

SỞ GD&ĐT TP ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG THPT ĐỖ ĐĂNG TUYẾN
GV: HUỖNH VĂN TOÀN
TỔ: TOÁN - TIN

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

Thời gian thực hiện: 2 tiết

TIẾT PPCT: 11-12 BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Ôn tập kĩ năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng để giải quyết các bài toán thực tế.
- Ôn tập kĩ năng vận dụng các kiến thức về công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli để giải quyết các bài toán trong thực tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà), ...

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập,...

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong Chuyên đề 1.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

+ Tiết 1. Luyện tập Chuyên đề 1.

+ Tiết 2. Luyện tập Chuyên đề 1 (tiếp theo).

TIẾT 1. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (20 phút) – HS làm theo nhóm bốn vào phiếu học tập, sau 15 phút GV gọi đại diện các nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện nội dung phiếu học tập số 1 theo nhóm.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố khả năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán. Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.13 và 1.14. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.13 (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.13. + GV cho HS hoạt cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.13 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.14. (12 phút)		+ Mục đích của hoạt động này là giúp

– GV tổ chức cho HS làm Bài 1.14. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.14 và ghi bài.	HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	-------------------------------	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.
- Giao cho HS đọc trước các bài tập từ 1.15 đến 1.17.

TIẾT 2. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1 (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (7 phút) – HS thực hiện cá nhân phiếu học tập số 2, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 1.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc và biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Luyện tập sử dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.15, 1.16 và 1.17. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.15 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.15 SGK. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 2	– HS làm bài 1.15 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán.

nhóm HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.16 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.16 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 1.16 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.17 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.17 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 1.17 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được các công thức tính xác suất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. – Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.18.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Đại lượng nào sau đây là biến ngẫu nhiên rời rạc?

- A.** Chiều cao của cây xanh. **B.** Số vụ tai nạn giao thông trong một ngày.
C. Cân nặng một người. **D.** Nồng độ oxi trong bầu khí quyển.

Câu 2. Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X biểu thị số chấm xuất hiện khi tung một xúc xắc đồng chất là

- A.** $E(X) = 3,5$. **B.** $E(X) = 4$. **C.** $E(X) = 3$. **D.** $E(X) = 4,5$.

Câu 3. Tính phương sai của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận động đất xảy ra ở một quốc gia trong một năm với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3
---	---	---	---	---

P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
-----	---------------	---------------	---------------	---------------

A. $\frac{153}{140}$

B. $\frac{162}{143}$

C. $\frac{155}{144}$

D. $\frac{155}{133}$

Câu 4. Tính độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận thua của một đội bóng trong một tháng với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

A. 1,0235.

B. 1,0897.

C. 1,8854.

D. 1,0328.

Câu 5. Tung một xúc xắc đồng chất 6 lần, xác suất tung được mặt 2 chấm 2 lần là

A. $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

B. $C_4^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

C. $C_6^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$.

D. $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

Câu 6. Bạn An làm 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu gồm 4 lựa chọn và một đáp án chính xác, xác suất bạn An làm đúng 7 câu là

A. $C_{10}^3 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

B. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

C. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

D. $C_7^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

Câu 7. Một nhà khoa học gieo 20 hạt giống một giống lúa với xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,4. Xác suất có ít nhất 18 hạt nảy mầm là

A. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6)$.

B. $C_{20}^{18} (0,4)^2 (0,6)^3$.

C. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.

D. $C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.

Câu 8. Một vận động viên bắn cung thực hiện 9 lần bắn, biết xác suất bắn trúng bia mỗi lần bắn là 0,9. Xác suất để vận động viên đó bắn trúng bia ít nhất 8 lần là

A. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

B. $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

C. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

D.

$C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$.

Câu 9. Xác suất một người mắc bệnh A là 40% . Khám 4 người bất kì, xác suất để có nhiều nhất 3 người mắc bệnh là

- A.** 0,9744. **B.** 0,0256. **C.** 0,1536. **D.** 0,8464.

Câu 10. Trong một chiếc hộp có 5 quả bóng gồm 3 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh, một người bốc ra một quả bóng và đặt lại vào hộp, sau đó bốc tiếp quả bóng khác. Xác suất người đó bốc được ít nhất một quả bóng màu đỏ là

- A.** 0,94. **B.** 0,84. **C.** 0,72. **D.** 0,64.

B. Nối các ô ở cột trái với các ô ở cột phải để được một mệnh đề đúng.

Cho biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố xác suất như sau, đặt $\mu = E(X)$.

X	x_1	x_2		x_k
P	p_1	p_2		p_k

Khi đó, $E[X], V[X], \sigma[X]$ được tính như thế nào?

$E[X] =$	$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_k x_k$
$V[X] =$	$\frac{(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k}{\sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k}}$
$\sigma[X] =$	

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Điền từ còn thiếu vào chỗ trống.

A. Biến ngẫu nhiên rời rạc

Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{12}{35}$		$\frac{1}{35}$

ĐA: $\frac{1}{35}$

Kì vọng $E(X) = \dots\dots\dots$ (ĐA: $\frac{141}{35}$)

Phương sai $V(X) = \dots\dots\dots$ (ĐA: 1,7183)

Độ lệch chuẩn $\sigma(X) = \dots\dots\dots$ (ĐA: 1,3109)

B. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức

Cho T là một phép thử và E là một biến cố liên quan tới phép thử T .

Ta thực hiện phép thử T lặp lại n lần một cách độc lập. Ở mỗi lần thực hiện phép thử T , biến cố E có xác suất xuất hiện bằng p , $P(E) = p$. Gọi X là số lần xuất hiện biến cố E trong n lần thực hiện lặp lại phép thử T . Khi đó $X \sim \dots\dots\dots$ (ĐA: $B(n, p)$).

Kì vọng của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots$ (ĐA: np).

Phương sai của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots$ (ĐA: $np(1-p)$).

Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots$ (ĐA: $\sqrt{np(1-p)}$).

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

Bài 1.13. X nhận các giá trị $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Kết quả của ba lần rút thẻ là (a, b, c) trong đó $a, b, c \in \{0, 1, 2\}$. Vậy số kết quả có thể của ba lần rút thẻ là 27.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 0$) là $(0, 0, 0)$. Do đó $P(X = 0) = \frac{1}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 1$) là $(0, 0, 1)$; $(1, 0, 0)$ và $(0, 1, 0)$. Vậy $P(X = 1) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 2$) là $(0, 0, 2)$, $(0, 2, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$. Vậy $P(X = 2) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 3$) là $(0, 1, 2)$; $(0, 2, 1)$ $(1, 0, 2)$, $(1, 2, 0)$, $(2, 0, 1)$ $(2, 1, 0)$ và $(1, 1, 1)$.
Vậy $P(X = 3) = \frac{7}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 4$) là $(2, 2, 0)$; $(0, 2, 2)$; $(2, 0, 2)$; $(1, 1, 2)$; $(1, 2, 1)$ và $(2, 1, 1)$. Vậy $P(X = 4) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 5$) là (2, 2, 1); (1, 2, 2) và (2, 1, 2). Vậy $P(X = 5) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 6$) là (2, 2, 2). Do đó $P(X = 6) = \frac{1}{27}$.

Bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$

Bài 1.14. – Gọi U là số bi trắng Minh rút được từ túi I. U có phân bố Bernoulli, $U \sim \text{Ber}(0, 5)$.

Bảng phân bố xác suất của U là

U	0	1
P	0,5	0,5

Ta có $P(U = 1) = 0,5$, $P(U = 0) = 0,5$.

Gọi V là số bi trắng Minh rút được từ túi II và túi III. Vì túi II và III mỗi túi có chứa số viên bi trắng và số viên bi đen như nhau nên Minh đã thực hiện phép thử lặp với $n = 2$, $p = \frac{2}{10} = 0,2$. Vậy $V \sim B(2; 0,2)$

. Từ đó ta có bảng phân bố xác suất của V là

V	0	1	2
P	0,64	0,32	0,04

Ta có $X = U + V$, sử dụng công thức cộng và công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(X = 0) = P(U = 0, V = 0) = P(U = 0)P(V = 0) = (0,5)(0,64) = 0,32.$$

$$P(X = 1) = P(U = 0, V = 1) + P(U = 1, V = 0) = P(U = 0)P(V = 1) + P(U = 1)P(V = 0)$$

$$= (0,5)(0,32) + (0,5)(0,64) = 0,48.$$

$$P(X = 2) = P(U = 0, V = 2) + P(U = 1, V = 1) + P(U = 1, V = 0)$$

$$= P(U = 0)P(V = 2) + P(U = 1)P(V = 1) + P(U = 1)P(V = 0)$$

$$= (0,5)(0,04) + (0,5)(0,32) + (0,5)(0,64) = 0,18.$$

$$P(X = 3) = P(U = 1, V = 2) = P(U = 1)P(V = 2) = (0,5)(0,04) = 0,02.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
P	0,32	0,48	0,18	0,02

b) Phản chứng: Giả sử $X \sim B(n; p)$. Khi đó $n = 3$. Ta có $P(X = 3) = p^3 = 0,02$. (1)

$$P(X = 2) = C_3^2 p^2 (1 - p) = 3p^2 - 3p^3 = 0,18$$

$$\Rightarrow 3p^2 = 3p^3 + 0,18 = 3(0,02) + 0,18 = 0,24 \Rightarrow p^2 = 0,08. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $p = \frac{0,02}{0,08} = 0,25 \Rightarrow p^2 = 0,0625$. Mâu thuẫn với (2).

Vậy X không phải là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.

Bài 1.15. a) Nếu ở vòng 1 An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 1.

i) Nếu trả lời sai An được 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây. Vậy $P(X_1 = 0) = P(\overline{E_1}) = 1 - p_1$.

ii) Nếu trả lời đúng An nhận V_1 điểm và An được đi tiếp vòng 2 bốc ngẫu nhiên một câu hỏi loại 2.

Gọi E_1 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 1”. E_2 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 2”.

Nếu trả lời sai câu hỏi loại 2 này, An nhận 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và An được $V_1 + 0 = V_1$ điểm.

Theo giả thiết $E_1, \overline{E_2}$ là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có $P(X_1 = V_1)$.

Nếu trả lời đúng câu hỏi loại 2 này Minh nhận V_2 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và Minh được $V_1 + V_2$ điểm.

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(X_1 = V_1) = P(E_1 \overline{E_2}) = P(E_1)P(\overline{E_2}) = p_1(1 - p_2).$$

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có

$$P(X_1 = V_1 + V_2) = P(E_1 E_2) = P(E_1)P(E_2) = p_1 p_2.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X_1 là:

X_1	0	V_1	$V_1 + V_2$
P	$1 - p_1$	$p_1(1 - p_2)$	$p_1 p_2$

$$E(X_1) = V_1 p_1(1 - p_2) + (V_1 + V_2) p_1 p_2.$$

b) Nếu An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 2 trước.

Lập luận tương tự như trên ta có bảng phân bố xác suất của X_2 là

X_1	0	V_2	$V_1 + V_2$
P	$1 - p_2$	$p_2(1 - p_1)$	$p_1 p_2$

$$E(X_2) = V_2 p_2 (1 - p_1) + (V_1 + V_2) p_1 p_2.$$

Ở vòng 1, An nên chọn câu hỏi loại 1 trước nếu

$$E(X_1) > E(X_2) \Leftrightarrow V_1 p_1 (1 - p_2) > V_2 p_2 (1 - p_1) \text{ tức là } \frac{V_1 p_1}{1 - p_1} > \frac{V_2 p_2}{1 - p_2}$$

và nên chọn câu hỏi loại 2 trước nếu $E(X_1) < E(X_2) \Leftrightarrow V_1 p_1 (1 - p_2) < V_2 p_2 (1 - p_1)$ tức là nếu

$$\frac{V_1 p_1}{1 - p_1} < \frac{V_2 p_2}{1 - p_2}.$$

$$\text{c) Ta có } \frac{V_1 p_1}{1 - p_1} = \frac{20 \cdot (0,6)}{1 - 0,6} = 30 < \frac{V_2 p_2}{1 - p_2} = \frac{10 \cdot (0,8)}{1 - 0,8} = 40.$$

Vậy ở vòng 1 An nên chọn câu hỏi loại 2 trước.

Bài 1.16. Gọi X là số ván thắng của Trường. Biến cố “Trường thắng cuộc” là biến cố $\{X \geq 4\}$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, ta có

$$P(X \geq 4) = C_7^4 (0,4)^4 (0,6)^3 + C_7^5 (0,4)^5 (0,6)^2 + C_7^6 (0,4)^6 (0,6) + (0,4)^7 \approx 0,29.$$

Bài 1.17. – Với hệ 5 thành phần : Gọi X là số thành phần hoạt động. Ta có $X \sim B(5, p)$. Hệ hoạt động nếu $X \geq 3$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = C_5^3 p^3 (1 - p)^2 + C_5^4 p^4 (1 - p) + p^5.$$

Với hệ 3 thành phần: Gọi Y là số thành phần hoạt động. Ta có $Y \sim B(3; p)$. Hệ hoạt động nếu $Y \geq 2$.

Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3) = C_3^2 p^2 (1 - p) + p^3.$$

Hệ 5 thành phần tốt hơn hệ 3 thành phần khi và chỉ khi

$$C_5^3 p^3 (1 - p)^2 + C_5^4 p^4 (1 - p) + p^5 > C_3^2 p^2 (1 - p) + p^3.$$

Do đó, $2p^2 - 3p + 1 < 0$, nên $p > \frac{1}{2}$.

Bài 1.18. a) Lấy đơn vị là triệu đồng. Mỗi ngày của hàng phải bỏ ra chi phí là 3a.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là 0,0608. Khi đó cửa hàng phải trả $3a$

$$\text{Vậy } P(Y = -3a) = 0,0608.$$

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là 0,1703

$$\text{Khi đó cửa hàng thu được } 1 - 3a. \text{ Vậy } P(Y = 1 - 3a) = 0,1703.$$

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là 0,2384. Khi đó cửa hàng thu được $2 - 3a$.

Cửa hàng có từ ba hoặc bốn người đến thuê với xác suất là

$$0,2225 + 0,308 = 0,5305$$

Tuy nhiên cửa hàng chỉ có ba chiếc cho thuê. Cửa hàng thu được $3 - 3a$.

Vậy bảng phân bố của Y là

Y	$-3a$	$1 - 3a$	$2 - 3a$	$3 - 3a$
P	0,0608	0,1703	0,2384	0,5305

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là $EY = 2,2386 - 3a$.

b) Mỗi ngày cửa hàng phải bỏ ra chi phí là $4a$.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là 0,0608. Khi đó cửa hàng phải trả $-4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = -4a) = 0,0608.$$

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là 0,1703.

$$\text{Khi đó cửa hàng thu được } 1 - 4a. \text{ Vậy } P(Z = 1 - 4a) = 0,1703.$$

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là 0,2384. Khi đó cửa hàng thu được $2 - 4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = 2 - 4a) = 0,2384.$$

Cửa hàng có ba người thuê với xác suất là 0,2225.

$$\text{Khi đó cửa hàng thu được } 3 - 4a. \text{ Vậy } P(Z = 3 - 4a) = 0,2225.$$

Cửa hàng có bốn người đến thuê với xác suất là 0,308. Khi đó cửa hàng thu được $4 - 4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = 4 - 4a) = 0,308.$$

Vậy bảng phân bố của Z là

Z	$-4a$	$1 - 4a$	$2 - 4a$	$3 - 4a$	$4 - 4a$
-----	-------	----------	----------	----------	----------

P	0,0608	0,1703	0,2384	0,2225	0,308
-----	--------	--------	--------	--------	-------

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là

$$\begin{aligned}
 EZ &= (0,0608)(-4a) + (0,1703)(1-4a) + 0,2384(2-4a) + 0,2225(3-4a) + 0,308(4-4a) \\
 &= -4a + (0,1703) + 2(0,2384) + 3(0,2225) + 4(0,308) \quad c) \\
 &= -4a + 2,5466 = 2,5466 - 4a
 \end{aligned}$$

Cửa hàng chỉ nên duy trì 3 xe nếu $EY > EZ$

$$\Rightarrow 2,2386 - 3a > 2,5466 - 4a \Rightarrow a > 2,5466 - 2,2386 = 0,308.$$

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Ôn tập kĩ năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng để giải quyết các bài toán thực tế.
- Ôn tập kĩ năng vận dụng các kiến thức về công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli để giải quyết các bài toán trong thực tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà), ...

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập,...

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong Chuyên đề 1.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1. Luyện tập Chuyên đề 1.
- + Tiết 2. Luyện tập Chuyên đề 1 (tiếp theo).

TIẾT 1. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (20 phút) – HS làm theo nhóm bốn vào phiếu học tập, sau 15 phút GV gọi đại diện các nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện nội dung phiếu học tập số 1 theo nhóm.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức, biến ngẫu nhiên có phân bố Bernoulli và các tính chất liên quan. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố khả năng vận dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán. Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.13 và 1.14. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.13 (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.13. + GV cho HS hoạt cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.13 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.14. (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.14. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo	– HS làm bài 1.14 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán.

dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	---

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.
- Giao cho HS đọc trước các bài tập từ 1.15 đến 1.17.

TIẾT 2. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 1 (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Củng cố lại khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên, công thức Bernoulli và biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. Nội dung: HS làm nội dung trong phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (7 phút) – HS thực hiện cá nhân phiếu học tập số 2, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 1.	+ Mục đích của hoạt động này là ôn tập lại các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên rời rạc và biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Luyện tập sử dụng các kiến thức về biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức để giải các bài toán xác suất. Nội dung: HS thực hiện giải các bài tập 1.15, 1.16 và 1.17. Sản phẩm: Lời giải của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.15 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.15 SGK. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 10 phút, sau đó GV gọi 2 nhóm HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS làm bài 1.15 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.16 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.16	– HS thực hiện Bài 1.16	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được khái niệm biến

SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	và ghi bài.	ngẫu nhiên có phân bố nhị thức và các tính chất liên quan vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.17 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 1.17 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 10 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 1.17 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS vận dụng được các công thức tính xác suất của biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức vào giải các bài toán. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: biến ngẫu nhiên rời rạc, các số đặc trưng, công thức Bernoulli, biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức. – Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 1.18.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Đại lượng nào sau đây là biến ngẫu nhiên rời rạc?

- A. Chiều cao của cây xanh. **B.** Số vụ tai nạn giao thông trong một ngày.
C. Cân nặng một người. D. Nồng độ oxi trong bầu khí quyển.

Câu 2. Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X biểu thị số chấm xuất hiện khi tung một xúc xắc đồng chất là

- A. $E(X) = 3,5$. **B.** $E(X) = 4$. C. $E(X) = 3$. D. $E(X) = 4,5$.

Câu 3. Tính phương sai của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận động đất xảy ra ở một quốc gia trong một năm với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

- A. $\frac{153}{140}$ B. $\frac{162}{143}$ **C.** $\frac{155}{144}$ D. $\frac{155}{133}$

Câu 4. Tính độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X biểu thị số trận thua của một đội bóng trong một tháng với bảng phân bố xác suất như sau

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

- A. 1,0235. B. 1,0897. C. 1,8854. D. 1,0328.

Câu 5. Tung một xúc xắc đồng chất 6 lần, xác suất tung được mặt 2 chấm 2 lần là

A. $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. B. $C_4^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. C. $C_6^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^4$. D. $C_6^2 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

Câu 6. Bạn An làm 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu gồm 4 lựa chọn và một đáp án chính xác, xác suất bạn An làm đúng 7 câu là

A. $C_{10}^3 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. B. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$. C. $C_{10}^7 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$. D. $C_7^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

Câu 7. Một nhà khoa học gieo 20 hạt giống một giống lúa với xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,4. Xác suất có ít nhất 18 hạt nảy mầm là

A. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6)$. B. $C_{20}^{18} (0,4)^2 (0,6)^3$.

C. $C_{20}^{18} (0,4)^{18} (0,6)^2 + C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$. D. $C_{20}^{19} (0,4)^{19} (0,6) + (0,4)^{20}$.

Câu 8. Một vận động viên bắn cung thực hiện 9 lần bắn, biết xác suất bắn trúng bia mỗi lần bắn là 0,9. Xác suất để vận động viên đó bắn trúng bia ít nhất 8 lần là

A. $C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$ B. $C_3^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

C. $C_5^3 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$

D.

$C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^2 + C_5^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3$.

Câu 9. Xác suất một người mắc bệnh A là 40%. Khám 4 người bất kì, xác suất để có nhiều nhất 3 người mắc bệnh là

- A. 0,9744. B. 0,0256. C. 0,1536. D. 0,8464.

Câu 10. Trong một chiếc hộp có 5 quả bóng gồm 3 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh, một người bốc ra một quả bóng và đặt lại vào hộp, sau đó bốc tiếp quả bóng khác. Xác suất người đó bốc được ít nhất một quả bóng màu đỏ là

- A. 0,94. **B. 0,84.** C. 0,72. D. 0,64.

B. Nối các ô ở cột trái với các ô ở cột phải để được một mệnh đề đúng.

Cho biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố xác suất như sau, đặt $\mu = E(X)$.

X	x_1	x_2		x_k
P	p_1	p_2		p_k

Khi đó, $E[X], V[X], \sigma[X]$ được tính như thế nào?

$E[X] =$	$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_k x_k$
$V[X] =$	$\frac{(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k}{\sqrt{(x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \dots + (x_k - \mu)^2 p_k}}$
$\sigma[X] =$	

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Điền từ còn thiếu vào chỗ trống.

A. Biến ngẫu nhiên rời rạc

Cho biến ngẫu nhiên rời rạc X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{12}{35}$		$\frac{1}{35}$

ĐA: $\frac{1}{35}$

Kì vọng $E(X) = \dots \dots \dots$ (ĐA: $\frac{141}{35}$)

Phương sai $V(X) = \dots \dots \dots$ (ĐA: 1,7183)

Độ lệch chuẩn $\sigma(X) = \dots \dots \dots$ (ĐA: 1,3109)

B. Biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức

Cho T là một phép thử và E là một biến cố liên quan tới phép thử T .

Ta thực hiện phép thử T lặp lại n lần một cách độc lập. Ở mỗi lần thực hiện phép thử T , biến cố E có xác suất xuất hiện bằng p , $P(E) = p$. Gọi X là số lần xuất hiện biến cố E trong n lần thực hiện lặp lại phép thử T . Khi đó $X \sim \dots\dots\dots (ĐA: B(n, p))$.

Kì vọng của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: np)$.

Phương sai của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: np(1-p))$.

Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X là $\dots\dots\dots (ĐA: \sqrt{np(1-p)})$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC BÀI TẬP TRONG SGK

Bài 1.13. X nhận các giá trị $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Kết quả của ba lần rút thẻ là (a, b, c) trong đó $a, b, c \in \{0, 1, 2\}$. Vậy số kết quả có thể của ba lần rút thẻ là 27.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 0$) là $(0, 0, 0)$. Do đó $P(X = 0) = \frac{1}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 1$) là $(0, 0, 1); (1, 0, 0)$ và $(0, 1, 0)$. Vậy $P(X = 1) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 2$) là $(0, 0, 2); (0, 2, 0); (2, 0, 0); (1, 1, 0); (1, 0, 1); (0, 1, 1)$. Vậy $P(X = 2) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 3$) là $(0, 1, 2); (0, 2, 1); (1, 0, 2); (1, 2, 0); (2, 0, 1); (2, 1, 0)$ và $(1, 1, 1)$. Vậy $P(X = 3) = \frac{7}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 4$) là $(2, 2, 0); (0, 2, 2); (2, 0, 2); (1, 1, 2); (1, 2, 1)$ và $(2, 1, 1)$. Vậy $P(X = 4) = \frac{6}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 5$) là $(2, 2, 1); (1, 2, 2)$ và $(2, 1, 2)$. Vậy $P(X = 5) = \frac{3}{27}$.

+ Kết quả thuận lợi cho biến cố ($X = 6$) là $(2, 2, 2)$. Do đó $P(X = 6) = \frac{1}{27}$.

Bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{1}{27}$

Bài 1.14. – Gọi U là số bi trắng Minh rút được từ túi I. U có phân bố Bernoulli, $U \sim \text{Ber}(0, 5)$.

Bảng phân bố xác suất của U là

U	0	1
P	0,5	0,5

Ta có $P(U=1)=0,5$, $P(U=0)=0,5$.

Gọi V là số bi trắng Minh rút được từ túi II và túi III. Vì túi II và III mỗi túi có chứa số viên bi trắng và số viên bi đen như nhau nên Minh đã thực hiện phép thử lặp với $n=2$, $p=\frac{2}{10}=0,2$. Vậy $V \sim B(2; 0,2)$.

Từ đó ta có bảng phân bố xác suất của V là

V	0	1	2
P	0,64	0,32	0,04

Ta có $X=U+V$, sử dụng công thức cộng và công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(X=0)=P(U=0, V=0)=P(U=0)P(V=0)=(0,5)(0,64)=0,32.$$

$$P(X=1)=P(U=0, V=1)+P(U=1, V=0)=P(U=0)P(V=1)+P(U=1)P(V=0)$$

$$=(0,5)(0,32)+(0,5)(0,64)=0,48.$$

$$P(X=2)=P(U=0, V=2)+P(U=1, V=1)+P(U=2, V=0)$$

$$=P(U=0)P(V=2)+P(U=1)P(V=1)+P(U=2)P(V=0)$$

$$=(0,5)(0,04)+(0,5)(0,32)+(0,5)(0,64)=0,18.$$

$$P(X=3)=P(U=1, V=2)=P(U=1)P(V=2)=(0,5)(0,04)=0,02.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
P	0,32	0,48	0,18	0,02

b) Phản chứng: Giả sử $X \sim B(n; p)$. Khi đó $n=3$. Ta có $P(X=3)=p^3=0,02$. (1)

$$P(X=2)=C_3^2 p^2 (1-p)=3p^2-3p^3=0,18$$

$$\Rightarrow 3p^2 = 3p^3 + 0,18 = 3(0,02) + 0,18 = 0,24 \Rightarrow p^2 = 0,08. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $p = \frac{0,02}{0,08} = 0,25 \Rightarrow p^2 = 0,0625$. Mâu thuẫn với (2).

Vậy X không phải là biến ngẫu nhiên có phân bố nhị thức.

Bài 1.15. a) Nếu ở vòng 1 An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 1.

i) Nếu trả lời sai An được 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây. Vậy $P(X_1 = 0) = P(\overline{E_1}) = 1 - p_1$.

ii) Nếu trả lời đúng An nhận V_1 điểm và An được đi tiếp vòng 2 bốc ngẫu nhiên một câu hỏi loại 2.

Gọi E_1 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 1”. E_2 là biến cố “Trả lời đúng câu hỏi loại 2”.

Nếu trả lời sai câu hỏi loại 2 này, An nhận 0 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và An được $V_1 + 0 = V_1$ điểm.

Theo giả thiết $E_1, \overline{E_2}$ là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có $P(X_1 = V_1)$.

Nếu trả lời đúng câu hỏi loại 2 này Minh nhận V_2 điểm. Cuộc thi kết thúc tại đây và Minh được $V_1 + V_2$ điểm.

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có:

$$P(X_1 = V_1) = P(E_1 \overline{E_2}) = P(E_1)P(\overline{E_2}) = p_1(1 - p_2).$$

Theo giả thiết E_1, E_2 là hai biến cố độc lập. Theo công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập ta có

$$P(X_1 = V_1 + V_2) = P(E_1 E_2) = P(E_1)P(E_2) = p_1 p_2.$$

Vậy bảng phân bố xác suất của X_1 là:

X_1	0	V_1	$V_1 + V_2$
P	$1 - p_1$	$p_1(1 - p_2)$	$p_1 p_2$

$$E(X_1) = V_1 p_1(1 - p_2) + (V_1 + V_2) p_1 p_2.$$

b) Nếu An bốc ngẫu nhiên câu hỏi loại 2 trước.

Lập luận tương tự như trên ta có bảng phân bố xác suất của X_2 là

X_1	0	V_2	$V_1 + V_2$
P	$1 - p_2$	$p_2(1 - p_1)$	$p_1 p_2$

$$E(X_2) = V_2 p_2(1 - p_1) + (V_1 + V_2) p_1 p_2.$$

Ở vòng 1, An nên chọn câu hỏi loại 1 trước nếu

$$E(X_1) > E(X_2) \Leftrightarrow V_1 p_1 (1 - p_2) > V_2 p_2 (1 - p_1) \text{ tức là } \frac{V_1 p_1}{1 - p_1} > \frac{V_2 p_2}{1 - p_2}$$

và nên chọn câu hỏi loại 2 trước nếu $E(X_1) < E(X_2) \Leftrightarrow V_1 p_1 (1 - p_2) < V_2 p_2 (1 - p_1)$ tức là nếu

$$\frac{V_1 p_1}{1 - p_1} < \frac{V_2 p_2}{1 - p_2}.$$

$$\text{c) Ta có } \frac{V_1 p_1}{1 - p_1} = \frac{20 \cdot (0,6)}{1 - 0,6} = 30 < \frac{V_2 p_2}{1 - p_2} = \frac{10 \cdot (0,8)}{1 - 0,8} = 40.$$

Vậy ở vòng 1 An nên chọn câu hỏi loại 2 trước.

Bài 1.16. Gọi X là số ván thắng của Trường. Biến cố “Trường thắng cuộc” là biến cố $\{X \geq 4\}$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, ta có

$$P(X \geq 4) = C_7^4 (0,4)^4 (0,6)^3 + C_7^5 (0,4)^5 (0,6)^2 + C_7^6 (0,4)^6 (0,6) + (0,4)^7 \approx 0,29.$$

Bài 1.17. – Với hệ 5 thành phần : Gọi X là số thành phần hoạt động. Ta có $X \sim B(5, p)$. Hệ hoạt động nếu $X \geq 3$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = C_5^3 p^3 (1 - p)^2 + C_5^4 p^4 (1 - p) + p^5.$$

Với hệ 3 thành phần: Gọi Y là số thành phần hoạt động. Ta có $Y \sim B(3, p)$. Hệ hoạt động nếu $Y \geq 2$. Theo chú ý về phân bố nhị thức, xác suất để hệ thống hoạt động là

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3) = C_3^2 p^2 (1 - p) + p^3.$$

Hệ 5 thành phần tốt hơn hệ 3 thành phần khi và chỉ khi

$$C_5^3 p^3 (1 - p)^2 + C_5^4 p^4 (1 - p) + p^5 > C_3^2 p^2 (1 - p) + p^3.$$

Do đó, $2p^2 - 3p + 1 < 0$, nên $p > \frac{1}{2}$.

Bài 1.18. a) Lãi đơn vị là triệu đồng. Mỗi ngày của hàng phải bỏ ra chi phí là $3a$.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là 0,0608. Khi đó cửa hàng phải trả $3a$

Vậy $P(Y = -3a) = 0,0608$.

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là 0,1703

Khi đó cửa hàng thu được $1 - 3a$. Vậy $P(Y = 1 - 3a) = 0,1703$.

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là 0,2384. Khi đó cửa hàng thu được $2-3a$.

Cửa hàng có từ ba hoặc bốn người đến thuê với xác suất là

$$0,2225 + 0,308 = 0,5305$$

Tuy nhiên cửa hàng chỉ có ba chiếc cho thuê. Cửa hàng thu được $3-3a$.

Vậy bảng phân bố của Y là

Y	$-3a$	$1-3a$	$2-3a$	$3-3a$
P	0,0608	0,1703	0,2384	0,5305

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là $EY = 2,2386 - 3a$.

b) Mỗi ngày của hàng phải bỏ ra chi phí là $4a$.

Cửa hàng không có ai thuê với xác suất là 0,0608. Khi đó cửa hàng phải trả $-4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = -4a) = 0,0608.$$

Cửa hàng có một người thuê với xác suất là 0,1703.

Khi đó cửa hàng thu được $1-4a$. Vậy $P(Z = 1-4a) = 0,1703$.

Cửa hàng có hai người thuê với xác suất là 0,2384. Khi đó cửa hàng thu được $2-4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = 2-4a) = 0,2384.$$

Cửa hàng có ba người thuê với xác suất là 0,2225.

Khi đó cửa hàng thu được $3-4a$. Vậy $P(Z = 3-4a) = 0,2225$.

Cửa hàng có bốn người đến thuê với xác suất là 0,308. Khi đó cửa hàng thu được $4-4a$.

$$\text{Vậy } P(Z = 4-4a) = 0,308.$$

Vậy bảng phân bố của Z là

Z	$-4a$	$1-4a$	$2-4a$	$3-4a$	$4-4a$
P	0,0608	0,1703	0,2384	0,2225	0,308

Số tiền trung bình cửa hàng thu được là

$$\begin{aligned}
 EZ &= (0,0608)(-4a) + (0,1703)(1-4a) + 0,2384(2-4a) + 0,2225(3-4a) + 0,308(4-4a) \\
 &= -4a + (0,1703) + 2(0,2384) + 3(0,2225) + 4(0,308) \quad \text{c)} \\
 &= -4a + 2,5466 = 2,5466 - 4a
 \end{aligned}$$

Cửa hàng chỉ nên duy trì 3 xe nếu $EY > EZ$

$$\Rightarrow 2,2386 - 3a > 2,5466 - 4aa > 2,5466 - 2,2386 = 0,308.$$