

SỞ GD&ĐT ĐÀ NẴNG

TRƯỜNG THPT ĐỖ ĐĂNG TUYẾN

GV: HUỖNH VĂN TOÀN

TỔ: TOÁN – TIN

CHƯƠNG II. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 6. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN (6 TIẾT)

TIẾT PPCT: 28 - 33

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được vectơ trong không gian.
- Nhận biết và thực hiện được các phép toán vectơ trong không gian.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá.
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích dữ liệu, phân tích, lập luận để giải thích được khái niệm: Vectơ trong không gian, độ dài của vectơ trong không gian, hai vectơ cùng phương, cùng hướng/ ngược hướng, hai vectơ bằng nhau trong không gian.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Xác định được điểm, biểu diễn được vectơ xuất hiện trong bài toán thực tiễn.

- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Thực hiện được các phép toán vector trong không gian.
- Năng lực giao tiếp toán học: Đọc, hiểu thông tin toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng được máy tính cầm tay.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS đưa ra được nhận định ban đầu về câu hỏi mở đầu.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Ở lớp 10, ta đã biết về vector trong mặt phẳng và biết sử dụng vector để biểu thị đại lượng có hướng và độ lớn trong mặt phẳng, ví dụ như vận tốc hay lực. Đối với các đại lượng có hướng trong không gian, ta có thể sử dụng vector để biểu diễn chúng hay không? Các phép toán vector trong trường hợp này giống hay khác như thế nào với các phép toán vector trong mặt phẳng?



Hình 2.1. Các mũi tên chỉ đường gợi lên hình ảnh về vector trong không gian.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Đối với các đại lượng có hướng trong không gian, ta có thể sử dụng vector để biểu diễn chúng hay không? Các phép toán vector trong trường hợp này giống và khác nhau như thế nào với các vector trong mặt phẳng? Ta sẽ đi tìm hiểu bài học ngày hôm nay.”.

Bài mới: **Vector trong không gian.**

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Vector trong không gian.

a) Mục tiêu: Nhận biết vector trong không gian.

b) Nội dung: HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện các HĐ1; Luyện tập 1, 2; Vận dụng 1 và giải thích các Ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được khái niệm vector trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV trình chiếu hình 2.2 cho HS quan sát và thảo luận với bạn cùng bàn để trả lời câu hỏi trong HĐ1. <i>Trong Hình 2.2, lực căng dây (được tạo ra bởi sức nặng của kiện hàng) được thể hiện bởi các đoạn thẳng có mũi tên màu đỏ.</i>  Hình 2.2 a) Các đoạn thẳng này cho biết gì về hướng và độ lớn của các lực căng dây?	1. Vector trong không gian. HĐ1 a) Các đoạn thẳng có mũi tên màu đỏ thể hiện rằng lực căng dây nằm dọc theo dây treo và hướng về phía móc treo của cần cẩu. Độ lớn của các lực căng dây là xấp xỉ bằng nhau. b) Các đoạn thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng.

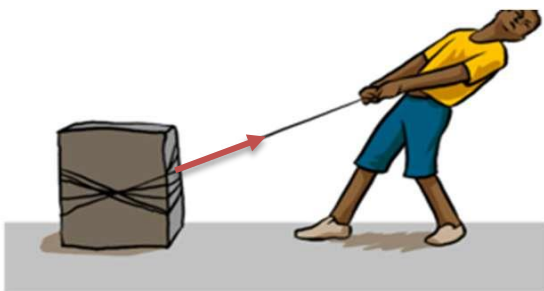
b) Các đoạn thẳng này có cùng nằm trên một mặt phẳng không?

- + GV chọn hai HS đứng tại chỗ trả lời.
- + GV nhận xét và rút ra kết luận cho HS.
- + GV trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV giới thiệu một số ví dụ về đại lượng biểu diễn vector trong không gian và yêu cầu HS lấy thêm ví dụ về các vector trong không gian.

+ HS có thể trả lời:

- Vận tốc của máy bay có thể được biểu diễn bởi vector trong không gian.
- Lực kéo của sợi dây tác động lên thùng hàng.



Người tác dụng lực kéo lên thùng hàng

- + GV nhận xét.
- GV nêu chú ý cho HS.

Định nghĩa

- Vector trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.
- Độ dài của vector trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vector đó.

Câu hỏi

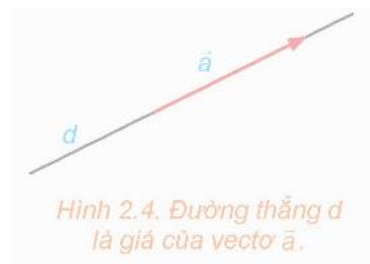


- GV cho HS 5 phút để đọc **Ví dụ 1** và thảo luận cùng bạn bên cạnh.

Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1.

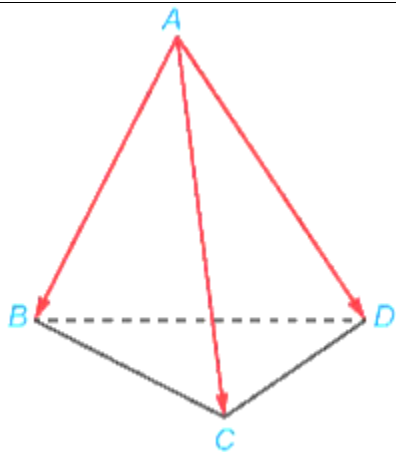
Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, đối với vector trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:

- Vector có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.
- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vector thì vector còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$
- Độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vector $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.
- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vector được gọi là giá của vector đó.



Ví dụ 1: SGK – tr.16

Hướng dẫn giải: SGK – tr.16.



Hình 2.5

a) Có bao nhiêu vector có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

b) Trong các vector tìm được ở câu a, những vector nào có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)?

c) Tính độ dài của các vector tìm được ở câu a.

+ GV chọn 3 HS đứng tại chỗ trả lời các ý a, b, c.

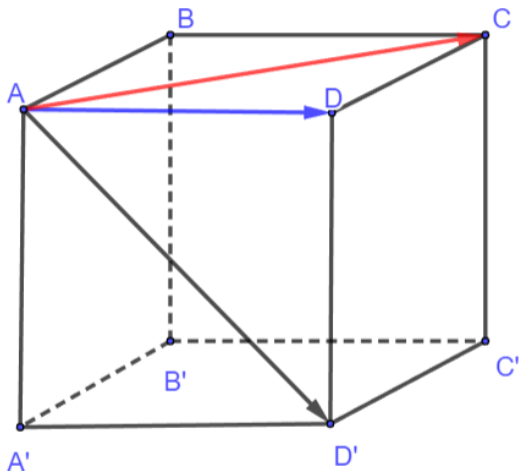
+ GV nhận xét, chốt đáp án.

- GV yêu cầu HS suy nghĩ và làm **Luyện tập 1**.

Luyện tập 1

a) Các vector có giá cùng nằm trong mặt phẳng (ABCD) là $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

b) Các vector có cùng độ dài là $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{AC}$.



Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Trong các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD'}$.

a) Hai vector nào có giá cùng nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$?

b) Hai vector nào có cùng độ dài?

+ GV chỉ định một bạn đứng tại chỗ trả lời.

+ GV mời HS khác nhận xét.

+ GV chốt đáp án.

- GV trình chiếu hình 2.7 cho HS quan sát và thảo luận với bạn cùng bàn để trả lời câu hỏi trong **HĐ2**.

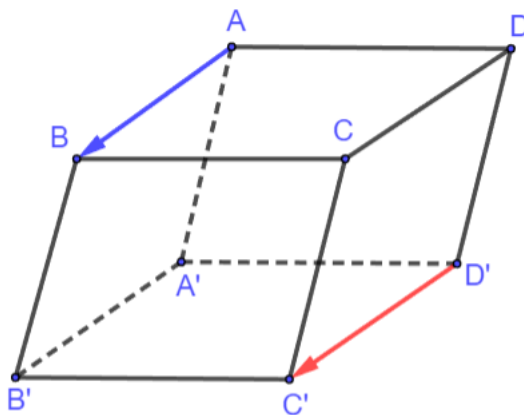
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) So sánh độ dài của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.

b) Nhận xét về giá của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$.

c) Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ có cùng phương

HĐ2



a) Hai vector có độ dài bằng nhau.

b) Hai vector có giá song song với nhau.

c) Hai vector cùng phương, cùng hướng.

không? Có cùng hướng không?

+ GV cho HS nhắc lại khái niệm hai vector cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, hai vector bằng nhau trong mặt phẳng.

+ GV chỉ định 3 HS đứng tại chỗ trả lời các ý a, b, c.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

+ GV nói rằng trong trường hợp đó, ta nói hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ là bằng nhau.

+ GV trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

+ HS ghi chép vào vở.

- GV cho HS đọc câu hỏi và suy nghĩ.

+ GV gọi một bạn đứng tại chỗ trả lời.

+ HS trả lời: “Hai vector cùng bằng một vector thứ ba thì chúng bằng nhau vì chúng có cùng hướng và cùng độ dài.”

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV giới thiệu cho HS các tính chất và quy ước đối với vector trong không gian ở

Ghi nhớ

- Hai vector được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

- Nếu hai vector cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

- Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý: Tương tự như vector trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vector trong không gian.

- Trong không gian, với mỗi điểm O và

trong mục **Chú ý**.

vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất một điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.

- Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vectơ-không.

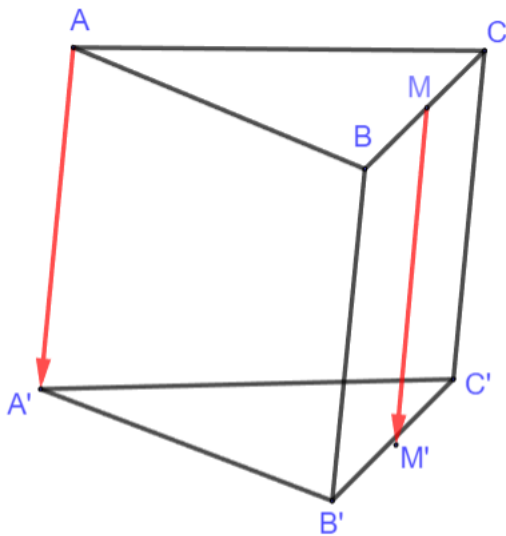
- Ta quy ước vectơ-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vectơ. Do đó, các vectơ-không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

Ví dụ 2: SGK – tr.48

Hướng dẫn giải: SGK – tr.48

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 2**.

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



a) Trong ba vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CC'}, \overrightarrow{BB'}$, vectơ nào

bằng vector $\overrightarrow{AA'}$? Giải thích tại sao.

b) Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

+ GV chỉ định 2 HS nêu lại cách giải bài toán.

+ GV nhận xét và chốt kiến thức.

- GV cho HS làm cá nhân phần **Luyện tập 2**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ là hình bình hành.

a) Trong ba vector $\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}$, vector nào bằng vector $\overrightarrow{AB}$?

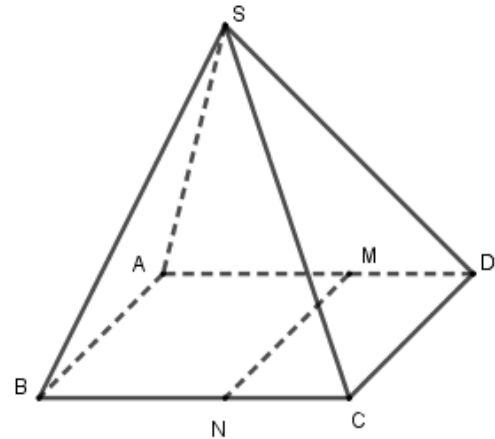
b) Gọi M là một điểm thuộc cạnh AD . Xác định điểm N sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$.

+ GV chọn một bạn đứng tại chỗ trả lời hai ý a và b.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV yêu cầu HS thảo luận với bạn cùng bàn **Vận dụng 1**

Luyện tập 2



a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$ và $AB = CD$. Khi đó: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

b)

Để $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$ thì $MN \parallel AB$ và $MN = AB$. Suy ra, $MNBA$ là hình bình hành. Khi đó, điểm N thuộc cạnh BC sao cho $BN = AM$.

Vận dụng 1

Nếu biểu thị vị trí của thang máy ở các tầng 15, 22, 29 lần lượt bởi các điểm A, B, C thì vector biểu thị độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$. Vì A, B, C thẳng hàng theo thứ tự nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Một tòa nhà có chiều cao của các tầng là như nhau. Một chiếc thang máy di chuyển từ tầng 15 lên tầng 22 của tòa nhà, sau đó di chuyển từ tầng 22 lên tầng 29. Các vector biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển đó có bằng nhau không? Giải thích vì sao?



Hình 2.9

- + GV gọi đại diện một HS trả lời.
- + HS khác chú ý lắng nghe và nhận xét.
- + GV tổng kết.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm.
- GV quan sát hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho

Hơn nữa $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ đều có độ dài bằng tổng chiều cao của 7 tầng nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
 Vậy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

bạn.	
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.	

Hoạt động 2: Tổng và hiệu của hai vector trong không gian.

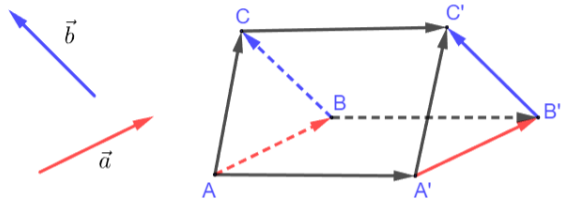
a) Mục tiêu: Nhận biết và thực hiện được phép toán cộng và trừ hai vector trong không gian.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các HĐ3, 4; 5; Luyện tập 3, 4, 5; Luyện tập 6; Vận dụng 2 và đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách thực hiện phép toán vector trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: NV1: Tìm hiểu về tổng của hai vector trong không gian - GV trình chiếu hình 2.10 và cho HS đọc yêu cầu của HĐ3: <i>Trong không gian cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Lấy điểm A và vẽ các vector $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Lấy điểm A' khác A và vẽ các vector $\overrightarrow{A'B'} = \vec{a}, \overrightarrow{B'C'} = \vec{b}$.</i>	2. Tổng và hiệu của hai vector trong không gian a) Tổng của hai vector trong không gian HĐ3: a) Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ (cùng bằng $\vec{a}$) nên bốn điểm A, B, A', B' đồng phẳng và tứ giác ABB'A' là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$. Tương tự, ta có $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.



a) Giải thích vì sao $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ và $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

b) Giải thích vì sao $AA'C'C$ là hình bình hành, từ đó suy ra $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

+ GV có thể đặt câu hỏi cho HS: Tứ giác $ABB'A'$, $BCC'B'$ là hình gì?

+ HS sử dụng dữ kiện của đề bài để trả lời và suy ra điều cần giải thích ở câu hỏi.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

+ GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.

- GV yêu cầu HS nêu lại quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng. Từ đó GV rút ra nhận xét cho HS.

b) Từ câu a, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$, do đó bốn điểm A, C, C', A' đồng phẳng và tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành. Vì vậy $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Ghi nhớ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Lấy điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$.

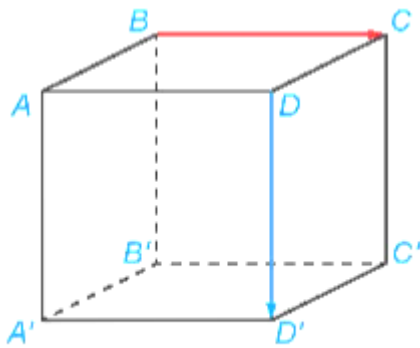
Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

Nhận xét: Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng trong không gian:

- Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 3.**

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$.



Hình 2.12

+ Áp dụng quy tắc cộng vector, vector tổng của $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}$ là vector nào?

+ Sử dụng tính chất hình vuông và định lý pythagore để tính độ dài vector đó.

+ GV gọi 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách làm.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV cho HS suy nghĩ và làm cá nhân

Luyện tập 3.

Trong Ví dụ 3, hãy tính độ dài của

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

Ví dụ 3: SGK – tr.49

Hướng dẫn giải: SGK – tr.49.

vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.

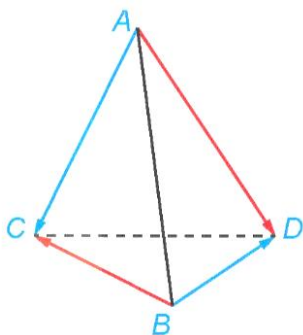
+ GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV chỉ định một HS nhắc lại các tính chất của phép cộng vector trong mặt phẳng. Từ đó, GV dẫn dắt đến mục **Chú ý**.

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 4**.

Cho tứ diện ABCD. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.



+ GV chỉ định 1HS lên bảng vẽ hình và trình bày bài.

Luyện tập 3

Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

Suy ra, $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 1$.

Chú ý: Phép cộng vector trong không gian cũng có các tính chất như phép cộng vector trong mặt phẳng.

- Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;

- Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;

- Với mọi vector $\vec{a}$, ta luôn có: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Ví dụ 4: SGK – tr.50

Hướng dẫn giải: SGK – tr.50

+ GV nhận xét.

- GV cho HS làm việc cá nhân **Luyện tập 4.**

Cho tứ diện $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

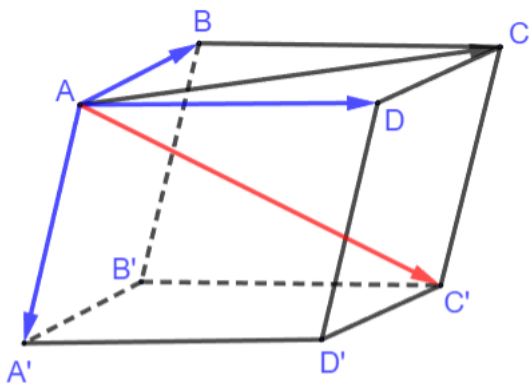
+ GV gọi 1 HS lên bảng trình bày.

+ HS khác theo dõi và nhận xét.

+ GV nhận xét, chốt kiến thức.

- GV trình chiếu hình 2.14 và cho HS đọc yêu cầu của **HD4**:

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



a) Hai vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AC}$ có bằng nhau hay không?

b) Hai vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{AC'}$ có bằng nhau hay không?

+ GV có thể yêu cầu HS nêu lại quy tắc

Luyện tập 4

Theo quy tắc ba điểm trong không gian, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$. Từ đó lần lượt áp dụng tính chất phép cộng vector trong không gian, ta được:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.\end{aligned}$$

HD4

a) Áp dụng quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Khi đó:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

hình bình hành trong mặt phẳng.

Quy tắc hình bình hành:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

+ GV gọi 2 HS lên bảng trình bày HĐ4.

+ GV nhận xét, chốt kết quả.

+ GV nói rằng kết quả trên được gọi là quy tắc hình hộp.

+ GV trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 5.**

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

+ GV yêu cầu một HS đứng tại chỗ trình bày.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

- GV cho HS làm cá nhân **Luyện tập 5.**

Cho hình hộp chữ nhật $BCD.A'B'C'D'$.

Chứng minh rằng $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD'}$.

+ GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài.

+ HS dưới lớp theo dõi, nhận xét bài bạn.

+ GV nhận xét, sửa bài, chốt kiến thức.

NV2: Tìm hiểu về hiệu của hai vector trong không gian

- GV trình chiếu hình 2.15 và cho HS

Quy tắc hình hộp

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

Ví dụ 5: SGK – tr.50

Hướng dẫn giải: SGK – tr.50.

Luyện tập 5

Ta có: $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

Áp dụng quy tắc hình hộp:

$$\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD'}$$

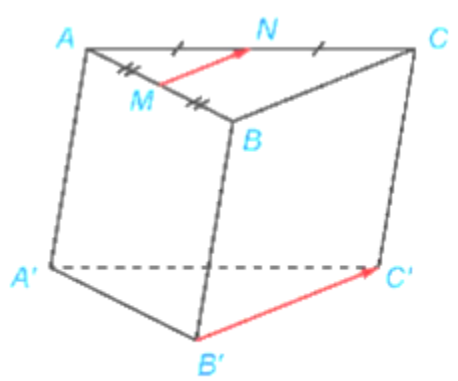
Hoạt động 3: Tích của một số với một vector.

a) Mục tiêu: Nhận biết và thực hiện được phép nhân một số với một vector trong không gian.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các HĐ6; Luyện tập 7, 8; Vận dụng 3 và đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách thực hiện phép toán vector trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV trình chiếu hình 2.17 và cho HS đọc yêu cầu của HĐ6: <i>Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.</i>  <i>Hình 2.17</i> a) Hai vector $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ có cùng phương không? Có cùng hướng không? b) Giải thích vì sao $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{B'C'}$.	3. Tích của một số với một vector HĐ6 a) Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel BC$. Tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $BC \parallel B'C'$ Do đó $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương và cùng hướng. b) Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2} BC$ Suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{B'C'}$.

+ GV yêu cầu một HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.

+ Các HS khác chú ý lắng nghe và nhận xét.

+ GV nhân mạnh $\overrightarrow{MN}$ được gọi là tích của $\frac{1}{2}$ với $\overrightarrow{B'C'}$. GV dẫn dắt và trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV hỏi HS: Hai vector $1.\vec{a}$ và $\vec{a}$ có bằng nhau không? Hai vector $(-1)\vec{a}$ và $-\vec{a}$ có bằng nhau không?

+ GV gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.

Vì $k = 1 > 0$ nên $\vec{a}$ và $\vec{a}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng. Mà $|\vec{a}| = |\vec{a}|$ nên $\vec{a}$ và $\vec{a}$ bằng nhau.

(Tương tự với $(-1) \cdot \vec{a}$ và $-\vec{a}$.)

- + GV nhân xét, chính xác hóa câu trả lời.

- GV lần lượt các câu hỏi từng ứng chú ý trong SGK, từ đó rút ra phần Chú ý.

Ghi nhớ

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ và một vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

- Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$
- Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vector được gọi là phép nhân một số với một vector.

Chú yǐ

- Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} =$

- Nếu một số nhân với một vector bằng vector $\vec{0}$ thì có mấy trường hợp xảy ra?

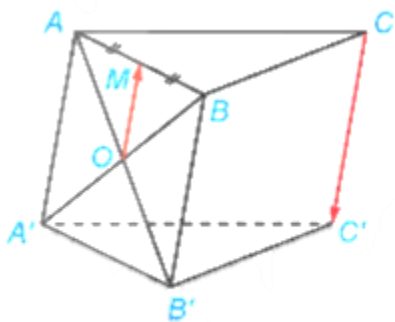
- Nếu $\vec{a} = k\vec{b}$ thì ta có thể suy ra được điều gì?

+ HS suy nghĩ các câu hỏi và trả lời.

+ GV nhận xét, rút ra Chú ý.

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 7.**

Trong HĐ6, gọi O là giao điểm của AB' và $A'B$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{CC'} = (-2) \cdot \overrightarrow{OM}$.



+ GV gọi 1 HS đứng tại chỗ nêu lại cách làm.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

- GV cho HS thời gian suy nghĩ và làm **Luyện tập 7.**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là các

$\vec{0}$.

- Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

Ví dụ 7: SGK – tr.53

Hướng dẫn giải: SGK – tr.53

Luyện tập 7

điểm thuộc cạnh SA, SB sao cho $SE = \frac{1}{3}SA; SF = \frac{1}{3}SB$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{DC}$.

+ GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

- Trong bài này, chúng ta có thể sử dụng định lý nào?
- Vector $\overrightarrow{DC}$ bằng vector nào?

+ GV gọi một HS lên bảng trình bày.

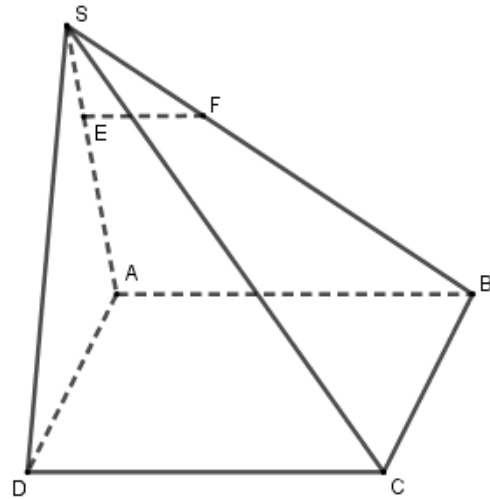
+ HS dưới lớp theo dõi và nhận xét.

+ GV sửa bài và chốt đáp án.

- GV có thể yêu cầu HS nhắc lại tính chất của phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng. Từ đó dẫn dắt đến phần Chú ý.

Với hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ và hai số thực k, t , ta luôn có:

- $k(t\vec{a}) = (kt)\vec{a}$;
- $(k + t)\vec{a} = k\vec{a} + t\vec{a}$;
- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$;
- $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$;



Áp dụng định lý Thales trong tam giác SAB ta có: $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF \parallel AB$ và $EF = \frac{1}{3}AB$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$ và $AB = CD$. Do đó $EF \parallel CD$ và $EF = \frac{1}{3}CD$. Hai vector $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.

Chú ý

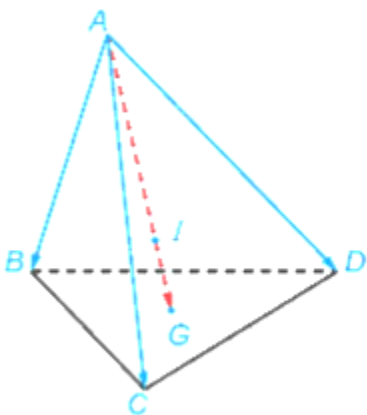
Tương tự như phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vector trong không gian có các tính chất sau:

- Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $h.(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.
- Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số

- $(k + t)\vec{a} = k\vec{a} + t\vec{a}$;
- $1.\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 8**.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh rằng $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3.\vec{AG}$.



Hình 2.19

+ GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

- G là trọng tâm của tam giác BCD thì ta được đẳng thức nào?
- Làm sao để xuất hiện các vector $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AG}$?

+ GV gọi 1 HS đứng tại chỗ nêu lại cách làm.

+ GV nhận xét, chốt đáp án. Từ đó GV rút ra Chú ý cho HS.

thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$ và $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

- Tính chất nhân với 1 và -1 : Nếu $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

Ví dụ 8: SGK – tr.54

Hướng dẫn giải: SGK – tr.54

Chú ý

- GV cho HS suy nghĩ **Luyện tập 8.**

Trong Ví dụ 8, gọi I là điểm thuộc đoạn thẳng AG sao cho $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$. Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}.$$

+ GV hướng dẫn HS:

Ta có thể áp dụng được chú ý của Ví dụ 8 vào bài này như thế nào?

+ GV gọi 1 HS lên bảng trình bày.

+ HS còn lại theo dõi, nhận xét.

+ GV nhận xét.

- GV cho HS thảo luận với bạn cùng bàn

Vận dụng 3.

+ GV hướng dẫn HS:

- Lực đẩy của động cơ có thay đổi hướng trong quá trình bay không?
- Khi lực đẩy không đổi hướng thì lực cản có thay đổi hướng không?
- Công thức tính lực cản là gì?

Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tùy ý, ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3 \cdot \overrightarrow{OG}$.

Luyện tập 8

Ta có: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IA} + 3.\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \vec{0}$.

Vận dụng 3: SGK – tr.54

Lực cản ngược hướng với lực đẩy của động cơ (lực này có hướng không đổi vì máy bay giữ nguyên hướng bay) nên $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cùng hướng, suy ra $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là tỉ số độ dài của hai vectơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.

Ta có: $F = -K.v^2$. Khi đó:

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{900}{920}\right)^2 = \frac{2025}{2116}$$

$$\text{Suy ra, } |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2| \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96.$$



Hình 2.20

- + GV gọi hai HS lên bảng trình bày.
- + HS còn lại theo dõi, nhận xét.
- + GV chốt lại kiến thức.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.

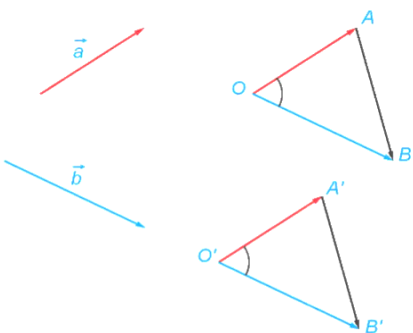
Hoạt động 4: Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

a) Mục tiêu: Tính được góc giữa hai vectơ trong không gian.

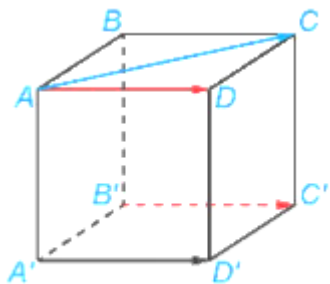
b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các HĐ7, HĐ8; Luyện tập 9, Luyện tập 10, Luyện tập 11; Vận dụng 4 và đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách tính góc giữa hai vector trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: NV1: Tìm hiểu góc giữa hai vector trong không gian - GV trình chiếu hình 2.21 và cho HS đọc yêu cầu của HĐ7: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy điểm O và vẽ các vector $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Lấy điểm O' khác O và vẽ các vector $\overrightarrow{O'A'} = \vec{a}, \overrightarrow{O'B'} = \vec{b}$.  Hình 2.21 a) Giải thích vì sao $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$. b) Áp dụng định lí côsin cho tam giác	4. Tích vô hướng của hai vector a) Góc giữa hai vector trong không gian HĐ7 a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$ và $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{O'B'} - \overrightarrow{O'A'} = \vec{b} - \vec{a}$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$. b) Ta có: $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} \quad \text{và} \quad \cos \widehat{A'O'B'} = \frac{O'A'^2 + O'B'^2 - A'B'^2}{2O'A' \cdot O'B'}$ Vì $OA = OB, O'A' = O'B'$ và $AB = A'B'$ nên $\cos \widehat{AOB} = \cos \widehat{A'O'B'}$. Suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$.

OAB và $O'A'B'$ để giải thích vì sao $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$. + GV gợi ý sử dụng phép trừ hai vectơ trong không gian để giải thích ý a. + GV chỉ định 1 HS lên bảng trình bày bài. + HS dưới lớp theo dõi, nhận xét. + GV chốt đáp án và dẫn dắt đến nội dung trong Khung kiến thức. + GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS: • <i>Làm sao để xác định góc giữa hai vectơ không chung gốc?</i> + HS suy nghĩ và trả lời. + GV nhận xét và rút ra Chú ý. - GV cho HS quan sát và nghiên cứu Ví dụ 9.	Ghi nhớ Trong không gian, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì, gọi A và B là hai điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó, ta gọi $\widehat{AOB}$ ($0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $(\vec{a}, \vec{b})$. Nhận xét: - Nếu $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ thì ta nói $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau, kí hiệu $\vec{a} \perp \vec{b}$. Chú ý: - Để xác định góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$, khi đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \widehat{BAE}$. - Quy ước góc giữa một vectơ bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận giá trị tùy ý từ 0° đến 180°.
---	--



Hình 2.24

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Tính góc giữa các cặp vector sau:

a) $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{B'C'}$;

b) $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{A'D'}$.

+ GV có thể đặt câu hỏi cho HS:

- Em có nhận xét gì về phương và hướng của hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{B'C'}$?
- Vector $\overrightarrow{A'D'}$ bằng với vector nào?

+ GV chỉ định hai HS đứng tại chỗ trình bày lại cách làm.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

- GV cho HS làm cá nhân **Luyện tập 9**

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Tính các góc $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC})$ và $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'})$.

Ví dụ 9: SGK – tr.56

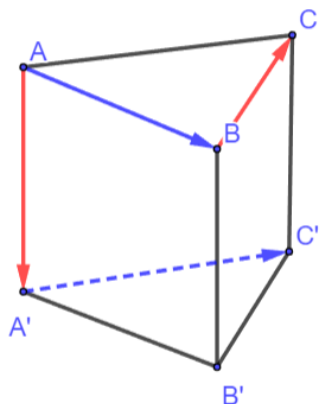
Hướng dẫn giải: SGK – tr.56

Luyện tập 9

a) Ta có: $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$.

b) Ta có:

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ.$$



- + GV yêu cầu 2 HS lên bảng trình bày.
- + HS khác theo dõi, nhận xét bài bạn.
- + GV sửa bài, chốt kiến thức.

NV2: Tìm hiểu tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

- GV cho HS đọc yêu cầu trong **HD8**

Hãy nhắc lại công thức xác định tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng.

- + GV gọi một HS đứng tại chỗ trả lời.
- + GV nhận xét, trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức và Chú ý.

b) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

HD8

Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, kí hiệu là $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

Ghi nhớ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Chú ý:

- Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó:
 $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

Hình 2.26

lại các làm.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

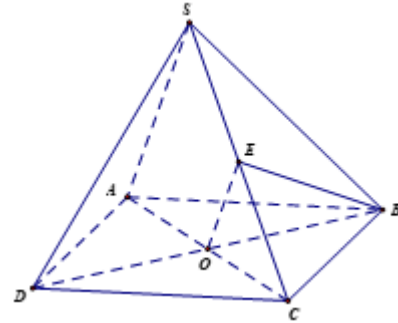
- GV cho HS làm cá nhân **Luyện tập 10.**

Trong Ví dụ 10, hãy tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{CD}$.

+ GV gọi hai HS lên bảng trình bày.

+ GV gọi một HS khác nhận xét.

+ GV chốt lại đáp án.



a) Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của AC và BD .

Gọi E là trung điểm của SC . Suy ra OE là đường trung bình của tam giác SAC .

Suy ra $OE = \frac{SA}{2}$ và $OE \parallel SA$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $\triangle SBC$ đều cạnh a nên $BE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì $OE^2 + OB^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4} = BE^2$. Do đó $\triangle BOE$ vuông tại O .

Suy ra $\overrightarrow{OE} \perp \overrightarrow{OB}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{OE} \cdot (-2\overrightarrow{OB}) = 0$

b) Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

Khi đó: $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB}$

$= |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \widehat{SAB}$

$= -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$.

- GV yêu cầu HS nhắc lại các tính chất của tích vô hướng của hai vector trong mặt phẳng. Từ đó GV dẫn dắt và trình chiếu phần Nhận xét.

Nhận xét.

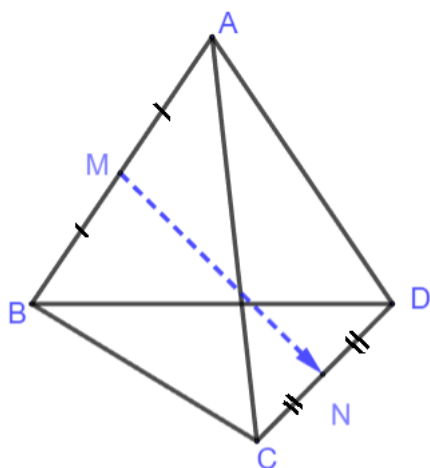
Nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là các vector trong không gian và k là một số thực thì ta có:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
- $k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$;
- $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Ví dụ 11: SGK – tr.57

Hướng dẫn giải: SGK – tr.57

- GV cho HS quan sát và nghiên cứu **Ví dụ 11**



Cho tứ diện ABCD có AC và BD cùng vuông góc với AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, CD.

<i>Chứng minh rằng:</i> a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$; b) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. + GV gợi ý: a) Ta có thể phân tích vector $\overrightarrow{MN}$ bằng tổng ba vector nào? b) Từ kết quả của câu a) hãy chứng minh $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$. + GV gọi hai HS đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. + GV nhận xét, chốt đáp án. - GV cho HS làm cá nhân Luyện tập 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$. + GV hỏi HS: $\overrightarrow{A'C}$ bằng tổng của hai vector nào để khi nhân với $\overrightarrow{B'D'}$ thì bằng 0? + GV gọi một HS lên bảng trình bày. + GV nhận xét, sửa bài. - GV cho HS thảo luận nhóm đôi Vận dụng 4.	Luyện tập 11 Ta có: $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = (\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C}) \cdot \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{A'C'} \cdot \overrightarrow{B'D'} + \overrightarrow{C'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$ (vì hai đường thẳng $A'C'$ và $C'C$ đều vuông góc với đường thẳng $B'D'$). Vận dụng 4 Ta có: $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN} \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN})$ Vì $\cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN}) \leq 1 \Rightarrow A \leq \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$. Vậy A lớn nhất khi $(\vec{F}, \overrightarrow{MN}) = 0^\circ$.
--	---

Hình 2.28 + GV gợi ý: áp dụng công thức tính tích vô hướng và sử dụng điều kiện của $\cos$. + GV gọi đại diện hai nhóm đứng tại chỗ giải thích. + GV nhận xét, tổng kết. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.	Do đó khi kéo (hoặc đẩy) vật nặng, ta nên kéo (hoặc đẩy) theo hướng “song song” với hướng chuyển động mong muốn của vật.
---	---

C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 2.1, 2.2, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.10, 2.11, 2.12 (SGK – tr. 58+59).

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện bài tập 2.1, 2.2, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.10, 2.11, 2.12 (SGK – tr. 58+59).

- GV chiếu Slide cho HS củng cố kiến thức thông qua trò chơi trắc nghiệm.

Phần 1 : Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{D'C}$.

C. $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Vectơ trong không gian là một đường thẳng.

B. Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng.

C. Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng vô hướng.

D. Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Câu 3: Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu

A. chúng có giá chéo nhau.

B. chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

C. chúng vuông góc với nhau.

D. chúng cắt nhau.

Câu 4: Cho hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$, đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{y}$. Vectơ $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\vec{x} + \vec{y}$.

B. $\vec{x} - \vec{y}$.

C. $\vec{x} \cdot \vec{y}$.

D. $\vec{y} - \vec{x}$.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cot(\vec{a}, \vec{b})$

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \tan(\vec{a}, \vec{b})$

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$.

a) $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

c) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SB}$.

d) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 2$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đều có cạnh bằng 1.

a) $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{BC}$.

b) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB'} - \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC}$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} = 0$.

d) $\overrightarrow{A'C'} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}$.

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{MC}$,

$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BD}$. Khi đó $\overrightarrow{MN} = k \cdot \overrightarrow{DB}$. Tìm giá trị của k .

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính tích vô hướng của $\overrightarrow{DB'} \cdot \overrightarrow{D'C'}$.

Đáp án Trắc nghiệm:

Phần 1 : Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
B	C	B	A	D

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	Câu 1	Câu 2
a)	Đ	Đ
b)	S	Đ
c)	Đ	Đ
d)	Đ	S

Phần 3 : Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2
$-\frac{1}{3}$	1

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

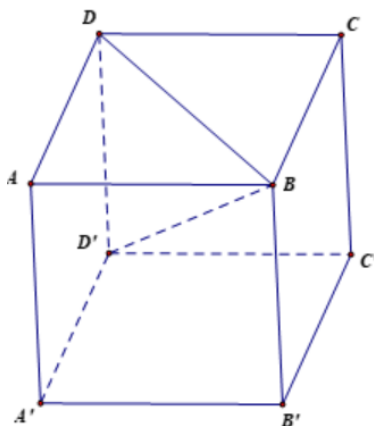
Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

Kết quả:

2.1. Các mệnh đề đúng là a, b.

2.2.

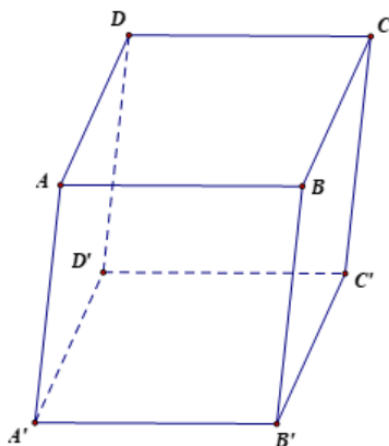


Vì $BB' = AA' = 4$ nên $|\overrightarrow{BB'}| = 4$.

Tam giác vuông ABD có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ nên $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{13}$.

Tam giác vuông BDD' có $BD' = \sqrt{BD^2 + DD'^2} = \sqrt{13 + 4^2} = \sqrt{29}$ nên $|\overrightarrow{BD'}| = \sqrt{29}$.

2.4.



a) Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên các mặt là hình bình hành.

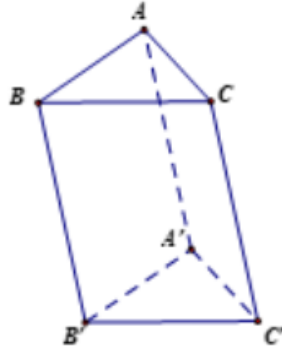
Nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{CD}$.

Suy ra : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{CC'}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD'} - \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD'} - \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} - \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

$$c) \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A'C}.$$

2.5.

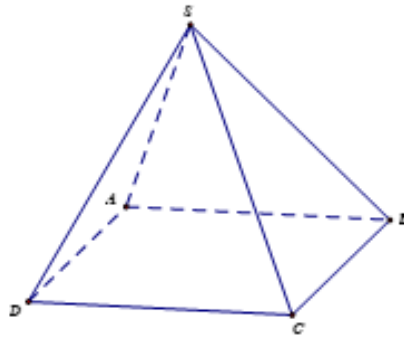


$$a) \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$$b) \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{c} - \vec{b}.$$

$$c) \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{c} - \vec{b}.$$

2.6.



+ Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Do đó : $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}$ hay $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

+ Có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$, suy ra $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}$, hay $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

Suy ra $ABCD$ là hình bình hành.

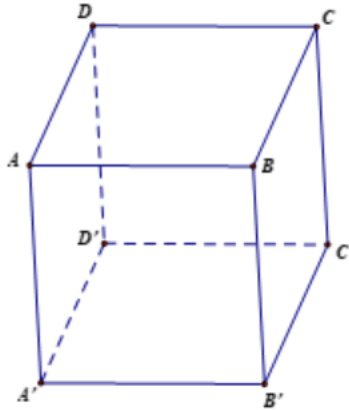
2.7

Ta có : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

Mà $SM = 2AM$ nên $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA}$; $CN = 2BN$ nên $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

Do đó $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{AB}$.

2.10.



a) Vì $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{CC'}$ ngược hướng nhau nên $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{CC'}) = 180^\circ$.

Khi đó $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{CC'} = |\overrightarrow{AA'}| \cdot |\overrightarrow{CC'}| \cdot \cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{CC'}) = 2 \cdot 2 \cdot \cos 180^\circ = -4$.

b) Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Do đó $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AD}) = 90^\circ$.

Khi đó $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

c) Vì $ABB'A'$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{BA}$

Do $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 nên $AC = \sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Ta có : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = -|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = -1$

Vì $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'A'} = -1$ nên $|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{B'A'}| \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'A'}) = -1$, suy ra $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'A'}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Suy ra $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'A'}) = 135^\circ$.

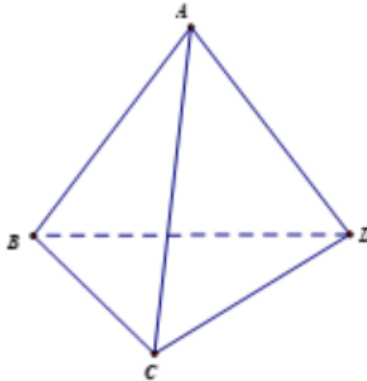
2.11.

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$b) (\vec{a} + 3\vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 6\vec{b}^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 \cdot 1 = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$c) (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 2 + \sqrt{2}.$$

2.12.



$$a) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC}.$$

$$\begin{aligned} b) & \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}) = 0. \end{aligned}$$

D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập 2.3, 2.8, 2.9 (SGK – tr.58+59).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 2.3, 2.8, 2.9 (SGK – tr.58+59).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.
- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

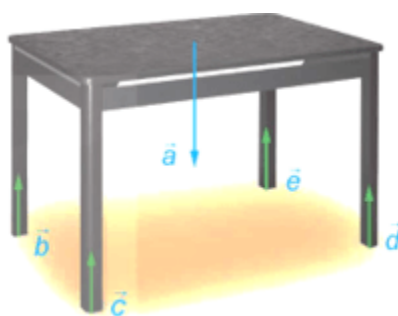
- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

Gợi ý đáp án:

2.3.

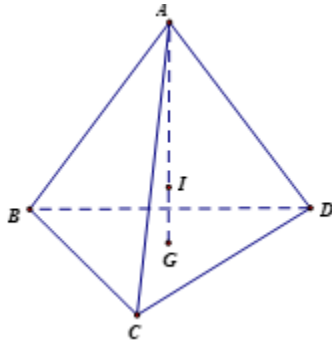


Hình 2.29

a) Các vector $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ đều cùng phương với vector $\vec{a}$ nên chúng đôi một cùng phương với nhau. Các vector $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ đều ngược hướng với vector $\vec{a}$ nên chúng đôi một cùng hướng với nhau.

b) Do trọng lực phân tán đều qua các chân bàn nên các phản lực có độ lớn như nhau, suy ra các vector $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ có độ dài bằng nhau. Do đó, các vector $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ đôi một bằng nhau.

2.8.



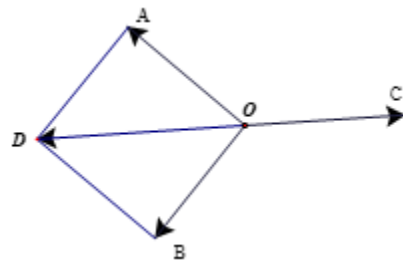
Gọi G là trọng tâm ΔBCD , I là trọng tâm của tứ diện.

Vì $ABCD$ là hình tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$ và $AG = 8cm$.

Vì $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$ nên ba điểm A, I, G thẳng hàng và $AI = 3IG$.

Do đó $IG \perp (BCD)$. Khi đó $d(I, (BCD)) = IG = \frac{1}{4}AG = 2cm$.

2.9.



Giả sử lực kéo trên mỗi sợi dây được biểu diễn bởi các vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ với O là đầu chung của ba sợi dây.

Khi ba sợi dây cân bằng thì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

Vẽ hình bình hành $OADB$ thì $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$, suy ra $\overrightarrow{OD} = -\overrightarrow{OC}$ hay O là trung điểm của CD .

Do đó, các điểm O, A, B, C cùng thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra ba sợi dây cùng nằm trong mặt phẳng đó.

*** HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: **“Hệ trục tọa độ trong không gian”**.