẽ được thực hiện do xà phòng làm giảm lực này của nước. Lực càng yếu bong bóng càng lớn.

Trong bài trải nghiệm này chúng ta sẽ xem xét ảnh hưởng của nhiệt độ tới lực căng bề mặt ngoài của nước xà phòng thông qua việc so sánh đường kính bong bóng thổi từ dung dịch xà phòng ở nhiệt độ khác nhau.



+) GV: Chia lớp thành 6 nhóm chuẩn bị cho hoạt động tiếp theo.

Hoạt động 2: Thu thập dữ liệu

Hoạt động 2.1: Thực hành thí nghiệm, đo đạc số liệu.

- Mục tiêu:** Thu thập dữ liệu đường kính bong bóng ứng với hai dung dịch xà phòng ở nhiệt độ khác nhau.
- Nội dung:** Thực hiện thí nghiệm nước pha với xà phòng ở nhiệt độ thường; và thí nghiệm pha xà phòng với nước nóng.
 - Bước 1. Pha xà phòng vào nước ở nhiệt độ phòng
 - Bước 2. Đặt tờ giấy kẻ ô li xuống dưới tấm nhựa
 - Bước 3. Dùng thìa múc một lượng nước xà phòng đổ lên trên tấm nhựa
 - Bước 4. Dùng ống hút thổi bóng đến khi bóng vỡ

- **Bước 5. Xác định đường kính bong bóng**
- **Bước 6. Lưu kết quả đo vào bảng theo mẫu sau:**

c) Sản phẩm:

Các nhóm ghi kết quả vào bảng:

Đường kính bong bóng (cm)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20)	[20; 22]
Kết quả (đánh dấu /)		/	///							

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao nhóm 1, 3,5 thực hiện thí nghiệm nước pha với xà phòng ở nhiệt độ thường; nhóm 2, 4,6 thực hiện thí nghiệm pha nước nóng với xà phòng.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và phân công nhau thực hành, quan sát, ghi ra kết quả của nhóm vào mẫu.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức.

Hoạt động 2.2: Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thí nghiệm thu được.

a) Mục tiêu:

- Giúp HS làm quen với cách thu thập dữ liệu.

b) Nội dung:

Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thí nghiệm thu được ở các nhóm theo mẫu sau:

Đường kính bóng bóng (cm)		[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20)	[20; 22]
Tần số	Nhóm 1										
	Nhóm 2										

c) Sản phẩm:

Bảng số liệu của các nhóm.

d) Tổ chức thực hiện: PP đàm thoại – gợi mở, đánh giá bằng PP hỏi đáp,chăm vờ.

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao nhóm 1, 3,5 thực hiện điền kết quả thí nghiệm nước pha với xà phòng ở nhiệt độ thường, nhóm 2, 4,6 thực hiện thí nghiệm pha nước nóng với xà phòng.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ tổng hợp dữ liệu.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức.

3. Hoạt động 3: Tính và so sánh số trung bình, trung vị, mốt của mẫu dữ liệu

a) **Mục tiêu:** Học sinh tính được số trung bình, trung vị, mốt của mẫu dữ liệu.

b) **Nội dung:**

Dựa vào Bảng 2, hãy tính và so sánh số trung bình, trung vị, mốt của mẫu dữ liệu thu được về đường kính bong bóng của các nhóm.

c) **Sản phẩm:**

Kết quả tính toán của các nhóm.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao các nhóm tính số trung bình, trung vị, mốt của mẫu dữ liệu thu được.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và phân công nhau tìm hiểu, tính toán; thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập.

a) **Mục tiêu:** Học sinh ôn lại kiến thức đã học, vận dụng vào làm bài tập .

b) **Nội dung:** Các bạn học sinh lớp 11B đã thực hiện thí nghiệm và thu được bảng kết quả sau:

	Đường kính bong bóng (cm)							
	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20]
Nhóm 2			/	//	/	//// ///	//// III	//
Nhóm 1	/	/	//// ///	//// ///	////	////	/	

- a) **Hãy thực hiện HĐ2 và HĐ3 dựa vào bảng kết quả thí nghiệm trên, Từ đó rút ra kết luận về ảnh hưởng của nhiệt độ lên sức căng bề mặt của nước xà phòng.**
- b) **Tại sao giặt quần áo bằng nước ấm (với nhiệt độ thích hợp với chất liệu vải) sẽ làm sạch dễ dàng và nhanh chóng hơn?**

c) Sản phẩm:

Lời giải:

- a) • Bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thí nghiệm trên là:

	Đường kính bong bóng (cm)							
	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20]
Nhóm 2	0	0	1	2	1	8	8	2
Nhóm 1	1	1	9	9	4	4	1	0

- Tính các số đặc trưng:

+) Trong mỗi khoảng đường kính, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

	Đường kính bong bóng (cm)							
	5	7	9	11	13	15	17	19
Nhóm 2	0	0	1	2	1	8	8	2
Nhóm 1	1	1	9	9	4	4	1	0

Tổng số lần thí nghiệm của nhóm 1 là $n_1 = 1+1+9+9+4+4+1 = 29$.

Đường kính bong bóng trung bình của nhóm 1 là

$$\bar{x}_1 = \frac{1,5+1,7+9,9+9,11+4,13+4,15+1,17}{29} \approx 11,07(cm).$$

Tổng số lần thí nghiệm của nhóm 2 là $n = 1 + 1 + 9 + 9 + 4 + 4 + 1 = 29$.

Đường kính bong bóng trung bình của nhóm 1 là

$$\bar{x}_2 = \frac{1,9+2,11+1,13+8,15+8,17+2,19}{22} \approx 15,36(cm).$$

+) Cỡ mẫu của nhóm 1 là $n_1 = 29$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{29}$ là đường kính bong bóng của 29 lần thí nghiệm và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó trung vị là x_{15} . Do giá trị x_{15} thuộc nhóm $[10;12)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó,

$$p = 4; a_4 = 10; m_4 = 9; m_1 + m_2 + m_3 = 1 + 1 + 9 = 11; a_5 - a_4 = 12 - 10 = 2. \text{ Và ta có: } M_{e1} = 10 + \frac{\frac{29}{2} - 11}{9} \cdot 2 \approx 10,78.$$

+) Cỡ mẫu của nhóm 2 là $n_1 = 22$.

Gọi $x'_1, x'_2, \dots, x'_{22}$ là đường kính bong bóng của 29 lần thí nghiệm và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó trung vị là $\frac{x'_{11} + x'_{12}}{2}$. Do 2 giá trị x'_{11}, x'_{12} thuộc nhóm $[14;16)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p' = 6; a'_6 = 14; m'_6 = 8; m'_1 + m'_2 + m'_3 + m'_4 + m'_5 = 1 + 2 + 1 = 4; a'_7 - a'_6 = 16 - 14 = 2$. Và ta có:

$$M_{e2} = 14 + \frac{\frac{22}{2} - 4}{8} \cdot 2 = 15,75.$$

+) Tần số lớn nhất của nhóm 1 là 9 nên nhóm chứa một là các nhóm $[8;10), [10;12)$. Ta có:

$$M_{o1} = 8 + \frac{9-1}{(9-1)+(9-9)} \cdot 2 = 10; M'_{o1} = 10 + \frac{9-9}{(9-9)+(9-4)} \cdot 2 = 10.$$

Vậy nhóm 1 có một là $M_{o1} = 10$.

+) Tần số lớn nhất của nhóm 2 là 8 nên nhóm chứa một là các nhóm $[14;16), [16;18)$. Ta có:

$$M_{o2} = 14 + \frac{8-1}{(8-1)+(8-8)} \cdot 2 = 16; M'_{o2} = 16 + \frac{8-8}{(8-8)+(8-2)} \cdot 2 = 16.$$

Vậy nhóm 2 có một là $M_{o2} = 16$.

Từ các kết quả đã tính ở trên ta thấy $\bar{x}_1 < \bar{x}_2, M_{e1} < M_{e2}, M_{o1} < M_{o2}$, tức là số trung bình, trung vị, một của mẫu số liệu nhóm 1 đều nhỏ hơn của nhóm 2. Điều này có nghĩa là đường kính bong bóng ở thí nghiệm 2 lớn hơn so với thí nghiệm 1. Mà lực căng bề mặt của nước càng yếu thì bong bóng càng lớn, do đó khi thực hiện thí

thí nghiệm 2 với nhiệt độ cao hơn thí nghiệm 1, nhiệt độ đã tác động lên sức căng bề mặt của nước xà phòng, làm cho lực căng này giảm xuống.

b) Từ kết luận ở câu a, ta thấy nước ấm hòa tan xà phòng tốt hơn, làm giảm đáng kể lực căng bề mặt của nước, nên nước xà phòng dễ thấm vào các sợi vải, hiệu quả giặt tẩy sẽ được tăng cường hơn. Đặc biệt, khi ngâm vải trong nước ấm, những sợi vải sẽ giãn nở và vết bẩn bám trên các loại vải sẽ dễ dàng bị đánh bật và làm sạch hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV chia lớp thành 4 nhóm, yêu cầu HS thảo luận và trình bày lời giải ra phiếu..
- Giáo viên gọi đại diện nhóm lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm.
- Giáo viên chốt lại kết quả chính xác.

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

TÊN CHỦ ĐỀ/BÀI HỌC: MỘT VÀI ÁP DỤNG CỦA TOÁN HỌC TRONG TÀI CHÍNH

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán – 11

Thời gian thực hiện: 2 tiết

Tiết PPCT: 53 54

I. Mục tiêu

1. Kiến thức và kỹ năng

+) HS biết vận dụng kiến thức toán học, cụ thể là công thức lãi kép và công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân, để giải quyết một số vấn đề tài chính thường gặp trong cuộc sống như bài toán gửi tiết kiệm tích lũy, bài toán vay trả góp.

2. Về năng lực Bài học góp phần phát triển những phẩm chất và năng lực sau cho hs

Năng lực	YCCĐ
NĂNG LỰC ĐẶC THÙ	
Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học	Quy vấn đề thực tế trở thành một vấn đề của toán học. Giải quyết được các bài toán đó. Bước đầu rèn luyện năng lực giải quyết các vấn đề thông qua các bài toán thực tế.
Năng lực giao tiếp toán học	Thông qua việc mô hình hoá toán học, Hs đc rèn năng lực giao tiếp toán học.
NĂNG LỰC CHUNG	
Năng lực tự chủ và tự học	Chủ động tìm hiểu bản chất toán học của vấn đề thực tế đang quan tâm. Từ đó có định hướng để giải quyết vấn đề.
Năng lực giao tiếp và hợp tác	Tương tác tích cực với các thành viên trong nhóm. Từ đó bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho học sinh.

3. Phẩm chất

Trách nhiệm	Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.
Nhân ái, chăm chỉ,	Có ý thức tôn trọng các thành viên trong nhóm khi hợp tác.

trung thực	Chăm chỉ, trung thực khi thực hiện các cv của nhóm.
------------	---

II. Thiết bị dạy học và học liệu :

2. HS chuẩn bị máy tính cầm tay.
3. GV tìm hiểu bảng lãi suất gửi tiết kiệm tích lũy, bảng lãi suất vay trả góp của một số ngân hàng tại thời điểm thực hiện bài dài dạy. Chuẩn bị: Máy chiếu, phiếu học tập, giấy màu, giấy A0, bút lông, kéo....

III. Tiến trình dạy học:

Tiết 1

1. Hoạt động 1: Xác định vấn đề

a) Mục tiêu: GV giới thiệu về nội dung của từng tiết học. Tạo được sự tò mò, gây hứng thú cho HS, HS mong muốn, hào hứng được bắt đầu các công việc .

b) Nội dung:

+) GV: Nếu gửi đều đặn 5 triệu đồng mỗi tháng vào một tài khoản tích lũy có lãi suất 6% một năm, thì giá trị tài khoản của bạn sẽ là bao nhiêu vào cuối năm thứ 5?

Ngược lại, nếu vay 1 tỉ đồng để mua nhà với lãi suất 9% một năm, thì số tiền bạn phải trả hằng tháng là bao nhiêu để có thể trả hết khoản vay này trong 10 năm?

+) GV: Chia lớp thành 6 nhóm, phát phiếu học tập cho hs

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức

Hoạt động 2.1: Số tiền của một niên kim.

d) Mục tiêu: Giúp HS làm quen với cách xây dựng công thức tính số tiền của một niên kim qua trường hợp cụ thể.

b) Nội dung: Bác Lan gửi đều đặn 10 triệu đồng vào ngày đầu mỗi tháng trong vòng 5 năm vào một tài khoản tích lũy hưởng lãi suất 6% mỗi năm, theo hình thức tính lãi kép hằng tháng.

- Tính số tiền có trong tài khoản vào cuối kì thứ nhất, cuối kì thứ hai.
- Tính số tiền có trong tài khoản vào cuối kì thứ n .
- Tính số tiền có trong tài khoản ngay sau lần thanh toán cuối cùng.

c) Sản phẩm:

Đầu mỗi tháng khách hàng gửi vào ngân hàng số tiền A đồng, với lãi kép $r\%/tháng$ thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$) (nhận tiền cuối tháng, khi ngân hàng đã tính lãi) là S_n .

Ý tưởng hình thành công thức:

+ Cuối tháng thứ nhất, khi ngân hàng đã tính lãi thì số tiền có được là

$$S_1 = A(1+r) = \frac{A}{r}[(1+r)^1 - 1](1+r)$$

+ Đầu tháng thứ hai, khi đã gửi thêm số tiền đồng thì số tiền là

$$T_1 = A(1+r) + A = A[(1+r) + 1] = A \frac{[(1+r)^2 - 1]}{(1+r) - 1} = \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1]$$

+ Cuối tháng thứ hai, khi ngân hàng đã tính lãi thì số tiền có được là

$$S_2 = \frac{A}{r}[(1+r)^2 - 1](1+r)$$

$$+ \text{Từ đó ta có công thức tổng quát: } S_n = \frac{A}{r}[(1+r)^n - 1](1+r) = \frac{A}{r}[(1+r)^{n+1} - (1+r)] \quad (1)$$

Lời giải:

a) Ta có: 5 năm = 60 tháng.

Lãi suất theo tháng là 0,5%.

Số tiền có trong tài khoản vào cuối kì thứ nhất là

$$A_1 = 10 + 10 \cdot 0,5\% = 10 \cdot (1 + 0,5\%) = 10,05 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền có trong tài khoản vào cuối kì thứ hai là

$$\begin{aligned} A_2 &= [10 \cdot (1 + 0,5\%) + 10] + [10 \cdot (1 + 0,5\%) + 10] \cdot 0,5\% \\ &= [10 \cdot (1 + 0,5\%) + 10](1 + 0,5\%) = 10 \cdot (1 + 0,5\%)^2 + 10 \cdot (1 + 0,5\%) \\ &= 20,15025 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

b) Tiếp tục làm như trên ta thấy số tiền có trong tài khoản vào cuối kì thứ n là

$$A_n = 10 \cdot (1 + 0,5\%)^n + 10 \cdot (1 + 0,5\%)^{n-1} + \dots + 10 \cdot (1 + 0,5\%) \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Số tiền có trong tài khoản ngay sau lần thanh toán cuối cùng là

$$\begin{aligned} A &= A_{59} + 10 = [10 \cdot (1 + 0,5\%)^{59} + 10 \cdot (1 + 0,5\%)^{58} + \dots + 10 \cdot (1 + 0,5\%)] + 10 \\ &= 10 + 10 \cdot (1 + 0,5\%) + 10 \cdot (1 + 0,5\%)^2 + \dots + 10 \cdot (1 + 0,5\%)^{59} \end{aligned}$$

Đây là tổng của 60 số hạng đầu của một cấp số nhân với số hạng đầu tiên $a = 10$ và công bội $q = 1 + 0,5\%$, nên ta có:

$A=10.1-(1+0,5\%)601-(1+0,5\%)=10.(1+0,5\%)60-10,5\%10.1-1+0,5\%601-1+0,5\%=10.1+0,5\%60-10,5\% \approx 697,7$ (triệu đồng).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao nhóm 1, 4 thực hiện ý a, nhóm 2, 5 thực hiện ý b, nhóm 3,6 thực hiện ý c.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và phân công nhau tìm hiểu, tính toán; thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức. Chú ý: Từ công thức (1) ta có thể tính được:

$$n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n \cdot r}{A(1+r)} + 1 \right) \quad (2); \quad A = \frac{S_n \cdot r}{(1+r) \cdot [(1+r)^n - 1]} \quad (3)$$

Hoạt động 2.2: Giá trị hiện tại của một niên kim.

a) Mục tiêu:

- Giúp HS làm quen với cách xây dựng công thức tính số tiền hiện tại của một niên kim, qua một trường hợp cụ thể.

b) Nội dung:

Giả sử một người gửi tiết kiệm với lãi suất không đổi 6% một năm, theo hình thức tính lãi kép hằng quý.

a) Tính lãi suất / trong mỗi quý và số khoảng thời gian tính lãi trong vòng 5 năm.

b) Giả sử sau 5 năm người đó nhận được số tiền 100 triệu đồng cả vốn lẫn lãi. Tính giá trị hiện tại của số tiền 100 triệu đồng đó.

c) Sản phẩm:

a) Một năm có 4 quý nên lãi suất trong mỗi quý là $i = 6\% : 4 = 1,5\%$.

Số khoảng thời gian tính lãi trong vòng 5 năm là $5 \cdot 4 = 20$.

b) Giá trị hiện tại của số tiền 100 triệu đồng đó là

$$A_p = 100 \cdot (1 + 1,5\%)^{-20} \approx 74,25 \text{ (triệu đồng)}.$$

Kết quả thực hiện của học sinh được ghi vào vở.

d) **Tổ chức thực hiện:** PP đàm thoại – gợi mở, đánh giá bằng PP hỏi đáp, chấm vở.

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao nhóm 1, 3,5 thực hiện ý a, nhóm 2, 4,6 thực hiện ý b.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và phân công nhau tìm hiểu, tính toán; thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức.

Tiết 2

3.Hoạt động 3: Mua trả góp

a) Mục tiêu: Giúp học sinh làm quen với cách tính giá trị hiện tại của một khoản vay trả góp, qua một trường hợp cụ thể.

b) Nội dung:

Anh Hưng muốn mua một chiếc xe ô tô theo hình thức trả góp để chạy xe dịch vụ. Anh ấy có thể trả dần 10 triệu đồng mỗi tháng nhưng không có tiền trả trước. Nếu anh Hưng có thể thực hiện các khoản thanh toán này trong vòng 5 năm và lãi suất là 10% một năm, thì hiện tại anh ấy có thể mua được chiếc xe ô tô với mức giá nào?

c) Sản phẩm:

Lời giải:

Ta có: 5 năm = 60 tháng, suy ra $n = 60$.

Lãi suất hằng tháng là $i = 5\%$.

Số tiền trả dần hằng tháng là $R = 10$ (triệu đồng).

Anh Hưng có thể mua xe ô tô với mức giá là

$$A_p = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 10 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{5}{6}\%\right)^{-60}}{\frac{5}{6}\%} \approx 470,65 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy hiện tại anh Hưng có thể mua được chiếc xe ô tô với giá khoảng 470,65 triệu đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV giao nhóm 1, 3, 5 thực hiện ý a, nhóm 2, 4, 6 thực hiện ý b.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và phân công nhau tìm hiểu, tính toán; thống nhất trong nhóm để ghi ra kết quả của nhóm vào tờ A0.
- Giáo viên đi đến các nhóm quan sát các nhóm hoạt động, hướng dẫn, đặt câu hỏi gợi ý cho các nhóm khi cần thiết.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập tại vị trí của nhóm và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm: Quan sát hoạt động của các nhóm và đánh giá thông qua bảng kiểm.

Bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Tự giác, chủ động trong hoạt động nhóm			Giao tiếp
Bố trí thời gian hợp lí			
Hoàn thành hoạt động nhóm đúng hạn			
Thảo luận và đóng góp ý kiến của các thành viên			

Giáo viên chốt kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập.

a) Mục tiêu: Học sinh ôn lại kiến thức đã học, vận dụng vào làm bài tập .

b) Nội dung:

Bài 1. Anh Bình cần đầu tư bao nhiêu tiền hằng tháng với lãi suất 6% mỗi năm, theo hình thức tính lãi kép hằng tháng, để có 200 triệu đồng sau hai năm?

Bài 2. Một người trúng xổ số giải đặc biệt với trị giá 5 tỉ đồng và số tiền trúng thưởng sẽ được trả dần hằng năm, mỗi năm 500 triệu đồng trong vòng 10 năm. Giá trị hiện tại của giải đặc biệt này là bao nhiêu? Giả sử người đó có thể tìm được hình thức đầu tư với lãi suất 8% mỗi năm, tính lãi kép hằng năm.

Bài 3. Một cặp vợ chồng trẻ vay ngân hàng 1 tỉ đồng với lãi suất 9% một năm để mua nhà. Họ dự định sẽ trả góp hằng tháng trong vòng 10 năm để hoàn trả khoản vay này. Hỏi mỗi tháng họ sẽ phải trả cho ngân hàng bao nhiêu tiền?

c) Sản phẩm:

Lời giải:

Bài 1. Gọi R (triệu đồng) là số tiền anh Bình cần đầu tư hằng tháng.

Ta có: 2 năm = 24 tháng. Suy ra $n = 24$.

Lãi suất theo tháng là 0,5%, suy ra $i = 0,5\%$.

Ta có $A_f = 200$ (triệu đồng).

Từ công thức $A_f = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$, ta suy ra $R = \frac{A_f \cdot i}{(1+i)^n - 1}$, thay số ta được:

$$R = \frac{200 \cdot 0,5\%}{(1+0,5\%)^{24} - 1} = 7,864122051... \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy anh Bình cần đầu tư mỗi tháng khoảng 7,865 triệu đồng hay 7 865 000 đồng mỗi tháng để có 200 triệu đồng sau 2 năm.

(Thà dư chứ không để thiếu nên số tiền mỗi tháng anh Bình cần đầu tư phải lớn hơn R mà ta tìm được).

Bài 2. Mỗi năm thanh toán 500 triệu đồng trong vòng 10 năm, tức là khoản thanh toán đều đặn bằng nhau và bằng 500 triệu đồng hay $R = 500$ (triệu đồng) và số khoản thanh toán là $n = 10$ (năm).

Lãi suất 8% mỗi năm hay $i = 8\%$.

Giá trị hiện tại của giải đặc biệt trên là

$$A_p = R \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = 500 \cdot \frac{1 - (1 + 8\%)^{-10}}{8\%} \approx 3355,0407$$

Lãi kép là: $500 - 3355,0407 = 1644,9593$ (triệu đồng).

Bài 3. Ta có: 10 năm = 120 tháng, suy ra $n = 120$.

Lãi suất hàng tháng là $i = 0,75\%$.

Số tiền vay là $A_p = 1$ tỉ đồng = 1 000 triệu đồng.

Số tiền mỗi tháng họ sẽ phải trả cho ngân hàng là

$$R = \frac{i \cdot A_p}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{0,75\% \cdot 1000}{1 - (1 + 0,75\%)^{-120}} \approx 12,67 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy mỗi tháng họ phải trả cho ngân hàng khoảng 12,67 triệu đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- GV chia lớp thành 4 nhóm, yêu cầu HS thảo luận và trình bày lời giải ra phiếu..
- Giáo viên gọi đại diện nhóm lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS thảo luận và thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: HS treo phiếu học tập và báo cáo.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét các nhóm.
- Giáo viên chốt lại kết quả chính xác.