

4. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TỐI ƯU

Thời gian thực hiện: 5 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn.
- Vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thể hiện qua việc vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn gắn liền với giải quyết một số bài toán tối ưu, bài toán kinh tế.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của đạo hàm trong thực tiễn và kinh tế.

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.
- + Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính đạo hàm của hàm số. Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong thực tiễn.
- + Tiết 2: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong thực tiễn (tiếp theo).
- + Tiết 3: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế.
- + Tiết 4: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu trong kinh tế (tiếp theo).
- + Tiết 5: Luyện tập.

Tiết 1. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG THỰC TIỄN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		

Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống để HS tiếp cận với việc vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn. Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về cách giải quyết bài toán tối ưu trong thực tiễn. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu (3 phút) – GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. – <i>Đặt vấn đề:</i> GV có thể gợi vấn đề như trong SGK: Nguyên lí Fermat và ứng dụng của nó trong Vật lí là một ví dụ điển hình mô tả rõ tầm quan trọng của bài toán tối ưu trong khoa học, kĩ thuật. Trong thực tiễn cuộc sống, cũng có rất nhiều tình huống xuất hiện các bài toán tối ưu. VD như: một doanh nhân muốn giảm thiểu chi phí và tối đa hoá lợi nhuận kinh doanh; một du khách muốn giảm thiểu thời gian di chuyển,... Trong bài này, chúng ta sẽ vận dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số để giải một số bài toán tối ưu trong thực tiễn, đặc biệt là các bài toán tối ưu trong kinh tế.	– HS đọc và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học, không yêu cầu giải quyết được ngay tình huống này. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS hình thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 1, HĐ1, VD1, từ đó hình thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong Phiếu học tập số 1, hoạt động và ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn	– HS thực hiện hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV. HD.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS tiếp cận với bài toán

Nhắc lại kiến thức (4 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút thực hiện Phiếu học tập số 1 về bảng đạo hàm cơ bản, sau đó gọi một số HS đại diện trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. HD1 (14 phút) – Sau khi thực hiện xong Phiếu học tập số 1, GV chia lớp thành các nhóm theo bàn, cho HS thực hiện nhóm HD1 trong 8 phút rồi gọi đại diện 4 nhóm trả lời câu hỏi, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án. – Sau khi HS thực hiện xong HD1, GV sẽ giới thiệu cho HS các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm. GV có thể sử dụng HD1 để minh hoạ cho 5 bước. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.	a) Kí hiệu S_1 là quãng đường người đánh cá chèo thuyền, v_1 là vận tốc chèo thuyền. Kí hiệu S_2 là quãng đường người đánh cá đi bộ dọc bờ biển và v_2 là vận tốc đi bộ. Ta có $v_1 = 3$ km/h, $v_2 = 5$ km/h. Kí hiệu $PQ = x$ (km), $x \in [0; 6]$. b) Ta có $S_2 = BQ = \sqrt{6x}$ (km). Vì tam giác APQ vuông tại P nên $S_1 = \sqrt{AQ^2} = \sqrt{AP^2 + PQ^2} = \sqrt{2^2 + x^2} = \sqrt{4x^2 + 2^2}$ c) $S_1 = AP = 2, S_2 = BP = 6$. $t = \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} = \frac{2}{3} + \frac{6}{5}$ Do đó $t = \frac{28}{15}$ (giờ). d) $S_1 = \sqrt{4x^2 + 2^2}$, $S_2 = BQ = \sqrt{6x}$. $t = \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} = \frac{\sqrt{4x^2 + 2^2}}{3} + \frac{\sqrt{6x}}{5}$ Do đó $t = \frac{\sqrt{4x^2 + 2^2}}{3} + \frac{\sqrt{6x}}{5}$ (giờ). – HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	tối ưu trong chuyển động. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Ví dụ 1 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS lên bảng thực hiện VD1, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức, lưu ý hướng dẫn chi tiết VD1	– HS thực hiện VD1 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập các thao tác ứng dụng đạo hàm để giải bài toán tối ưu. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận

theo các bước trong Khung kiến thức.		toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
--------------------------------------	--	--

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố kĩ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 1 (10 phút)

– GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.

– GV nhận xét và chốt kiến thức.

– HS thực hiện Luyện tập 1.

HD. a) Quỹ đạo chuyển động

$$y \bullet \frac{g}{2v_0^2} x^2 \bullet x \tan \alpha$$

Hàm số (1) có dạng của hàm số bậc hai biến x với hệ số cao nhất âm, do đó đồ thị hàm số là một đường parabol có đỉnh ở trên. Độ cao nhất của vật trên quỹ đạo ứng với đỉnh của parabol.

$$\text{Khi đó } x_p \bullet \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

$$\bullet \sin^2 \alpha \cdot \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\text{Với } v_0 \bullet 9 \text{ (m/s), } g \bullet 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

ta có độ cao lớn nhất của vật là

$$y_p \bullet \sin^2 \alpha \cdot \frac{405}{98}$$

b) Tầm ném xa trong chuyển động

$$\text{ném xiên là } L \bullet 2x_p \bullet \sin 2\alpha \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

$$\bullet \frac{810}{98} \sin 2\alpha \cdot \frac{405}{49} \text{. Tầm ném}$$

đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{405}{49}$ khi

$$\sin 2\alpha \bullet 1 \text{ hay } \alpha \bullet \frac{\pi}{4}$$

+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp cho HS một tình huống ứng dụng đạo hàm trong Vật lí.

+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn (các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm).
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG THỰC TIỄN (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố kỹ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD2, Luyện tập 2, phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 2 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. – GV giới thiệu Định luật phản xạ ánh sáng trong vật lí.	– HS thực hiện VD2 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập các kỹ năng giải bài toán thực tế qua ứng dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Luyện tập 2 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. – GV giới thiệu Định luật khúc xạ ánh sáng trong vật lí.	– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2. <i>HD.</i> Kí hiệu tổng thời gian di chuyển từ A đến B của tia sáng là T. Ta có: $T = x \bullet \frac{AP}{v_{kk}} + \frac{PB}{v_n}$ $0 \leq x \leq c.$	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một tình huống của khoa học kĩ thuật. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.

	$\frac{\sqrt{a^2 \cdot x^2}}{v_{kk}} \sim \frac{\sqrt{b^2 \cdot (\tilde{c} x)^2}}{v_n},$ Lấy đạo hàm của hàm số $T(x)$ ta có $T'(x) = \frac{x}{v_{kk} \sqrt{a^2 \cdot x^2}} - \frac{\tilde{c} x}{v_n \sqrt{b^2 \cdot (\tilde{c} x)^2}}$ Xét phương trình $T'(x) = 0$, ta có $\frac{x}{v_{kk} \sqrt{a^2 \cdot x^2}} = \frac{\tilde{c} x}{v_n \sqrt{b^2 \cdot (\tilde{c} x)^2}}.$ Từ hình vẽ ta có $\sin i = \frac{x}{\sqrt{a^2 \cdot x^2}}; \sin r = \frac{\tilde{c} x b^2}{\sqrt{(\tilde{c} x)^2}}$ Do đó $\frac{\sin i}{v_{kk}} = \frac{\sin r}{v_n}$ hay $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_{kk}}{v_n}$.	
Phiếu học tập số 2 (20 phút) – GV cho HS hoạt động cá nhân hoàn thành phiếu học tập số 2 trong 15 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 2.	+ Cung cấp các tình huống để HS củng cố kiến thức về kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn		

TIẾT 3. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG KINH TẾ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: Giúp HS vận dụng đạo hàm để giải một số bài toán trong kinh tế. Nội dung: HS đọc phần Đọc hiểu – Nghe hiểu và thực hiện VD3, 4. Sản phẩm: Lời giải của VD3, 4. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Đọc hiểu – Nghe hiểu (4 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân đọc hiểu một số hàm số trong kinh tế học. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung Nhận xét và giải thích cho HS. <i>Nếu lớp học có điều kiện, GV có thể tổ chức cho HS tìm hiểu phần Đọc hiểu – Nghe hiểu thông qua hoạt động HS thuyết trình ngắn.</i>	– HS thực hiện các yêu cầu của hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS tiếp cận với các hàm số trong kinh tế học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 3 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân VD3 trong 8 phút rồi gọi 2 HS lên bảng thực hiện ý a và b, các HS khác theo dõi và nhận xét bài làm. GV tổng kết rồi chốt cách làm bài.	– HS thực hiện VD3 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập nhận biết các hàm số kinh tế học, và làm quen bài toán tối đa hoá doanh thu. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Ví dụ 4 (12 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng thực hiện	– HS thực hiện VD4 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS luyện tập nhận biết các hàm số trong

VD4, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.		kinh tế học thông qua mô hình hoá bài toán thực tiễn, giải bài toán tối đa hoá lợi nhuận. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
---	--	--

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố kỹ năng vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế.

Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 3.

Sản phẩm: Lời giải của HS bài luyện tập.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Luyện tập 3 (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc theo nhóm đôi trong 8 phút, sau đó gọi đại diện một nhóm trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. – GV nhận xét và chốt kiến thức.	– HS thảo luận thực hiện Luyện tập 3. <i>HD.</i> Gọi x (đơn vị triệu đồng) là số giảm giá cho mỗi chiếc xe máy, $x \geq 0$. Khi đó số tiền thu được khi bán một chiếc xe máy là $31x - 27 \bullet 4x$ (triệu đồng). Số lượng xe máy bán ra là: $600 - 200x$. Hàm chi phí cho $600 - 200x$ xe máy là $600 - 200x \cdot 27$ (triệu đồng). Hàm doanh thu cho $600 - 200x$ xe máy là $600 - 200x \cdot 31x$ (triệu đồng). Khi đó lợi nhuận thu được là $P(x) = 31x(600 - 200x) - 27(600 - 200x)$	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp cho HS một tình huống thực tế để củng cố năng lực mô hình hoá toán học, giải bài toán tối ưu tối đa hoá lợi nhuận. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
---	--	---

	• $4x^3 - 600x + 200x^2$ • $2400 - 200x - 200x^2$ (triệu đồng). Để tối đa hoá lợi nhuận, thì ta phải tìm giá trị lớn nhất của hàm $P(x)$ với $x \geq 0$. Ta có $P'(x) = 200 - 400x = 0$ khi $x = \frac{1}{2}$. Sử dụng quy tắc xét dấu đạo hàm bậc nhất của hàm số, ta thấy $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{1}{2}$. giá trị lớn nhất của hàm lợi nhuận, đạt được khi $x = 0,5$. Tức là mỗi chiếc xe máy nên giảm giá 500 nghìn đồng. Vậy giá bán mới nên là 30,5 triệu đồng thì doanh nghiệp sẽ thu được nhiều lợi nhuận nhất.	
Độc hiểu – Nghe hiểu (3 phút) – GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân đọc hiểu phần Nhận xét và yêu cầu HS nhắc lại hàm chi phí biên, hàm doanh thu biên và hàm lợi nhuận biên. – GV viết bảng hoặc trình chiếu nội nhận xét và giải thích cho HS.	– HS thực hiện các yêu cầu của hoạt động dưới sự hướng dẫn của GV.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhận biết khái niệm chi phí biên, doanh thu biên và lợi nhuận biên trong kinh tế học. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế. – Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. VẬN DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TRONG KINH TẾ (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: củng cố kĩ năng giải bài toán tối ưu trong kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện các yêu cầu trong VD5, Luyện tập 4, phiếu học tập số 3. Sản phẩm: Lời giải của HS trong bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Ví dụ 5 (10 phút) – GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm trong 7 phút rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.	– HS thực hiện VD5 và ghi bài.	+ Mục đích của hoạt động này là cho HS thực hành xác định giá trị và công thức các hàm số trong kinh tế học: chi phí, chi phí trung bình, chi phí biên; làm quen bài toán cực tiểu hoá chi phí trung bình. + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Luyện tập 4 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 4. <i>HD.</i> $C(x) = 1,2x^2 + 0,0002x^3$. Xét $C'(x) = 2,4x + 0,0006x^2$. 0. Ta có $x = 1,2$ và $x = 6000$. Do vậy $0,0002$ nhà máy nên sản xuất 6000 sản phẩm mỗi ngày để tối đa chi phí sản	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS củng cố kiến thức về cực tiểu hoá chi phí sản xuất. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

	xuất.	
--	-------	--

Phiếu học tập số 3 (25 phút) – GV cho HS hoạt động cá nhân hoàn thành phiếu học tập số 3 trong 18 – 20 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện phiếu học tập số 3.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp các tình huống để HS củng cố kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	------------------------------------	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong kinh tế.
- Giao cho HS làm một số bài tập trong SGK để chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 5. LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhớ lại cách vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn và kinh tế. Nội dung: HS thực hiện Phiếu học tập số 4. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HĐ nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) – GV phát phiếu học tập số 4 cho HS hoàn thiện theo nhóm đôi. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án.	– HS thực hiện phiếu học tập số 4.	+ Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm và các hàm số trong kinh tế.

<i>GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 2 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.</i>		+ Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Củng cố cho HS kỹ năng giải bài toán tối ưu trong thực tiễn và kinh tế bằng cách sử dụng đạo hàm. Nội dung: HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập cuối bài. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 2.6 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.6.	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một số tình huống thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.7 (10 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.7.	+ Mục đích của hoạt động này là rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm trong một số tình huống thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.8 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.8.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng đạo hàm giải quyết bài toán trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài 2.9 (8 phút) – GV cho HS thực hiện cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS	– HS đọc nội dung và thực hiện Bài 2.9.	+ Mục đích của hoạt động này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng

khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.		đạo hàm giải quyết bài toán trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
---	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (1 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán trong thực tiễn và kinh tế.
- Giao cho HS làm Bài 2.10 SGK.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Hãy hoàn thành các công thức đạo hàm các hàm số đa thức, hàm số lượng giác, hàm số mũ và hàm số logarit của một hàm số đa thức $u = f(x)$ dưới đây

$$\begin{array}{ll}
 u^n & n(\sqrt{u}) \\
 (\sin u) & (\cos u) \\
 (\tan u) & (\cot u) \\
 \log_{\sqrt{u}} & (\ln u) \\
 \sqrt{u} & e^u
 \end{array}$$

HD.

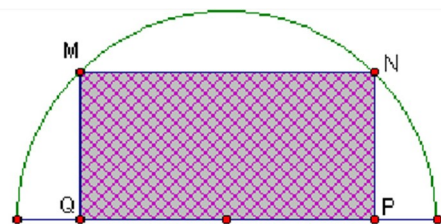
$$\begin{array}{ll}
 u^n & n(\sqrt{u}) \\
 (\sin u) & (\cos u) \\
 (\tan u) & (\cot u) \\
 \log_{\sqrt{u}} & (\ln u) \\
 \sqrt{u} & e^u
 \end{array}$$

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Câu 1. Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:

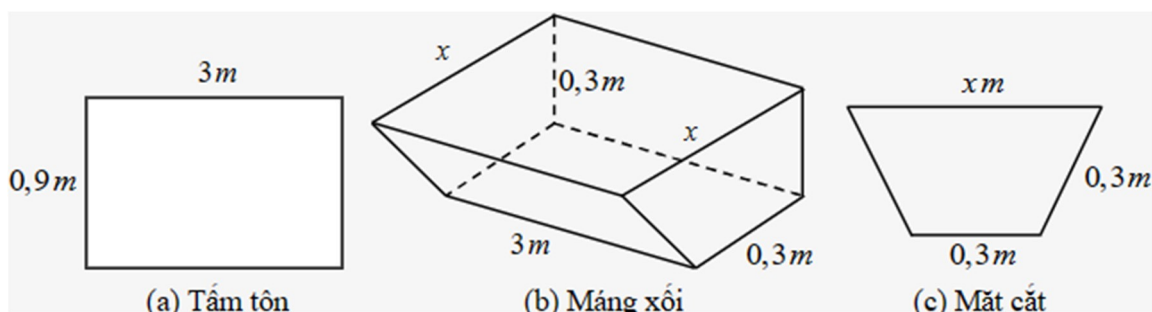
A. $6\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{2}$.

C. 7. D. 9.



Câu 2. Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới biết mặt cắt của máng xối (bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm

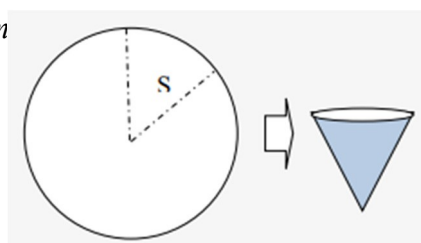
tôn. Hỏi x bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



A. $x = 0,5m$. B. $x = 0,65m$.

C. $x = 0,4m$. D. $x = 0,6m$.

Câu 3. Từ một tấm tôn hình tròn có đường kính bằng 60 cm . Người ta cắt bỏ đi một hình quạt S của tấm tôn đó, rồi gán các mép vừa cắt lại với nhau để được một cái nón không có nắp (như hình vẽ). Hỏi bằng cách làm đó người ta có thể tạo ra cái nón có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $1800\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $2480\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

C. $2000\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $1125\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Đáp án: 1. D. 2. D 3. C.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Câu 1. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/h) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng trên

giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).

- A. 10 km/h . B. 25 km/h . C. 15 km/h . D. 20 km/h .

Câu 2. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288cm^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500 000 đồng/ m^2 . Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- A. 108 triệu đồng. B. 54 triệu đồng. C. 168 triệu đồng. D. 90 triệu đồng.

Câu 3. Thầy Hồng dự định xây một bồn hoa có bề mặt là hình tròn có đường kính $AB \bullet 10\text{ m}$, để cho ấn tượng thầy Hồng thiết kế có hai hình tròn nhỏ trong hình tròn lớn bằng cách lấy điểm M giữa A và B rồi dựng các đường tròn đường kính MA và MB . Trong hai đường tròn nhỏ thầy định trồng loại hoa hồng đỏ, còn phần còn lại thầy trồng hoa hồng trắng. Biết giá hoa hồng đỏ là 5000 đồng, hoa hồng trắng là 4000 đồng và ít nhất 0.5 m^2 mới trồng được một bông hoa. Hỏi chi phí thấp nhất để trồng hoa của thầy là bao nhiêu?

- A. 752 000 đồng. B. 706 858 đồng. C. 702 000 đồng. D. 622 000 đồng.

Đáp án: 1. D 2. A 3. C

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 4

Câu 1. Hãy sắp xếp các ý sau để hoàn thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm

(1). Tìm mối quan hệ giữa các biến: Thể hiện các thông tin của bài toán dưới dạng các biến số (chọn trong các kí hiệu từ Bước 2). Sử dụng thông tin đã cho để tìm mối quan hệ (ở dạng phương trình) giữa các biến này. Sau đó, sẽ biểu thị mối quan hệ đó dưới dạng một hàm số, chẳng hạn như $L \bullet f(x)$. Tìm miền xác định của hàm số này.

(2). Giải quyết vấn đề: Sử dụng các phương pháp tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của hàm số để giải bài toán tối ưu này (ví dụ sử dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số). Thể hiện lời giải trong ngữ cảnh của bài toán thực tiễn.

(3). Hiểu vấn đề: Cần xác định rõ: Điều chưa biết là gì? Các đại lượng đã cho là gì? Các điều kiện đã cho là gì?

(4). Phát biểu bài toán: Phát biểu lại bài toán dưới dạng bài toán tối ưu của hàm số (một biến số).

(5). Giới thiệu kí hiệu: Gán một kí hiệu cho đại lượng sẽ được cực đại hoá hoặc cực tiểu hoá (ví dụ: $L, S, P, Q, \dots$). Đồng thời chọn các kí hiệu cho các đại lượng chưa biết khác (ví dụ $x, t, a, b, c, \dots$).

Câu 2. Cho tên các hàm như sau: **hàm lợi nhuận, hàm chi phí, hàm doanh thu, hàm cầu, hàm giá.** Hãy điền các từ ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành khái niệm các hàm trong kinh tế học.

Nếu C_x là tổng chi phí mà công ty (doanh nghiệp) phải trả để sản xuất x đơn vị hàng hoá thì C_x được gọi là.....

Gọi p_x là giá bán mỗi đơn vị hàng hoá khi giao dịch x đơn vị hàng hoá. Khi đó p_x được gọi là.....(hay.....) và hàm số này được kì vọng là hàm giảm theo biến x .

Nếu x đơn vị hàng hoá được bán với giá mỗi đơn vị p_x , thì....., kí hiệu là R_x , được tính bởi công thức $R_x = x \cdot p_x$.

Nếu x đơn vị hàng hoá được bán với giá mỗi đơn vị là p_x , thì....., kí hiệu là P_x , được tính bởi công thức $P_x = R_x - C_x = x \cdot p_x - C_x$.

HD. Câu 1. (3) – (5) – (1) – (4) – (2). Câu 2. Trang 35, 39 (SGK).

BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

2.6. Kí hiệu $2x$ là kích thước chiều rộng hình chữ nhật, y là kích thước chiều dài hình chữ nhật (đơn vị mét). Khi đó chu vi của cửa sổ là $C = 2x + 2y = 10$ (m).

Từ giả thiết ta có phương trình: $2x + 2y = 10$.

Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S = 2xy = \frac{1}{2}x^2$.

Từ giả thiết ta suy ra $2y = 10 - 2x$, thay vào công thức của S ta được

$$S = 10x - x^2.$$

Vì diện tích là hàm bậc hai theo biến x , diện tích sẽ đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{10}{2} = 5$. Khi

$$\text{đó } y = \frac{1}{2}(10 - 2x) = \frac{10 - 2x}{2} = \frac{10}{2} - x = 5 - x.$$

Diện tích sẽ đạt giá trị lớn nhất khi hình chữ nhật có kích thước chiều dài chiều rộng bằng nhau và bằng $\frac{10}{2} = 5$.

2.7. Đặt $BS = x^2$ ($0 \leq x \leq 4$). Ta có: $SA = 4x$.

Khi đó, chi phí cần bỏ ra là: $f(x) = 5000\sqrt{1-x^2} + 3000 \cdot 4x$.

Bài toán trở thành: "Tìm GTNN của $f(x)$ trên $[0; 4]$ "

Xét hàm số $f(x)$ trên $[0; 4]$, ta có: $f'(x) = \frac{5000x}{\sqrt{1-x^2}} - 3000$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1000 - 5x + 3\sqrt{x^2}}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{1-x^2} = 5x \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$$

$$\Rightarrow 91x = 25x \quad 4$$

Lập bảng biến thiên ta có $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 16000 tại $x = \frac{3}{4}$.

Vậy điểm S trên bờ cần tìm cách A một khoảng $\frac{3}{4} = \frac{13}{4}$.

2.8. Doanh thu $R(x) = 50000x - \frac{1}{3}x^3$ đồng. Xe thu được doanh thu cao nhất khi chở 40

$$\textcircled{P} \quad 40$$

hành khách và lợi nhuận đó bằng 8000000 đồng.

2.9. Giả sử thùng sơn có bán kính R và chiều cao h . Khi đó, ta có:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^2 h = \frac{5 \cdot 10^3}{\pi R^2}.$$

Ta cần tìm số tiền tối thiểu để sản xuất một thùng sơn. Gọi số tiền sản xuất 1 thùng sơn là T , T_1, T_2 lần lượt là số tiền sản xuất mặt xung quanh và mặt đáy.

$$T_1 = \frac{5}{10} \pi R h = \frac{10^3}{R}; T_2 = 12 \pi R^2 \quad T = T_1 + 2T_2 = \frac{10^3}{R} + 24 \pi R^2$$

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của T ,

$$\min T = T \sqrt[3]{\frac{1}{480}} = 17201 \approx 58135,9 \text{ (thùng)}.$$

$$n = T$$

Vậy có thể sản xuất được tối đa 58135 thùng.

2.10. a) Giả sử chi phí trung bình $c(x) = \frac{C_0}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 thì $c'(x_0) = 0$.

$$\text{Ta có } c'(x) = -\frac{C_0}{x^2}. \text{ Từ } c'(x_0) = -\frac{C_0}{x_0^2} = 0.$$

Do đó $C''(x_0) \leq \frac{C'(x_0)}{x_0}$ hay $C''(x_0) \leq \frac{C'(x_0)}{x_0}$, tức là chi phí biên bằng chi phí trung bình.

b) Giả sử hàm lợi nhuận $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại x_1 thì $P'(x_1) = 0$.

Vì $P(x) = R(x) - C(x)$ nên $P'(x) = R'(x) - C'(x)$. Từ đó suy ra tại x_1 ta có

$P'(x_1) = R'(x_1) - C'(x_1) = 0$, hay $R'(x_1) = C'(x_1)$. Khi đó doanh thu biên bằng chi phí biên.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn.
- Ôn tập kỹ năng vận dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, ...), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi đọc phần Tìm tòi – Khám phá, làm bài tập ở nhà), ...

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

– Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

– Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.
- + Ôn lại các kiến thức trong Chuyên đề 2.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1. Luyện tập Chuyên đề 2.
- + Tiết 2. Luyện tập Chuyên đề 2 (tiếp theo).

Tiết 1. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 2

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: HS củng cố lại được các kiến thức cơ bản trong bài vận dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 1. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục (7 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào phiếu học tập, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện phiếu học tập số 1.	+ Mục đích của phần này là để HS nhớ lại được các kiến thức cơ bản Chuyên đề 2: Các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. Nội dung: Thực hiện phần ví dụ và giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS. Tổ chức thực hiện: Gọi một số HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi lời giải và nhận xét (các bài tập do GV lựa chọn). Sau đó GV nhận xét bài làm, tổng kết phương pháp giải, lưu ý sai lầm thường mắc, ...		
Bài 2.11 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.11 SGK.		+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến

+ GV cho HS hoạt động cá nhân trong 9 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.11 và ghi bài.	thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.12 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.12 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi hai HS trả lời từng câu hỏi, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.12 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.13 SGK (12 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.13 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.13 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính trong thực tiễn. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
+ Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK, SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ <i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i> – GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn để giải quyết một số bài toán quy hoạch tuyến tính. – Giao cho HS làm một số bài tập trong SGK.		

Tiết 2. LUYỆN TẬP CHUYÊN ĐỀ 2 (tiếp theo)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: HS củng cố lại được các kiến thức cơ bản trong bài vận dụng được các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập số 2. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
GV tổ chức cho HS làm phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục (7 phút) – HS làm theo nhóm đôi vào phiếu học tập, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. <i>Nếu nhà trường có điều kiện thuận lợi như có máy tính, máy chiếu và Internet trong lớp học, GV có thể thiết kế một số hình thức ôn tập khác như phiếu học tập trên Kahoot, hoặc các trò chơi như Ai là triệu phú, Ô số bí mật,...</i>	– HS thực hiện phiếu học tập số 2.	+ Mục đích của phần này là để HS nhớ và hệ thống lại được các kiến thức cơ bản Chuyên đề 2: Các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Củng cố các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. Nội dung: Thực hiện phần ví dụ và giải một số bài tập tự luận trong SGK. Sản phẩm: Lời giải các bài tập của HS. Tổ chức thực hiện: Gọi một số HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi lời giải và nhận xét (các bài tập do GV lựa chọn). Sau đó GV nhận xét bài làm, tổng kết phương pháp giải, lưu ý sai lầm thường mắc, ...		
Bài 2.14 SGK (8 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.14 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó GV gọi 1 HS	– HS thực hiện Bài 2.14 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số

lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.		bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.15 SGK (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.15 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.15 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.16 SGK (10 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.16 SGK. + GV cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 8 phút, sau đó GV gọi 1 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.16 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học.
Bài 2.17 SGK (8 phút) – GV tổ chức cho HS làm Bài 2.17 SGK. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó GV gọi 2 HS lên bảng trình bày bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	– HS thực hiện Bài 2.17 và ghi bài.	+ Mục đích của phần này là cung cấp một tình huống để HS rèn luyện kỹ năng ứng dụng các kiến thức về đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu xuất hiện trong thực tiễn và trong kinh tế.

		+ Góp phần phát triển năng lực mô hình hoá toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
--	--	--

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

– GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Vận dụng đạo hàm để giải quyết một số bài toán tối ưu.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu 1. Cho các khái niệm sau: **miền chấp nhận được, phương án chấp nhận được, một phương án tối ưu, hàm mục tiêu, giá trị tối ưu, quy hoạch tuyến tính hai biến, phương án khả thi.** Hãy điền các khái niệm ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành đoạn sau.

Tìm giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) của biểu thức $F(x, y)$ trên miền nghiệm S của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$S: \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \vdots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases}$$

ở đó A, B là hai số thực cho trước, không đồng thời bằng 0.

Các bài toán như vậy gọi là bài toán.....Biểu thức $F(x, y)$ ở trên gọi là.....

Mỗi bất phương trình trong hệ (1) gọi là một ràng buộc. Nếu x_0, y_0 là một nghiệm của hệ

(1) thì ta nói x_0, y_0 là một.....hoặc

..... của bài toán. Tập các phương án chấp nhận được còn gọi là.....

Nếu $F(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) trên miền nghiệm S tại x_0, y_0 thì cặp x_0, y_0 gọi là.....của

bài toán và giá trị $F(x_0, y_0)$ gọi là

Câu 2. Hãy sắp xếp các ý sau để hoàn thành các bước giải bài toán tối ưu bằng cách sử dụng đạo hàm

(1). Xác định hệ bất phương trình bậc nhất gồm tất cả các ràng buộc của bài toán.

(2). Tính giá trị của hàm mục tiêu tại các điểm cực biên, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm mục tiêu rồi kết luận.

(3). Đặt biến.

(4). Biểu diễn tập các phương án chấp nhận được. Tìm các phương án cực biên.

(5). Xác định hàm mục tiêu.

HD.

Câu 1. Trang 24, 27 (SGK).

Câu 2. (3) – (5) – (1) – (4) – (2).

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Câu 1. Cho các khái niệm sau: **miền chấp nhận được, phương án chấp nhận được, một phương án tối ưu, hàm mục tiêu, giá trị tối ưu, quy hoạch tuyến tính hai biến, phương án khả thi.** Hãy điền các khái niệm ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành đoạn sau.

Tìm giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) của biểu thức $F(x, y) = Ax + By$ trên miền nghiệm S của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$S: \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \vdots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases}$$

ở đó A, B là hai số thực cho trước, không đồng thời bằng 0.

Các bài toán như vậy gọi là bài toán..... Biểu thức $F(x, y)$ ở trên gọi là.....

Mỗi bất phương trình trong hệ (1) gọi là một ràng buộc. Nếu $x_0; y_0$ là một nghiệm của hệ (1) thì ta nói $x_0; y_0$ là một..... hoặc của bài toán. Tập các phương án chấp nhận được còn gọi là..... Nếu $F(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất (tương ứng, giá trị nhỏ nhất) trên miền nghiệm S tại $x_0; y_0$ thì cặp $x_0; y_0$ gọi là..... của bài toán và giá trị $F(x_0; y_0)$ gọi là

Câu 2. Cho các cụm từ sau: **hàm doanh thu biên, chi phí biên, hàm lợi nhuận biên.** Hãy điền các từ ở trên vào đoạn dưới đây để hoàn thành khái niệm trong kinh tế học.

..... là tốc độ thay đổi của hàm chi phí $C(x)$ đối với x , tức là đạo hàm $C'(x)$.

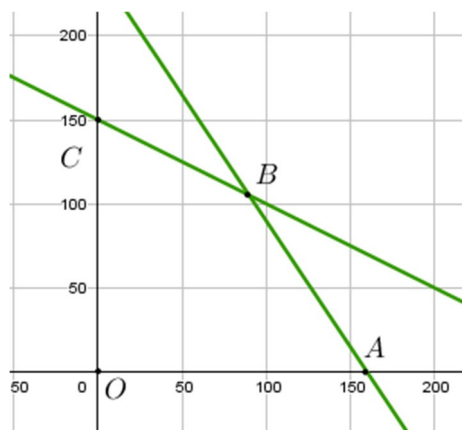
Đạo hàm $R'(x)$ của hàm doanh thu $R(x)$ được gọi là..... và là tốc độ thay đổi của doanh thu đối với số lượng đơn vị sản phẩm bán ra.

..... là đạo hàm $P'(x)$ của hàm lợi nhuận.

TRẢ LỜI/HƯỚNG DẪN/GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP TRONG SGK

2.11. a) Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 250x + 500y \leq 75000 \\ 750x + 500y \leq 120000 \\ 3x + 2y \leq 480 \end{cases}$$



b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình này là miền tứ giác OABC trong hình bên với

$$O(0;0), A(160;0), B(90;105), C(0;150).$$

c) Lợi nhuận thu được là $F(x; y) = 30x + 40y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh của tứ giác, ta được:

$$F(0;0) = 0, F(160;0) = 4800, F(90;105) = 6900, F(0;150) = 6000.$$

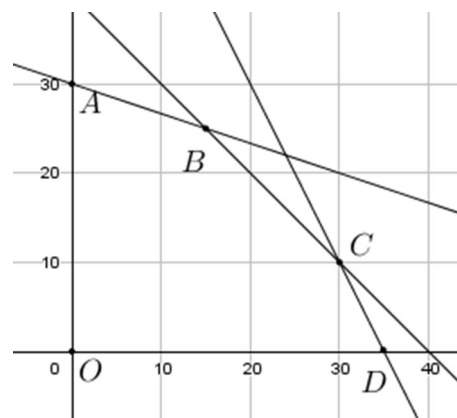
Vậy lợi nhuận thu được lớn nhất là 6900 nghìn đồng khi $x = 90$, $y = 105$, tức là cần chuẩn bị 90 gói cà phê tiêu chuẩn và 105 gói cà phê cao cấp.

2.12. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm thứ nhất và sản phẩm thứ hai của nhà máy.

$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 2x + y \leq 70 \\ x + y \leq 35 \\ x + 3y \leq 90 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

Miền nghiệm của bất phương trình này là miền ngũ giác OABCD như hình bên với $O(0;0)$, $A(0;30)$, $B(15;25)$, $C(30;10)$ và $D(35;0)$.



Lợi nhuận thu được là $F(x; y) = 400x + 600y$ (nghìn đồng).

Tính giá trị của biểu thức $F(x; y)$ tại các đỉnh của ngũ giác, ta được:

$$F(0;0) = 0, F(0;30) = 18000, F(15;25) = 21000, F(30;10) = 18000, F(35;0) = 14000.$$

Vậy lợi nhuận thu được lớn nhất là 21000 nghìn đồng khi $x = 15$, $y = 25$, tức là cần sản xuất 15 sản phẩm thứ nhất và 25 sản phẩm thứ hai.

2.13. Gọi x, y lần lượt là số đại diện bán hàng ở Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh sẽ tham dự cuộc họp.

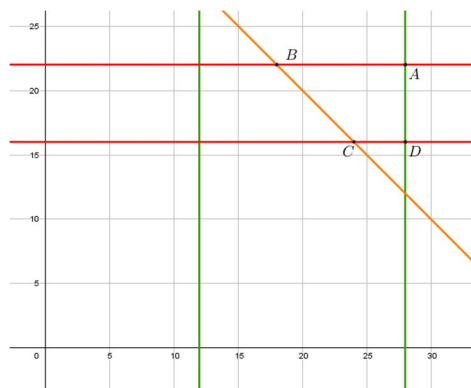
$$12 \leq x$$

28 Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình:

$$y \leq 22$$

$$x + y \leq 40.$$

Miền nghiệm của bất phương trình này là miền tứ giác ABCD như hình bên với $A(28; 22)$, $B(18; 22)$, $C(24; 16)$ và $D(28; 16)$.



Tổng chi phí vé máy bay là $F(x, y) = 2x + 4y$

(triệu đồng). Tính giá trị của biểu thức $F(x, y)$ tại các đỉnh của ngũ giác, ta được:

$$F(28; 22) = 108,8; F(18; 22) = 88,8; F(24; 16) = 86,4; F(28; 16) = 94,4.$$

Vậy tổng chi phí vé máy bay nhỏ nhất là 86,4 triệu đồng khi $x = 24$ và $y = 16$, tức là cần cử

24 đại diện bán hàng ở Hà Nội và 16 đại diện bán hàng ở Thành phố Hồ Chí Minh đến dự cuộc họp.

2.14. Ta có: $0 < \alpha < 90^\circ$. Ta có:

$$F(\alpha) = \frac{cmg(c \cos \alpha \sin \alpha)}{c \sin \alpha \cos \alpha^2}; F'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow c \cos \alpha \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \tan \alpha = c.$$

Giả sử $\alpha = \alpha_0$ thỏa mãn $\tan \alpha_0 = c$.

Khi $0 < \alpha < \alpha_0$ thì $F'(\alpha) < 0$, khi $\alpha = \alpha_0$ thì $F'(\alpha) = 0$. Do đó lực kéo F nhỏ nhất tại

α_0 tức là khi $\tan \alpha = c$.

2.15. Đặt $BD = x$, ta có $AC = \sqrt{x^2 + 9}$. Khi đó: $\sin D = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}}$.

Xét tam giác ACD, ta có

$$\frac{AC}{\sin D} = \frac{CD}{\sin DAC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{x} = \frac{4}{\sin DAC} \Leftrightarrow \sin DAC = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 9} \cdot \sqrt{x^2 + 49}}.$$

Để có được tầm nhìn thuận lợi thì góc nhìn α phải lớn nhất.

Xét hàm số $y = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 9} \cdot \sqrt{x^2 + 49}} = \frac{4x}{\sqrt{(x^2 + 9)x^2 + 49}}$, $x \geq 0$.

Ta có $y' = \frac{4x^4 \cdot 1764}{x^4 \cdot 58x^2 + 441} = \frac{7056x^4}{58x^2 + 441}$ $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{21} \approx 4,58$.

Vậy người đó phải đứng cách tường khoảng 4,58m thì tầm nhìn là thuận lợi nhất.

2.16. Gọi chiều cao cột đèn là h (mét) ($h > 0$).

Ta có:

$$I = \frac{\sin^2 \alpha}{s^2} = \frac{h^2}{h^2 + 400}; h \in (0; 20]$$

$$I' = -\frac{2h}{h^2 + 400} < 0 \quad \forall h \in (0; 20]$$

Khi đó tại $h = 20$ thì hàm số $I = \frac{h^2}{h^2 + 400}$ đạt giá trị lớn nhất.

Vậy khi chiều cao của cột đèn là 20m thì sẽ chiếu sáng mạnh nhất cho lối đi bộ.

2.17. a) Hàm lợi nhuận là

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(100 - 0,5x) - 40x - 37,5 = -0,5x^2 + 60x - 37,5.$$

Ta có $P'(x) = -x + 60$; $P''(x) = -1 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Dễ thấy hàm lợi nhuận $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 60$.

Khi đó $p = 100 - 0,5 \cdot 60 = 70$ (nghìn đồng).

Vậy nếu bán mỗi đơn vị hàng hoá với giá 70 nghìn đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

b) Chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $c(x) = \frac{C}{x} = \frac{40x + 37,5}{x}$.

Khi lợi nhuận là lớn nhất thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $c(60) = 40,625$ (nghìn đồng).