

# Chương IV. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

## Bài 11. NGUYÊN HÀM

Thời gian thực hiện: 5 tiết

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết khái niệm nguyên hàm của một hàm số, giải thích một số tính chất của nguyên hàm.
- Tìm nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp thường gặp.
- Vận dụng khái niệm nguyên hàm vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, đặc biệt là năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến khái niệm nguyên hàm.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
  - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của nguyên hàm (liên hệ đến khái niệm và phép toán về đạo hàm).

#### - Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.
- + Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính đạo hàm của hàm số. Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Định nghĩa nguyên hàm.
- + Tiết 2: Mục 2: Tính chất cơ bản của nguyên hàm.

- + Tiết 3: Mục 3a: Nguyên hàm của hàm số lũy thừa
- + Tiết 4: Mục 3b, c: Nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.
- + Tiết 5: Luyện tập.

### Tiết 1. ĐỊNH NGHĨA NGUYÊN HÀM

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm nguyên hàm.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về nguyên hàm.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Câu trả lời của HS.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Tình huống mở đầu (3 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán.</p> <p>- <i>Đặt vấn đề:</i></p> <p>Ta cần tìm <math>S(t)</math> mà máy bay di chuyển được sau <math>t</math> giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta biết rằng <math>S'(t) = v(t)</math>. Như vậy, ta cần tìm một hàm số có đạo hàm bằng hàm số <math>v(t)</math> đã cho. Bài toán này dẫn đến một khái niệm qua trọng trong Toán học, đó là khái niệm nguyên hàm.</p>	<p>HS đọc tình huống mở đầu và suy nghĩ về tình huống đó.</p>	<p>Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng nguyên hàm để tính toán.</p>
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Giúp HS hình thành khái niệm nguyên hàm.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, từ đó hình thành khái niệm nguyên hàm.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>1. Nguyên hàm của một hàm số HĐ1 (6 phút)</b></p>	<p>HĐ1.</p> <p>a) Ta có <math>F'(x) = x^2 + 1</math>.</p>	<p>- Thông qua HĐ1, HS sẽ hình thành được</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p>- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.</p> <p>- Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV sẽ giới thiệu cho HS khái niệm nguyên hàm của hàm số. Cần lưu ý cho HS nhận biết đẳng thức <math>F'(x) = f(x)</math> trong định nghĩa nguyên hàm.</p> <p>GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.</p> <p>GV lưu ý HS nội dung trong mục Chú ý.</p>	<p>b) Ta có <math>F'(x) = f(x)</math>.</p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>khái niệm nguyên hàm của một hàm số.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 1 (5 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p> <p>- HS thực hiện lần lượt tính đạo hàm của các hàm số đã cho, sau đó đối chiếu với định nghĩa nguyên hàm để kết luận và giải thích được kết luận đưa ra.</p> <p>- GV nhận xét và chốt kiến thức.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài vào vở.</p>	<p>- VD1 nhằm rèn cho HS kĩ năng vận dụng định nghĩa nguyên hàm để tìm nguyên hàm của hàm số.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Luyện tập 1 (5 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p> <p>- GV nhận xét và chốt kiến thức.</p>	<p>Ta có: <math>F'(x) = x^{\frac{1}{x}} = f(x)</math>,</p> $G'(x) = \tilde{x}^{\frac{1}{x}} = f(x)$ <p>nên <math>F(x)</math> là một nguyên hàm của <math>f(x)</math>.</p>	<p>- Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố cho HS kĩ năng vận dụng định nghĩa nguyên hàm để tìm nguyên hàm của hàm số.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>HD2 (10 phút)</b></p> <p>- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD2 trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.</p> <p>- Sau HD2, GV cho HS thấy tập hợp các nguyên hàm của hàm số <math>f(x)</math> đã cho có dạng <math>F(x) + C</math>, với <math>C</math> là hằng số và <math>F(x)</math> là một nguyên hàm nào đó của <math>f(x)</math>.</p> <p>- GV giới thiệu cho HS khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số: Định nghĩa và kí hiệu.</p> <p>- GV làm rõ kí hiệu nguyên hàm <math>\int f(x)dx</math> và tập hợp <math>F(x) + C</math>, với <math>C</math> là hằng số và <math>F(x)</math> là một nguyên hàm nào đó của <math>f(x)</math>.</p>	<p>HD2.</p> <p>a) Ta có <math>F'(x) \bullet x^3 \bullet f(x)</math>.          Vậy <math>F(x)</math> là một nguyên hàm của hàm số <math>f(x)</math>.</p> <p>b) Ta có <math>G'(x) \bullet x^3 \bullet f(x)</math>.          Vậy <math>G(x)</math> là một nguyên hàm của hàm số <math>f(x)</math>.</p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>- Thông qua HD2, HS nhận biết được tập hợp các nguyên hàm của một hàm số.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Chú ý (3 phút)</b></p> <p>GV lưu ý cho HS sự tồn tại của nguyên hàm trên một khoảng và cách tìm họ nguyên hàm</p> <p><math>\int f(x)dx</math>.</p>	<p>HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>Thông qua phần Chú ý, giới thiệu cho HS sự tồn tại của nguyên hàm và quy tắc thực hành tìm họ nguyên hàm của một hàm số.</p>
<p><b>Ví dụ 2 (5 phút)</b></p> <p>GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.</p>	<p>- Thông qua Ví dụ 2, HS thực hành tìm họ nguyên hàm của một hàm số đơn giản.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tìm họ nguyên hàm của hàm số.

**Nội dung:** HS thực hiện Luyện tập 2.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS bài luyện tập.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

**Luyện tập 2 (5 phút)**

GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.

*HD.* Ta có  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ .

- HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài.

- Thông qua Luyện tập 2, HS củng cố kỹ năng tìm họ nguyên hàm của hàm số.
- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

**TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm nguyên hàm của một hàm số và cách tìm họ nguyên hàm bằng khái niệm.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Sử dụng định nghĩa nguyên hàm của hàm số: Bài 4.1.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

**Tiết 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NGUYÊN HÀM**

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

**HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**

**Mục tiêu:** HS khám phá được các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

**Nội dung:** HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ.

**Sản phẩm:** Kiến thức về các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>2. Tính chất cơ bản của nguyên hàm</b></p> <p><b>HD3 (5 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.</p> <p>- Từ HD3, GV giới thiệu cho HS tính chất của nguyên hàm.</p> <p>- GV có thể yêu cầu HS giải thích vì trường hợp <math>k \neq 0</math> thì tính chất không còn đúng.</p>	<p>HD. a) Ta có</p> $kF'x \bullet kF'x \bullet kf'x \text{ nên } kF'x$ <p>là một nguyên hàm của .</p> <p>b) Ta có <math>\int kf'x dx \bullet kF'x + C</math></p> $\bullet k \int f'x dx$ <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p> <p>- Với <math>k \neq 0</math> thì</p> $\int kf'x dx \bullet \int f'x dx \bullet C + C$ <p><math>\bullet 0</math> với <math>C</math> là hằng số, <math>k \int f'x dx \bullet 0</math> . Đó đó tính chất không đúng với <math>k \neq 0</math> .</p>	<p>- Thông qua HD3, HS khám phá được tính chất cơ bản của nguyên hàm.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 3 (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Luyện tập 3 (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p>	<p>- HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài.</p> <p>a) Ta có <math>F'x \bullet x^n \bullet f'x</math> nên</p> $\int x^n dx \bullet F'x .$	<p>- Mục đích của Ví dụ này là cung cấp cho HS công thức để tính nguyên hàm của hàm lũy thừa.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\int kx^n dx = k \frac{x^{n+1}}{n+1}, C, k \neq 0.$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<p><b>HD4 (6 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.</p> <p>- Từ HD4, GV giới thiệu cho HS tính chất của nguyên hàm.</p>	<p>a) <math>\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx</math> nên <math>\int f(x) \cdot g'(x) dx</math> là một nguyên hàm của <math>f(x) \cdot g'(x)</math>.</p> <p>b) Ta có</p> $\int f(x) \cdot g'(x) dx = F(x) \cdot G(x) - \int F'(x) \cdot G(x) dx$ <p>• <math>\int f(x) dx = \int g(x) dx</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thông qua HD4, HS khám phá được tính chất cơ bản của nguyên hàm.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.</li> </ul>
<p><b>Ví dụ 4 (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<b>HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 4.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS trong bài.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Luyện tập 4 (5 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày,</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 4.</p> <p>HD.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Luyện tập 4 là hoạt động rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.	a) $\int 3x^2 \cdot 1 dx \bullet x^3 \cdot x C.$ b) $\int 2x \cdot 1^2 x \bullet \frac{4}{3} x^3 \cdot 2x^2 \cdot x C.$	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

**HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**

**Mục tiêu:** Giúp HS vận dụng được kiến thức về nguyên hàm để giải quyết một số tình huống thực tế.

**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

<p><b>Ví dụ 5 (6 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút, sau đó gọi đại diện 1 cặp trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS đọc nội dung và thực hiện Ví dụ 5.</p>	<p>- Ví dụ 5 là hoạt động vận dụng nguyên hàm để giải quyết các bài toán thực tế.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</p>
<p><b>Vận dụng (6 phút)</b></p> <p>GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.</p>	<p>- HS hoạt động nhóm thực hiện Vận dụng.</p> <p>- Từ định nghĩa đạo hàm có</p> $R'_x \bullet M'_R x.$ <p>Cho trước hàm tốc độ biến động của doanh thu <math>M_R x</math> khi <math>x</math> đơn vị sản phẩm được bán ra thì <math>R_x</math> là một nguyên hàm của <math>M_R x</math>.</p> <p>Do đó</p>	<p>- Mục đích phần này là rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng trong bài học để giải quyết.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$R x \bullet \int M_R x dx$ $\bullet \int 300 \cdot 0,1 x dx$ $\bullet 300x \frac{0,1x^2}{2} C.$ Từ ý nghĩa thực tiễn, $R_0 \bullet 0$ nên $C \bullet 0$ . Từ đó tìm được $R 1000 \bullet 200 000$ (triệu đồng)	

### TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính chất cơ bản của nguyên hàm.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài 4.2. Tìm nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

### Tiết 3. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<div style="background-color: #2c5e8c; color: white; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"><b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b></div> <p><b>Mục tiêu:</b> HS khám phá được các công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ3, HĐ4 và các ví dụ.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Kiến thức về các tính chất cơ bản của nguyên hàm.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp</b></p> <p><b>a) Nguyên hàm của hàm số lũy thừa (14 phút)</b></p> <p>- GV giới thiệu cho HS hàm số lũy thừa và tập xác định của nó trong từng trường hợp.</p>	<p>- HS nhắc lại công thức tính đạo hàm đã học ở lớp 11.</p>	<p>- Mục đích của phần này là để HS nhận biết hàm số lũy thừa, công thức tính đạo hàm của hàm số lũy thừa.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p>- HS nhắc lại công thức tính đạo hàm của <math>y = x^n</math>, <math>y = \sqrt{x}</math>.</p> <p>- Từ công thức đạo hàm của hàm số <math>y = x^n</math>, GV giới thiệu cho HS công thức đạo hàm của hàm lũy thừa.</p> <p>- GV tổng kết và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.</p> <p>- GV giao nhiệm vụ cho HS thực hiện câu hỏi trong SGK.</p>	<p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p> <p>- Ta có</p> $y' = nx^{n-1}$ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $y' = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$ $y' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ $y' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$	<p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>HD5 (6 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện theo cặp HD5 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p> <p>- Từ kết quả của HD5, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của hàm số <math>y = x^a</math>, <math>y = \frac{1}{x}</math>.</p> <p>- GV tổng kết và trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.</p>	<p>a) <math>\int x^{a-1} dx = \frac{x^a}{a}</math> ;</p> <p>b) Với <math>x \neq 0</math>, ta có</p> $\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$ <p>Với <math>x &gt; 0</math>, ta có</p> $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	<p>- Mục đích của HD5 là giúp HS nhận biết công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

<p><b>Ví dụ 6 (10 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Mục đích của Ví dụ này là để HS rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.</li><li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li></ul>
--	---	--

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 5.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS trong bài.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

**Luyện tập 5 (10 phút)**

GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.

- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 5.

a)  $\int \frac{1}{3x^3} dx = \frac{1}{3} \int x^{-3} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{6x^2} + C$

b)  $\int \sqrt{x} \cdot x dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x} + C$

c)  $\int x \sqrt[3]{5^3 x^4} dx = \int x \sqrt[3]{125 x^4} dx = \int 5 x^{\frac{7}{3}} dx = \frac{3}{10} \ln|x| - \frac{15}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$

- Luyện tập 4 là hoạt động rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

**TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Nguyên hàm của hàm số lũy thừa.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK:
- + Bài 4.3 ý a, b, c, bài 4.5: Tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.


**Tiết 4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ HÀM SỐ MŨ**

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
--	--	------------------

**HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**

**Mục tiêu:** HS khám phá được công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.

**Nội dung:** HS thực hiện HĐ6, HĐ7 và các ví dụ.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt																				
<p><b>Sản phẩm:</b> Công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.</p>																						
<p><b>3. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp</b></p> <p><b>b) Nguyên hàm của hàm số lượng giác</b></p> <p><b>HD6 (10 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.</p> <p>- Từ HD6, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của các hàm số lượng giác</p> <p>- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.</p>	<p>HD.</p> <p>a)</p> <table border="1" data-bbox="575 576 998 717"> <tr> <td><math>F(x)</math></td> <td><math>\sin x</math></td> <td><math>\cos x</math></td> <td><math>\tan x</math></td> <td><math>\cot x</math></td> </tr> <tr> <td><math>F'(x)</math></td> <td><math>\cos x</math></td> <td><math>-\sin x</math></td> <td><math>\frac{1}{\cos^2 x}</math></td> <td><math>\frac{-1}{\sin^2 x}</math></td> </tr> </table> <p>b)</p> <table border="1" data-bbox="575 802 998 949"> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>\cos x</math></td> <td><math>\sin x</math></td> <td><math>\frac{1}{\cos^2 x}</math></td> <td><math>\frac{1}{\sin^2 x}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\int f(x)dx</math></td> <td><math>\sin x</math></td> <td><math>-\cos x</math></td> <td><math>\tan x</math></td> <td><math>-\cot x</math></td> </tr> </table> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	$F(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$	$F'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$	$f(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\int f(x)dx$	$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\cot x$	<p>- Thông qua HD3, HS khám phá được các công thức tính nguyên hàm của hàm số lượng giác.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.</p>
$F(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$																		
$F'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$																		
$f(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$																		
$\int f(x)dx$	$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\cot x$																		
<p><b>Ví dụ 7 (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của Ví dụ này là hình thành cách tính nguyên hàm của hàm số lượng giác.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>																				
<p><b>Luyện tập 6 (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p>	<p>- HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài.</p> <p>a)  <math>3\cos x - 4\sin x dx</math></p> <p>● <math>3\sin x - 4\cos x C;</math></p>	<p>- Mục đích của Luyện tập 6 là rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm của hàm số lượng giác.</p>																				

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt												
	b) $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$ ● $\tan x \cot x C$ .	- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.												
<b>c) Nguyên hàm của hàm số mũ HĐ7 (10 phút)</b> - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.  - Từ HĐ7, HS rút ra công thức tính nguyên hàm của các hàm số lượng giác. - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.	a) <table border="1" data-bbox="568 489 996 701"> <tr> <td><math>F(x)</math></td> <td><math>e^x</math></td> <td><math>\frac{a^x}{\ln a} \quad 0 &lt; a &lt; 1</math></td> </tr> <tr> <td><math>F'(x)</math></td> <td><math>e^x</math></td> <td><math>a^x</math></td> </tr> </table> b) <table border="1" data-bbox="568 808 996 993"> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>e^x</math></td> <td><math>a^x \quad 0 &lt; a &lt; 1</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>e^x</math></td> <td><math>\frac{a^x}{\ln a}</math></td> </tr> </table> - HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	$F(x)$	$e^x$	$\frac{a^x}{\ln a} \quad 0 < a < 1$	$F'(x)$	$e^x$	$a^x$	$f(x)$	$e^x$	$a^x \quad 0 < a < 1$	$f(x)$	$e^x$	$\frac{a^x}{\ln a}$	- Thông qua HĐ7, HS nhận biết được các công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
$F(x)$	$e^x$	$\frac{a^x}{\ln a} \quad 0 < a < 1$												
$F'(x)$	$e^x$	$a^x$												
$f(x)$	$e^x$	$a^x \quad 0 < a < 1$												
$f(x)$	$e^x$	$\frac{a^x}{\ln a}$												
<b>Ví dụ 8 (5 phút)</b> GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 4 phút, sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.	HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện kỹ năng tính nguyên hàm của hàm số mũ. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.												
<b>HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP</b>														
<b>Mục tiêu:</b> Củng cố kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số mũ. <b>Nội dung:</b> HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 7. <b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS trong bài. <b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.														
<b>Luyện tập 7 (5 phút)</b>		- Mục đích của Luyện tập 7 là củng cố kỹ năng tính												

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p>- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 7.  <i>HD.</i></p> <p>a) <math>\int 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} + C.</math></p> <p>b) <math>\int \frac{1}{e^x} dx = -\frac{1}{e^x} + C.</math></p> <p>c) <math>\int \frac{2}{3} 3^x - \frac{1}{7} 7^x dx = \frac{2}{\ln 3} 3^x - \frac{1}{3 \ln 7} 7^x + C.</math></p>	<p>nguyên hàm của hàm số mũ.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Bảng nguyên hàm (3 phút)</b>  GV cho HS thực hiện theo cặp, tổng kết thành bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.</p>	<p>HS tổng kết lại thành bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp.</p>	<p>- HS tổng kết lại được bảng công thức nguyên hàm của các hàm số thường gặp.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

### TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Nguyên hàm của hàm số lượng giác và hàm số mũ.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK:
  - + Bài 4.3, 4.4: Tính nguyên hàm của các hàm số thường gặp.
  - + Bài 4.7: Ứng dụng thực tế của nguyên hàm.

## Tiết 5: LUYỆN TẬP

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<div style="background-color: #2c5e8a; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b></div> <p><b>Mục tiêu:</b> Nhớ lại khái niệm nguyên hàm, tính chất của nguyên hàm và các công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS ôn tập lại các công thức thông qua phiếu học tập số 1.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Câu trả lời của HS.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Hoạt động khởi động (6 phút)</b></p> <p>- GV phát phiếu học tập số 1 cho HS hoàn thiện theo nhóm. Sau đó gọi đại diện HS trả lời, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV chốt đáp án.</p> <p>- GV có thể tổ chức cho HS hoàn thiện phiếu học tập số 1 thông qua trò chơi trình chiếu trên máy chiếu.</p>	<p>HS thực hiện phiếu học tập số 1.</p> <p><i>HD.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. C</li> <li>2. C</li> <li>3. D</li> <li>4. A</li> <li>5. C.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của hoạt động này là để HS nhớ lại các công thức nguyên hàm của các hàm số.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.</li> </ul>
<div style="background-color: #2c5e8a; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP</b></div> <p><b>Mục tiêu:</b> củng cố cho HS cách tìm nguyên hàm của các hàm số.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các bài tập cuối bài.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Bài tập 4.2 ý b và d (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	<p>HS làm Bài tập 4.2 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm lũy thừa.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		quyết vấn đề toán học.
<p><b>Bài tập 4.3 ý c, d (9 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	HS làm Bài tập 4.3 và ghi bài.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm của hàm số lũy thừa và hàm số mũ.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<p><b>Bài tập 4.4 ý a, b (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	HS làm Bài tập 4.4 và ghi bài.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tìm nguyên hàm của hàm số lượng giác.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<div style="background-color: #2c5e8c; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG</b></div> <p><b>Mục tiêu:</b> HS thấy được ý nghĩa của nguyên hàm trong thực tế.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của bài tập cuối bài.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Bài tập 4.7 (10 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi HS lên</p>	HS làm Bài tập 4.7 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là để HS ứng dụng nguyên

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. + Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).		hàm để giải quyết tình huống thực tế. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

### TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (4 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Các công thức tính nguyên hàm của các hàm số thường gặp.
- Giao cho HS làm bài tập trong SBT.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

- A.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .      B.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .  
 C.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .      D.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .

2. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.  $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hàm  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
 B.  $\int f(x) g(x) dx = f(x) \int g(x) dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
 C.  $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
 D.  $\int f(x) g(x) dx = f(x) \int g(x) dx$  với mọi hàm  $f(x), g(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

3. Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  là hàm số liên tục, có  $F(x)$ ,  $G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của  $f(x)$ ,  $g(x)$ . Xét các mệnh đề sau:

- (i)  $F(x) - G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) - g(x)$ .
- (ii)  $k \cdot F(x)$  là một nguyên hàm của  $k \cdot f(x)$  với  $k \in \mathbb{R}$ .
- (iii)  $F(x) \cdot G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) \cdot g(x)$ .

Các mệnh đề đúng là

- A. (ii) và (iii).
- B. Cả 3 mệnh đề.
- C. (i) và (iii).
- D. (i) và (ii).

4. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.  $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k \in \mathbb{R}$ .
- B.  $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$ ;  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- C.  $\int x^p dx = \frac{1}{p+1} x^{p+1}$  với  $p \neq -1$ .
- D.  $\int f(x) dx = f(x)$ .

5. Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Chọn mệnh đề sai.

- A.  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .
- B.  $\int f(x) dx = f(x)$ .
- C.  $\int f(x) dx = f(x)$ .
- D.  $\int f(x) dx = F(x)$ .

6. Hoàn thành bảng các công thức tích nguyên hàm sau:

$\int 0 dx = \dots$	$\int 1 dx = \dots$
$\int x^n dx = \dots$	$\int \frac{1}{x} dx = \dots$
$\int e^x dx = \dots$	$\int a^x dx = \dots$
$\int \cos x dx = \dots$	$\int \sin x dx = \dots$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \dots$	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \dots$

## BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.1. a)  $F(x) = \ln x \cdot x \ln x$  với mọi  $x > 0$ ; nên hàm số  $F(x) = x \ln x$

là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 + \ln x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

b)  $F(x) = e^{\sin x}$  không là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{\cos x}$  trên  $\mathbb{R}$ .

4.2. a) Dùng định nghĩa hoặc tính chất nguyên hàm của một tổng, hiệu.

Đáp số.  $\int (3x^2 - 2x) dx = x^3 - x^2 + C$ .

b) Đáp số.  $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C$ .

c) Ta có  $\int 2x^3 dx = \frac{2}{4} x^4 = \frac{1}{2} x^4$ . Do đó  $\frac{2x^3}{6}$  là một nguyên hàm của hàm số  $2x^3$  trên  $\mathbb{R}$ . Vậy  $\int 2x^3 dx = \frac{2x^4}{4} + C = \frac{1}{2} x^4 + C$ .

GV có thể hướng dẫn HS khai triển hằng đẳng thức và dùng tính chất của nguyên hàm kết hợp với bảng nguyên hàm.

d) Ta có  $f(x) = 2x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^2} = 4x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^2}$  nên

$$\int (2x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x^2}) dx = \int 4x^{\frac{1}{2}} dx - \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{4x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x} + C = \frac{8}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x} + C$$

4.3. Dùng các tính chất của nguyên hàm.

a) Ta có:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x} + C$$

b) Phân tích tương tự, ta có  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

$$\int 7x^2 dx = \frac{7x^3}{3} + C$$

$$x^2 \cdot C = -$$

Đáp số.  $\int \sqrt{x} \cdot 7x^2 \cdot 3 dx = \frac{21}{5} x^{5/2} + C$

c) Khai triển  $2x^2 + 4x + 1$  và chia cho

$x^2$ . Dùng tính chất của nguyên hàm.

Đáp số.  $\int \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2} dx = 2 + 4 \ln|x| + \frac{1}{x} + C$





$M_x; f(x) \in C$  là  $k_M f(x)$ . Do đó, hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \tilde{x}^{-1/2}$ . Lập

luận tương tự Bài tập 4.5 và chú ý rằng  $f(0) = 0$  ta được  $f(x) = \frac{\tilde{x}^{3/2}}{3/2}$  là hàm số cần tìm.

4.7. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta đã biết độ cao  $h(t)$  của viên đạn (tính từ mặt đất) tại thời điểm  $t$  thoả mãn  $h'(t) = v(t)$  nên  $h(t)$  là nguyên hàm của hàm vận tốc  $v(t)$ . Ta có:

$$v(t) dt = 160\sqrt{4,9t} dt = 160\sqrt{4,9} t^{1/2} dt$$

Do đó, độ cao  $h(t)$  có dạng  $h(t) = 160\sqrt{4,9} t^{3/2} + C$ . Kết hợp với giả thiết  $h(0) = 0$  ta được  $C = 0$  và  $h(t) = 160\sqrt{4,9} t^{3/2}$  (m).

a) Sau thời gian  $t = 5$  (giây), độ cao của viên đạn là  $h = h(5) = 160\sqrt{4,9} \cdot 5^{3/2} = 677,5$  (m).

b) Khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất thì  $v(t) = 160\sqrt{4,9} t = 0$ . Từ đó ta có  $t = t_m = 16,3$  (giây).

Độ cao lớn nhất của viên đạn là  $h_{\max} = h(t_m) = 160\sqrt{4,9} \cdot 16,3^{3/2} = 1360,1$  (m).

## Bài 12. TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 4 tiết

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kỹ năng

- Nhận biết định nghĩa và các tính chất của tích phân.
- Tính tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Vận dụng tích phân để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến tích phân.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế cần vận dụng tích phân để giải quyết.

**- Học sinh:**

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Khái niệm tích phân (phần a).
- + Tiết 2: Mục 1: Khái niệm tích phân (phần b).
- + Tiết 3: Mục 2. Tính chất của tích phân.
- + Tiết 4: Luyện tập.

#### Tiết 1. KHÁI NIỆM TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b> <i>Mục tiêu:</i> Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm tích phân. <i>Nội dung:</i> HS đọc tình huống mở đầu, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về tích phân. <i>Sản phẩm:</i> Câu trả lời của HS. <i>Tổ chức hoạt động:</i> HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
<b>Tình huống mở đầu (4 phút)</b> - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - GV có thể đặt câu hỏi cho HS: + Kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển trong khoảng thời gian bao lâu? - <i>Đặt vấn đề:</i> Ta đã biết hàm số $s(t)$ chính là một nguyên hàm của $v(t)$ , vậy để tính quãng đường ô tô di chuyển trong khoảng 0,5 giây kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ta có sử dụng tới nguyên hàm của hàm số $v(t)$ hay ta sử dụng một khái niệm mới, chúng ta sẽ cùng nhau đi tìm hiểu trong bài học hôm nay.	- HS đọc và suy nghĩ về tình huống.  <i>HD.</i> Ô tô di chuyển trong khoảng 0,5 giây.	- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần sử dụng tích phân để tính toán. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Giúp HS biết cách tính diện tích hình thang cong.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện Ví dụ 1, HĐ1, HĐ2, Ví dụ 2.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>1. Khái niệm tích phân</b></p> <p><b>a) Diện tích hình thang cong (8 phút)</b></p> <p>- GV cho HS nhắc lại khái niệm hình thang và công thức tính diện tích hình thang. Sau đó GV giới thiệu cho HS khái niệm hình thang cong.</p> <p>- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 1 và gọi 1 HS trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.</p>	<p>- HS nhắc lại khái niệm và lắng nghe GV giới thiệu.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>- Hình thang là hình có một cặp cạnh song song với nhau.</p> <p>- Công thức tính diện tích hình thang</p> $S = \frac{1}{2} \cdot (\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot \text{chiều cao}$ <p>- HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.</p>	<p>- HS nhận biết được khái niệm hình thang cong.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>HĐ1 (7 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p> <p>- HS thực hiện lần lượt tính đạo hàm của các hàm số đã cho, sau đó đối chiếu với định nghĩa nguyên hàm để kết luận và giải thích được cho kết luận đưa ra.</p> <p>- GV nhận xét và chốt kiến thức.</p>	<p>- HS thực hiện HĐ1 và ghi bài.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>a) Ta có <math>S = \frac{2 \cdot 5 \cdot 3}{2} = \frac{21}{2}</math>.</p> <p>b) Ta có <math>S = \frac{t \cdot 3 \cdot t}{2} = t \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} t^2</math>.</p> <p>c) Ta có <math>S' = t \cdot 1 = f(t)</math>,</p> $S = \frac{1}{2} t^2 = \frac{21}{2}$	<p>- Mục đích của HĐ1 là giúp HS gọi lên khái niệm tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

<p><b>HĐ2 (14 phút)</b></p> <p>- GV hướng dẫn HS thực hiện HĐ2 để tính được diện tích hình thang cong.</p>	<p>HS thực hiện HĐ2 dưới sự hướng dẫn của GV và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của HĐ2 là giúp HS gọi lên khái niệm tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp</p>
--	--	---

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Từ đó rút ra được cách tính diện tích hình thang cong và Định lí 1.</li> <li>- GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.</li> </ul>		toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
<p><b>Ví dụ 2 (7 phút)</b></p> <p>GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện ví dụ trong 3 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.</p>	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thông qua Ví dụ 2, rèn cho HS cách tính diện tích hình thang cong bằng cách vận dụng Định lí 1.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>

### TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Cách tính diện tích hình thang cong.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

## Tiết 2. KHÁI NIỆM TÍCH PHẦN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> HS nhận biết được định nghĩa tích phân.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ3, các ví dụ.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Kiến thức về định nghĩa tích phân.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>1. Khái niệm tích phân</b></p> <p><b>b) Định nghĩa tích phân HĐ3 (6 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện HĐ3 cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi 1</p>	<p>- HS thực hiện HĐ3.</p> <p><i>HD.</i></p>	<p>- Mục đích của phần này là giúp HS nhận biết được định nghĩa tích phân và các kí hiệu, trường</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p>HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p> <p>- Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS định nghĩa tích phân.</p> <p>- GV lưu ý cho HS các kí hiệu, cận trên, cận dưới, hàm số dưới dấu tích phân.</p> <p>- GV có thể đặt câu hỏi cho HS: Trong trường hợp <math>a \bullet b</math> hoặc <math>a \blacktriangleleft b</math> thì biểu thức tích phân bằng gì?</p>	<p>+ Vì <math>F_x, G_x</math> là hai nguyên hàm của <math>f_x</math> nên <math>F_x \bullet G_x C</math>.</p> <p>+ Ta có <math>F_b F_a \bullet G_b \tilde{G}_b C \bullet G_b G_a</math>.</p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p> <p>- Trong trường hợp <math>a \bullet b</math> thì</p> $\int_a^a f(x)dx \bullet \int_a^a f(x)dx \bullet F_x \Big _a^a \bullet F_a \tilde{F}_a \bullet 0.$ <p>Tương tự, trong trường hợp <math>a \blacktriangleleft b</math> thì <math>\int_a^b f(x)dx \bullet \int_b^a f(x)dx</math>.</p>	<p>hợp đặc biệt của tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 3 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng tính tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**Mục tiêu:** Củng cố kĩ năng tính tích phân.

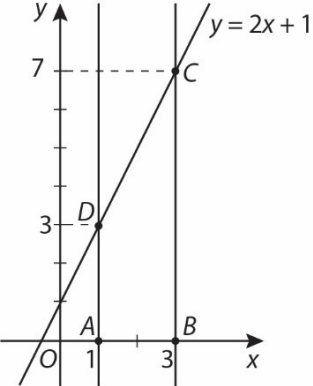
**Nội dung:** HS thực hiện Luyện tập 1, Ví dụ 4 và Luyện tập 2.

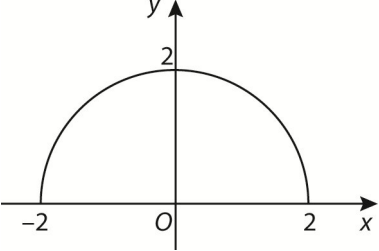
**Sản phẩm:** Lời giải của HS.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>Luyện tập 1 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện Luyện tập 1 theo cặp, sau đó gọi 4 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 1.</p> <p>HD.</p> <p>a) <math>\int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 = e - 1</math>;</p> <p>b) <math>\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e = \ln e - \ln 1 = 1</math>;</p> <p>c) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 0 - (-1) = 1</math>;</p> <p>d) <math>\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \Big _0^{\frac{\pi}{6}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} - (-\infty)</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của Luyện tập 1 là củng cố kỹ năng tính tích phân cho HS.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<p><b>Ý nghĩa hình học của tích phân (2 phút)</b></p> <p>GV cho HS nhắc lại cách tính diện tích hình thang cong sau đó rút ra mối liên hệ với tích phân. GV tổng kết và nêu ý nghĩa hình học của tích phân.</p>	<p>- Diện tích <math>S</math> của hình thang cong giới hạn bởi hàm số <math>f(x)</math> liên tục và không âm trên đoạn <math>[a; b]</math> là</p> $S = \int_a^b f(x) dx.$ <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của phần này là cho HS thấy được ý nghĩa hình học của tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.</li> </ul>

<p><b>Ví dụ 4 (6 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân.</p>
---	---	--

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.</li> </ul>
<p><b>Luyện tập 2 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS làm việc cá nhân thực hiện Luyện tập 2. Sau đó, GV gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV phân tích, nhận xét bài làm của HS.</p>	<p>- HS hoạt động cặp đôi và trình bày vào vở ghi.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>a) Tích phân cần tính là diện tích của hình thang <math>ABCD</math> có đáy lớn <math>BC</math>, đáy nhỏ <math>AD</math> và đường cao <math>AB</math>. Ta có <math>C(3;7)</math>, <math>D(1;3)</math>, khi đó <math>AD \bullet 3, BC \bullet 7, AB \bullet 2</math>.</p> <p>Vậy <math>\int_1^3 2x + 1 dx \bullet S_{ABCD} \bullet 10</math>.</p>  <p>b) Ta có <math>y = \sqrt{4 - x^2}</math> là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm tại gốc tọa độ O và bán kính 2. Do đó tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng.</p> <p>Vậy <math>\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx \bullet 2\pi</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		

**HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**

**Mục tiêu:** Giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết tình huống mở đầu.

**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

**Vận dụng 1 (5 phút)**

- GV cho HS hoạt động nhóm đôi để thực hiện phần vận dụng. Sau đó GV mời một nhóm trả lời câu hỏi Vận dụng.

- Trong lúc HS thực hiện, GV có thể gợi ý bằng cách đặt một số câu hỏi cho HS:

+ Khoảng thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao lâu?

+ Quãng đường mà ô tô di chuyển trong khoảng thời gian đó có mối liên hệ gì với

$$\frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} v \, dt ?$$

- HS thực hiện phần Vận dụng theo nhóm.

*HD.*

Khi ô tô dừng hẳn thì  $v = 0$ , khi đó  $40t - 20t^2 = 0$ , do đó  $t = \frac{1}{2}$

Quãng đường ô tô di chuyển kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$\frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (40t - 20t^2) \, dt = 5 \text{ m.}$$

- Mục đích của phần này là giúp HS vận dụng kiến thức về tích phân vào một tình huống thực tiễn.

- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

**TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Định nghĩa tích phân.

- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 4.8.

**Tiết 3. TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN**

<b>Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh</b>	<b>Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động</b>	<b>Mục tiêu cần đạt</b>
---	---	-------------------------

**HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**

**Mục tiêu:** HS nhận biết các tính chất của tích phân.  
**Nội dung:** HS thực hiện HĐ4, các ví dụ.  
**Sản phẩm:** Kiến thức về các tính chất của tích phân.  
**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.

<p><b>2. Tính chất của tích phân</b>  <b>HĐ4 (8 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện HĐ4 cá nhân trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p> <p>- Từ HĐ4, GV giới thiệu cho HS các tính chất của tích phân.</p>	<p>- HS thực hiện HĐ4.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>a) <math>\int_0^1 2x dx = 1 = \int_0^2 x dx</math></p> <p>b) <math>\int_0^1 x^2 \cdot x dx = \frac{5}{6}</math></p> <p><math>\int_0^1 x^2 dx = \int_0^1 x dx</math></p> <p>c) <math>\int_0^3 x dx = \frac{9}{2} = \int_0^1 x dx + \int_1^3 x dx</math></p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>- Mục đích của phần này là giúp HS nhận biết được các tính chất của tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
---	--	--

<p><b>Ví dụ 5 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng các tính chất của tích phân.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
---	---	--

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>Mục tiêu:</b> Củng cố kỹ năng tính tích phân.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện Luyện tập 4, Ví dụ 6 và Luyện tập 4.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân và hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Luyện tập 3 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện Luyện tập 3 theo cặp, sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 1.</p> <p><i>HD.</i></p> <p><math>\int_0^2 2x \cos x dx</math></p> <p><math>\int_0^2 x^2 \sin x dx = 4 \frac{2}{3}</math></p> <p>b) <math>\int_1^3 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big _1^3 = \frac{3^3 - 3^1}{\ln 3} = \frac{27 - 3}{\ln 3} = \frac{24}{\ln 3}</math></p> <p>c) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} dx</math></p> <p><math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x \cot x dx = 0</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của Luyện tập 3 là củng cố kỹ năng tính tích phân cho HS.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<p><b>Ví dụ 6 (5 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 4 phút sau đó gọi đại diện 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p>- Trong quá trình HS thực hiện, GV có thể gợi ý bằng cách đặt câu hỏi: Làm thế nào để phá dấu giá trị tuyệt đối trong biểu thức <math> x - 2 </math>?</p>		<p>học, năng lực giao tiếp toán học.</p>
<p><b>Luyện tập 4 (5 phút)</b> GV cho HS làm việc cá nhân Luyện tập 4. Sau đó, GV gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV phân tích, nhận xét bài làm của HS.</p>	<p>- HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài.</p> <p>HD. Ta có <math>\int_0^3 2x^3 dx</math></p> <p><math>\int_0^{\frac{3}{2}} 2x^3 dx \quad \int_{\frac{3}{2}}^3 2x^3 dx</math></p> <p><math>\int_0^{\frac{3}{2}} 3x^2 dx \quad \int_{\frac{3}{2}}^3 3x^2 dx</math></p> <p><math>\int_0^{\frac{3}{2}} x^2 dx \quad \int_{\frac{3}{2}}^3 x^2 dx</math></p> <p><math>\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} x^3 dx \quad \int_{\frac{3}{2}}^3 \frac{1}{3} x^3 dx</math></p>	<p>- Mục đích của phần này là rèn luyện kỹ năng tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.</p>
<b>HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. <b>Nội dung:</b> HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng. <b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS. <b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Vận dụng 2 (8 phút)</b> - GV cho HS hoạt động nhóm đôi để thực hiện phần vận dụng. - Sau đó GV mời một nhóm trả lời câu hỏi Vận dụng, các nhóm khác lắng nghe và nhận xét, GV tổng kết.</p>	<p>- HS thực hiện phần Vận dụng theo nhóm. HD. Nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là</p>	<p>- Giúp HS rèn luyện kỹ năng vận dụng tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học,</p>



Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<div style="background-color: #2c5e8a; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP</b></div> <p><b>Mục tiêu:</b> Củng cố cho HS cách tìm nguyên hàm của các hàm số.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các bài tập cuối bài.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Bài tập 4.8 ý a (5 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 7 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	<p>HS làm Bài tập 4.8 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tính tích phân bằng cách sử dụng ý nghĩa hình học của nó.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<p><b>Bài tập 4.9 ý a, b (7 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	<p>HS làm Bài tập 4.9 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là củng cố lại cho HS các tính chất của tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<p><b>Bài tập 4.10 (15 phút)</b></p> <p>GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.</p>	<p>HS làm Bài tập 4.10 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là rèn luyện cho HS cách tính tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		quyết vấn đề toán học.

### HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

**Mục tiêu:** HS thấy được ý nghĩa của tích phân trong các tình huống thực tế.

**Nội dung:** HS thực hiện các bài tập cuối bài trong SGK.

**Sản phẩm:** Lời giải của bài tập cuối bài.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động theo nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

#### Bài tập 4.11 (10 phút)

- GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi đại diện HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

- Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).

HS làm Bài tập 4.11 và ghi bài.

- Mục đích của bài tập này là để HS ứng dụng tích phân vào để giải quyết tình huống thực tế.

- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

### TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.

- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Ôn tập lại cách tính tích phân trong những trường hợp đơn giản.

- Giao cho HS làm bài tập trong SBT.

- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Cho  $f$  là hàm số liên tục trên  $[1; 2]$ . Biết  $F$  là nguyên hàm của  $f$  trên  $[1; 2]$  thoả  $F(1) = 2$

và  $F(2) = 4$ . Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng.

A. 6.      B. 2.      C. -6.      D. -2.

2. Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $K$ ,  $a, b \in K$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A.  $\int_a^b f(x)g(x)dx \neq \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$ .

B.  $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$ .

C.  $\int_a^b f(x)g(x)dx \neq \int_a^b f(x)dx \int_a^b g(x)dx$ .

D.  $\int_a^b f(\tilde{x})g(x)dx \neq \int_a^b f(x)d\tilde{x} \int_a^b g(x)dx$ .

3. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_c^b f(x)dx$ .

C.  $\int_a^b kdx = k(\tilde{a} - b), \rightarrow k \in \mathbb{R}$ .

D.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \rightarrow c \in (a; b)$ .

4. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \rightarrow c \in \mathbb{R}$ .

C.  $\int_a^b f(x)dx \neq \int_a^b f(t)dt$ .

D.  $\int_a^b f(x)dx = 0$ .

5. Cho hàm số  $f(t)$  liên tục trên  $K$  và  $a, b \in K$ .  $F(t)$  là một nguyên hàm của  $f(t)$  trên  $K$ .

Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A.  $F(a) \sim F(b) \bullet \int_a^b f$

$(t)dt.$

C.  $\int_a^b f(t)dt \bullet \int_a^b f(t)dt$

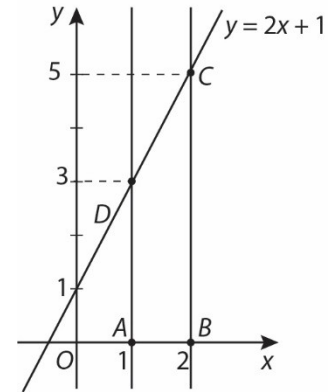
B.  $\int_a^b f(t)dt \bullet F(t) \Big|_a^b$

D.  $\int_a^b f(x)dx \bullet \int_a^b f(t)dt$

## BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

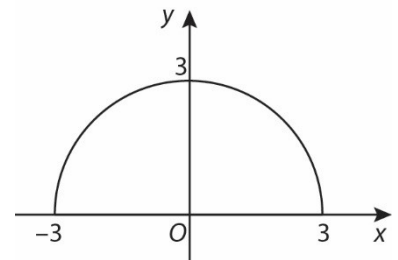
4.8. a) Tích phân cần tính là diện tích của hình thang  $ABCD$  có đáy lớn  $BC$ , đáy nhỏ  $AD$  và đường cao  $AB$ . Ta có  $C(2;5)$ ,  $D(1;3)$ , khi đó  $AD = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $AB = 1$ .

$$\text{Vậy } \int_1^2 (2x+1) dx = S_{ABCD} = 4.$$



b) Ta có  $y = \sqrt{9-x^2}$  là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm tại gốc tọa độ  $O$  và bán kính 3. Do đó tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng.

$$\text{Vậy } \int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx = \frac{9\pi}{2}.$$



4.9. a)  $\int_0^3 (f(x) + g(x)) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx = 5 + 2 = 7.$

b)  $\int_0^3 f(\tilde{x}) g(\tilde{x}) dx = \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 g(x) dx = 5 + 2 = 7.$

c)  $\int_0^3 3f(x) dx = 3 \int_0^3 f(x) dx = 15.$

d)  $\int_0^3 (2f(\tilde{x}) + 3g(\tilde{x})) dx = 2 \int_0^3 f(x) dx + 3 \int_0^3 g(x) dx = 4.$

4.10. a)  $\int_0^3 (3x^2 + 6x) dx = \int_0^3 3x^2 dx + \int_0^3 6x dx = 9 + 9 = 18.$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) dx = \left. x + \cos x \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1.$



$$c) \int_0^1 (e^{-2x} - 3x^2) dx = \left[ -\frac{1}{2}e^{-2x} - x^3 \right]_0^1 = -\frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2}$$

$$d) \int_{-1}^2 2x - 1 dx = \left[ x^2 - x \right]_{-1}^2 = (4 - 2) - (1 - (-1)) = 2 - 2 = 0$$

4.11. Giả sử vật chuyển động trên một trục nằm ngang, chiều dương hướng từ trái sang phải.

$$a) \text{ Ta có } \int_1^4 v dt = \int_1^4 t^2 - 6 dt = \left[ \frac{1}{3}t^3 - 6t \right]_1^4 = \left( \frac{64}{3} - 24 \right) - \left( \frac{1}{3} - 6 \right) = \frac{64}{3} - 24 - \frac{1}{3} + 6 = \frac{63}{3} - 18 = 21 - 18 = 3$$

Vậy trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 4$ , vật dịch chuyển sang bên trái được 4,5 m so với vị trí tại thời điểm  $t = 1$  (giây).

(Trong quá trình chuyển động, lúc thì vật đi sang trái, lúc thì đi sang phải, nhưng tại thời điểm  $t = 4$  (giây) thì vật có vị trí nằm ở phía bên trái và cách vị trí của vật tại thời điểm  $t = 1$  (giây) một khoảng là 4,5 mét).

b) Ta có

$$\int_1^4 v dt = \int_1^4 t^2 - 6 dt = \left[ \frac{1}{3}t^3 - 6t \right]_1^4 = \left( \frac{64}{3} - 24 \right) - \left( \frac{1}{3} - 6 \right) = \frac{64}{3} - 24 - \frac{1}{3} + 6 = \frac{63}{3} - 18 = 21 - 18 = 3$$

Vậy tổng quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 4$  (giây) (tính cả quãng đường lúc đi sang trái, quãng đường lúc đi sang phải) là  $\frac{61}{6}$  m.

4.12. a) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 101 đơn vị sản phẩm là

$$\int_{100}^{101} 0,0005x^2 - 12,2 dx = \left[ \frac{0,0005}{3}x^3 - 12,2x \right]_{100}^{101} = \left( \frac{0,0005}{3}(101^3) - 12,2(101) \right) - \left( \frac{0,0005}{3}(100^3) - 12,2(100) \right) = 12,14975 \text{ (triệu đồng)}$$

b) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 110 đơn vị sản phẩm là

$$\int_{100}^{110} 0,0005x^2 - 12,2 dx = \left[ \frac{0,0005}{3}x^3 - 12,2x \right]_{100}^{110} = \left( \frac{0,0005}{3}(110^3) - 12,2(110) \right) - \left( \frac{0,0005}{3}(100^3) - 12,2(100) \right) = 121,475 \text{ (triệu đồng)}$$

4.13. Vận tốc trung bình (đối với  $r$ ) của dòng mạch trong khoảng  $0 \leq r \leq R$  là

$$\int_0^R k R^2 r^2 dr = k R^2 \int_0^R r^2 dr = k R^2 \left[ \frac{r^3}{3} \right]_0^R = k R^2 \frac{R^3}{3} = \frac{k R^3}{3}$$

Xét hàm số  $v(r) = k R^2 r^2$ ,  $0 \leq r \leq R$ . Ta có  $v'(r) = 2kr$ ;  $v'(R) = 2kR$ ;  $v(0) = 0$ ;  $v(R) = \frac{kR^3}{3}$ .

Suy ra vận tốc lớn nhất của dòng máu là  $v_{CD} = \frac{kR^3}{3}$ .

Vậy vận tốc lớn nhất của dòng máu lớn hơn vận tốc trung bình là 1,5 lần.

## Bài 13. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Thời gian thực hiện: 4 tiết

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kỹ năng

- Sử dụng tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng.
- Sử dụng tích phân để tính thể tích của một số hình khối.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc sử dụng tích phân như là một phương pháp tổng quát và hiệu quả để tính diện tích, thể tích.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
  - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có).
- + GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế có vận dụng tính tích phân.

#### - Học sinh:

- SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.



### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 05 tiết:

- + Tiết 1: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần a).
- + Tiết 2: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần b).
- + Tiết 3: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần a).
- + Tiết 4: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần b).

## Tiết 1. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần a)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tích phân có thể được sử dụng để tính diện tích, thể tích.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS đọc tình huống mở đầu.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Câu trả lời của HS.</p> <p><b>Tổ chức hoạt động:</b> HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Tình huống mở đầu (5 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS đọc phần mở đầu trong SGK.</p> <p>- <i>Đặt vấn đề:</i></p> <p>Bài học này sẽ cung cấp một số phương pháp tổng quát giúp ta thiết lập dễ dàng các công thức diện tích và thể tích đã học trong Hình học, cũng như tính diện tích, thể tích của những vật thể phức tạp hơn.</p>	<p>HS đọc và suy nghĩ về tình huống.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống ứng dụng hình học của tích phân.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Giúp HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng <math>x = a</math>, <math>x = b</math>.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng</b></p> <p><b>a) Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành</b></p>	<p>- HS thực hiện cá nhân HĐ1.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>a) <math>S = \int_a^b f(x) dx = \int_2^5 \frac{1}{2}x^2 dx = \left[ \frac{1}{6}x^3 \right]_2^5 = \frac{1}{6}(5^3 - 2^3) = \frac{1}{6}(125 - 8) = \frac{117}{6} = \frac{39}{2}</math>.</p>	<p>- Thông qua HĐ1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</b></p> <p><b>HD1 (8 phút)</b></p> <p>- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HD1 trong 4 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.</p> <p>- Sau khi HS thực hiện xong HD1, GV sẽ giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình hằng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</p> <p>GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.</p>	<p>b) </p> <p><math>\bullet \int_{-2}^{-1} \tilde{x} \cdot 1 dx + \int_{-1}^1 x \cdot 1 dx \bullet \frac{5}{2}</math></p> <p>Vậy  <math>\bullet S</math>.</p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>hàm số, trục hoành và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 1 (7 phút)</b></p> <p>GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.</p>	<p>- Thông qua VD1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 2 (10 phút)</b></p> <p>- GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.</p> <p>- GV nhận xét và chốt kiến thức.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.</p>	<p>- Thông qua VD2, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</p>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

**Nội dung:** HS thực hiện Luyện tập 1.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS bài luyện tập.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

**Luyện tập 1 (10 phút)**

- GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.

- Tùy vào tình hình thực tế của lớp học, GV có thể cho thêm một vài câu hỏi trắc nghiệm để HS củng cố lại công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

- HS thực hiện Luyện tập 1.

HD.

$$S = \int_0^3 x^2 \cdot 4 \, dx$$

$$= \int_0^3 x^2 \cdot 4 \, dx + \int_2^3 x^2 \cdot 4 \, dx$$

$$= \int_0^2 (4x^2) \, dx + \int_2^3 (x^2 - 4) \, dx$$

$$= \left[ \frac{4}{3}x^3 \right]_0^2 + \left[ \frac{1}{3}x^3 - 4x \right]_2^3$$

$$= \frac{16}{3} - \frac{7}{3} + \frac{23}{3}$$

- Luyện tập 1 là hoạt động củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.

**TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .

- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

**Tiết 2. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần b)**

<b>Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh</b>	<b>Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động</b>	<b>Mục tiêu cần đạt</b>
---	---	-------------------------

**HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**

**Mục tiêu:** HS khám phá và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .

**Nội dung:** HS thực hiện HĐ2, Ví dụ 3, Ví dụ 4.

**Sản phẩm:** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

**1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng**

**b) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .**

**HĐ2 (10 phút)**

- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.

- Từ HĐ2, GV giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .

- GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý.

- HS thực hiện HĐ2 theo nhóm đôi.

HD.

a) Ta có  $S = \int_1^3 (x^2 - 4x) dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 \Big|_1^3 = \frac{27}{3} - 18 - \left(\frac{1}{3} - 2\right) = 9 - 18 - \frac{1}{3} + 2 = -\frac{10}{3}$

$S_2 = \int_1^3 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$

Khi đó  $S = \int_1^3 S_2 = \frac{10}{3}$

b)  $\int_1^3 f(x)g(x) dx = \frac{10}{3}$

Khi đó  $\int_1^3 f(x)g(x) dx = S$

- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.

- Thông qua HĐ2, HS khám phá được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  $x = a, x = b$ .

- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

**Ví dụ 3 (7 phút)**

- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.

HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.

- Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.

- Góp phần phát triển năng lực tư

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		duy và lập luận toán học.
<p><b>Ví dụ 4 (7 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>

**HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**

**Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.  
**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 2.  
**Sản phẩm:** Lời giải của HS trong bài.  
**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

<p><b>Luyện tập 2 (8 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2.</p> <p>HD.</p> $S = \int_1^4 \sqrt{x} - x + 2 \, dx$ $= \int_1^4 \sqrt{x} - x + 2 \, dx$ $= \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right]_1^4 = \frac{19}{6}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thông qua Luyện tập 2, HS rèn luyện kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.</li> <li>+ Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
---	--	---

**HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**

**Mục tiêu:** Giúp HS biết vận dụng kiến thức để giải quyết bài toán thực tế.  
**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.  
**Sản phẩm:** Lời giải của HS.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
<p><b>Vận dụng 1 (10 phút)</b></p> <p>GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.</p>	<p>- HS hoạt động nhóm thực hiện Vận dụng.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>Xét phương trình hoành độ giao điểm</p> $\sqrt{0,36x^2 - 9} = 0,14x^2 - 2x + 14.$ <p>Khi đó <math>p_0 = 3,96</math>.</p> <p>Thặng dư tiêu dùng cho sản phẩm này là</p> $\int_0^{14} (\sqrt{0,36x^2 - 9} - 3,96) dx = 35,28$ <p>(triệu đồng).</p> <p>Thặng dư sản xuất cho sản phẩm này là</p> $\int_0^{14} (0,14x^2 - 3,96) dx = 13,72$ <p>(triệu đồng).</p>	<p>- Mục đích phần này là rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài học để giải quyết.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</p>
<div style="background-color: #004a87; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ</b></div> <p><i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (3 phút)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng <math>x = a, x = b</math>.</li> <li>- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Tính diện tích các hình phẳng: Bài tập 4.14, 4.15.</li> <li>+ Vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng để giải quyết bài toán thực tiễn: Bài tập 4.16.</li> </ul> </li> <li>- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.</li> </ul>		

### Tiết 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần a)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích vật thể.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ3, Ví dụ 5, Ví dụ 6.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>2. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể</b></p> <p><b>a) Thể tích của vật thể</b></p> <p><b>HĐ3 (10 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.</p> <p>- Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS công thức tính thể tích vật thể.</p> <p>GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.</p>	<p>- HS thực hiện HĐ3 theo nhóm đôi.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>a) Ta có <math>V \bullet \int_a^b R^2(\tilde{b} a)</math>.</p> <p>b) Ta có <math>S_x \bullet \int_a^b R^2</math>.</p> <p>Khi đó</p> $\int_a^b S_x dx \bullet \int_a^b R^2 \tilde{b} a \bullet V.$ <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<p>- Mục đích của phần này là để HS nhận biết công thức tính thể tích vật thể.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 5 (8 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của VD5 là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<p><b>Ví dụ 6 (10 phút)</b></p> <p>- GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p> <p>- GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý.</p>	<p>HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.</p>	<p>- Mục đích của ví dụ này là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
<b>HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG</b>		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>Mục tiêu:</b> Củng cố kỹ năng tính thể tích vật thể.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện Vận dụng 2.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS trong bài.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Vận dụng 2 (12 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện một nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 2.</p> <p><i>HD.</i></p> <p>Mỗi mặt phẳng vuông góc với trục <math>Ox</math> tại điểm có hoành độ bằng <math>x</math> (<math>a \leq x \leq b</math>), cắt khối chóp cụt đều theo thiết diện có diện tích <math>S_x \bullet \frac{S_1}{b^2} x^2</math>.</p> <p>Thể tích của khối chóp cụt đều này là</p> $V = \int_a^b S_x dx = \int_a^b \frac{S_1}{b^2} x^2 dx$ $= \frac{S_1}{b^2} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_a^b = \frac{S_1}{b^2} \left( \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3} \right) = \frac{S_1}{3} \left( \frac{b^3 - a^3}{b^2} \right)$ <p>Mà <math>S_0 = \frac{S_1}{b^2} a^2</math> và <math>h = b - a</math> nên</p> $V = \frac{h}{3} S_0 \sqrt{S_0 S_1} S_1$ <p>Do đó thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng <math>S</math> và chiều cao bằng <math>h</math> là <math>V = \frac{1}{3} Sh</math>.</p>	<p>- Mục đích của Vận dụng 2 là để HS vận dụng được kiến thức, kỹ năng trong bài tính được thể tích của khối chóp đều.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học.</p>
<b>TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ</b>		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích vật thể.</li> <li>- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.</li> </ul>		

#### Tiết 4. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần b)

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích của khối tròn xoay.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện HĐ4, Ví dụ 7, Ví dụ 8.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>3. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể</b></p> <p><b>b) Thể tích khối tròn xoay HĐ4 (10 phút)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.</li> <li>- Từ HĐ4, GV giới thiệu công thức tính thể tích khối tròn xoay.</li> <li>- GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS thực hiện HĐ4 theo nhóm đôi.</li> </ul> <p><i>HD.</i></p> <p>a) Ta có <math>V = \int_0^4 \pi \cdot 2^2 dx = \pi \int_0^4 4 dx = \pi [4x]_0^4 = 16\pi</math></p> <p>b) <math>f(x) = x^2</math></p> <p><math>V = \int_0^4 \pi x^2 dx = \pi \left[ \frac{1}{3} x^3 \right]_0^4 = \frac{16}{3} \pi</math></p> <p>- HS ghi nội dung cần ghi nhớ.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Thông qua HĐ4, HS khám phá được các công thức tính thể tích khối tròn xoay.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</li> </ul>
<p><b>Ví dụ 7 (8 phút)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</li> </ul>	<p>HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của ví dụ này là để HS rèn luyện kỹ năng tính thể tích khối tròn xoay.</li> </ul>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
<p><b>Ví dụ 8 (10 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.</p>	- HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài.	<p>- Mục đích của ví dụ là để HS rèn luyện kỹ năng tính thể tích khối tròn xoay.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>

**HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**

**Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tính thể tích của khối tròn xoay.

**Nội dung:** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS trong bài.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

<p><b>Vận dụng 3 (12 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>- HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 3.</p> <p>a) Đường thẳng <math>BC</math> đi qua điểm <math>B(h; R)</math> và điểm <math>C(0; r)</math> có phương trình là</p> $y = \frac{R-r}{h}x + r$ <p>Thể tích của khối nón cụt là</p> $V = \int_0^h \pi \left( \frac{R-r}{h}x + r \right)^2 dx$ $= \pi \left[ \frac{R-r}{h} \cdot \frac{x^3}{3} + r \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^h$ $= \frac{\pi}{3} (R-r)^2 \frac{h^3}{h^2} + \frac{\pi}{2} Rr \cdot h$ <p>b) Cho <math>r = 0</math> trong công thức nhận được ở phần a, ta được thể tích của</p>	<p>- Mục đích của Vận dụng 3 là để HS vận dụng được kiến thức, kỹ năng trong bài tính được thể tích của khối tròn xoay.</p> <p>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.</p>
--	---	--

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	khối nón có bán kính đáy bằng $R$ và chiều cao $h$ là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ .	

**TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**

*GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút)*

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích khối tròn xoay.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Tính thể tích khối tròn xoay: Bài tập 4.17, 4.18, 4.19.

**BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI**

4.14. Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^4 (5\sqrt{x} - x^2) dx - \int_0^4 (4\sqrt{x} - x^2) dx = \int_0^4 (5\sqrt{x} - x^2 - 4\sqrt{x} + x^2) dx = \int_0^4 (\sqrt{x}) dx = \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^4 = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

4.15. a) Vì  $e^x \geq x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  nên diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-1}^1 (e^x - x^2 - 1) dx = \left( e^x - \frac{1}{3}x^3 - x \right) \Big|_{-1}^1 = \left( e - \frac{1}{3} - 1 \right) - \left( e^{-1} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{2}{3} \left( e - e^{-1} - 2 \right)$$

b) Vì  $x \geq \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$  nên diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-2}^2 (x^2 - \sin x) dx = \left( \frac{1}{3}x^3 + \cos x \right) \Big|_{-2}^2 = \left( \frac{8}{3} + \cos 2 \right) - \left( -\frac{8}{3} + \cos(-2) \right) = \frac{16}{3} + 2 \cos 2$$

c) Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (9x^2 - 2x^2) dx = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} 7x^2 dx = \left( \frac{7}{3}x^3 \right) \Big|_{\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = \frac{7}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

d) Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 \sqrt{x} \, dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{2}} \, dx = \left. \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right|_0^1 = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} \cdot 1^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \cdot 0^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

4.16. Sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005 là

$$\int_0^{100} (0,00061x^2 - 0,0218x + 1723) dx = 297945768,2.$$

4.17. Thể tích vật thể cần tìm là

$$V = \int_0^2 2\tilde{x}^2 dx = \frac{4}{3}x^3 \Big|_0^2 = \frac{16}{3}.$$

4.18. Thể tích khối chòm cầu là

$$V = \int_{Rh}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx = \frac{x^3}{3} - \frac{Rh^2}{3} = \frac{h^3}{3}.$$

4.19. a) Đường thẳng  $OB$  đi qua điểm  $O$  và điểm  $B(a; a \tan \alpha)$  có phương trình đường thẳng là  $y = x \tan \alpha$ .

Thể tích khối nón là

$$V = \int_0^a x \tan^2 \alpha dx = \frac{x^2 \tan^2 \alpha}{2} \Big|_0^a = \frac{1}{2} a^2 \tan^2 \alpha.$$

•

b) Xét hàm số  $V = \frac{1}{2} a^2 \tan^2 \alpha$ , với  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Ta có  $V' = a^2 \tan \alpha \cdot \sec^2 \alpha = a^2 \frac{1}{\cos^2 \alpha} > 0$ . Khi đó hàm số  $V$  đồng biến trên  $(0; \frac{\pi}{2})$ .

Vậy giá trị lớn nhất của  $V$  là  $\frac{1}{2} a^2$  khi  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

Thời gian thực hiện: 2 tiết

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kỹ năng

- Hệ thống kiến thức chương IV và các vấn đề cơ bản trong chương gồm nguyên hàm, tích phân và các ứng dụng của tích phân trong tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể và thể

tích khối tròn xoay.

- Ôn tập cách tìm nguyên hàm của một số hàm sơ cấp, tính tích phân trong những trường hợp đơn giản và tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể.
- Vận dụng được khái niệm nguyên hàm, tích phân vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn.

## 2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến nguyên hàm và tích phân.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

## 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

## II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

### - Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

### - Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

## III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Ôn tập lại nguyên hàm, tích phân.
- + Tiết 2: Ôn tập lại ứng dụng hình học của tích phân

### Tiết 1. ÔN TẬP LẠI NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b>		
<b>Mục tiêu:</b> Ôn tập lại các công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp.		
<b>Nội dung:</b> HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức.		
<b>Sản phẩm:</b> Câu trả lời của HS.		
<b>Tổ chức hoạt động:</b> HS làm việc nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
<b>Hoạt động khởi động (10 phút)</b> - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết chương IV: định nghĩa, tính chất của nguyên hàm và tích phân,	HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.	- HS tổng hợp lại được định nghĩa, tính chất của nguyên hàm và tích phân, bảng công thức tính nguyên

<b>Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh</b>	<b>Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động</b>	<b>Mục tiêu cần đạt</b>
bảng công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp. - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét.		hàm của các hàm số thường gặp. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.

### HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

**Mục tiêu:** Ôn tập lại cách tính nguyên hàm, tích phân trong những trường hợp đơn giản.

**Nội dung:** HS thực hiện bài tập trong bài Ôn tập chương.

**Sản phẩm:** Lời giải của HS ở các bài tập.

**Tổ chức thực hiện:** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.

<b>Trắc nghiệm (15 phút)</b> - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 12 phút, sau đó gọi HS chữa bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	- Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương IV. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
<b>Bài tập 4.28 (5 phút)</b> - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện trong 3 phút và chọn 2 HS lên bảng trình bày. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.	HS làm Bài tập 4.28 và ghi bài.	- Thông qua bài tập này, HS ôn tập lại cách tính nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
<b>Bài tập 4.32 ý a, c (8 phút)</b> - GV chia lớp thành 2 nhóm lớn, phân công mỗi nhóm thực hiện Bài tập 4.32 ý a và c, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS làm Bài tập 4.32 và ghi bài.	- Thông qua bài tập này, HS ôn tập lại cách tính tích phân trong những trường hợp đơn giản. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> Vận dụng được khái niệm nguyên hàm, tích phân vào giải quyết một số bài toán từ thực tiễn.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện bài tập cuối chương.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS ở bài tập.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Bài tập 4.31 (5 phút)</b></p> <p>GV tổ chức cho HS làm việc theo nhóm đôi trong 3 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.</p>	<p>HS làm Bài tập 4.31 và ghi bài.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS vận dụng được khái niệm nguyên hàm để giải quyết được bài toán học tế.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<b>TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ</b>		
<p><i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại cách tính nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp, tính nguyên hàm của một số hàm số cơ bản.</li> <li>- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 4.30, Bài tập 4.32 ý b, d.</li> <li>- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.</li> </ul>		

## Tiết 2. ÔN TẬP ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<b>HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG</b>		
<p><b>Mục tiêu:</b> HS nhắc lại các công thức tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số vật thể trong các trường hợp cụ thể.</p> <p><b>Nội dung:</b> HS thực hiện phiếu học tập số 1.</p> <p><b>Sản phẩm:</b> Câu trả lời của HS.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Hoạt động khởi động (15 phút)</b></p>	<p>HS hoàn thành phiếu học tập số 1.</p>	<p>- Mục đích của hoạt động này là để HS</p>



Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
<p><b>Sản phẩm:</b> Lời giải của HS.</p> <p><b>Tổ chức thực hiện:</b> HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.</p>		
<p><b>Bài tập 4.35 (10 phút)</b></p> <p>GV cho HS thực hiện theo nhóm bốn trong 7 - 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 nhóm trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.</p>	<p>HS đọc nội dung và làm Bài tập bài 4.35.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mục đích của bài tập này là giúp HS rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài học để giải quyết.</li> <li>- Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.</li> </ul>
<div style="background-color: #2c5e8c; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><b>TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ</b></div> <p><i>GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại cách tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể.</li> <li>- Giao cho HS làm các bài tập trong SBT.</li> </ul>		

### PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  được tính theo công thức

A.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      C.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

2. Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  bằng

A.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      B.  $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$

$$f(x) - g(x) \, dx.$$

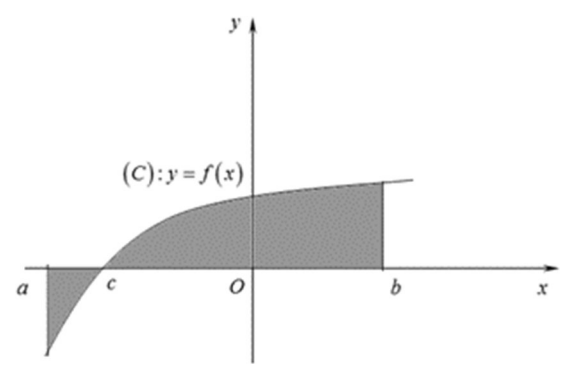
$a$

C.  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      D.  $\int_a^b f(x) - g(x) dx$ .



3. Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?

- A.  $S = \int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .
- B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .
- C.  $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .
- D.  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .



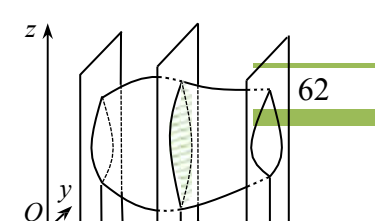
4. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức:

- A.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$
- B.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$
- C.  $V = 2 \int_a^b f^2(x) dx$
- D.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$

5. Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

- A.  $\int_0^1 e^{2x} dx$
- B.  $\int_0^1 e^x dx$
- C.  $\int_0^1 e^x dx$
- D.  $\int_0^1 e^{2x} dx$

6. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho vật thể  $(H)$  giới



hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình  $x = a$  và  $x = b$  ( $a < b$ ).

Gọi  $S(x)$  là diện tích thiết diện của  $(H)$  bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ là  $x$  với  $a < x < b$ . Giả sử hàm số  $y = S(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Thể tích  $V$  của vật thể  $(H)$  được xác định bởi công thức nào?

$$A. V = \int_a^b S(x) dx.$$

$$C. V = \int_a^b S(x) dx.$$

$$B. V = \int_a^b S(x)^2 dx.$$

$$D. V = \int_a^b S(x)^2 dx.$$

7. Cho  $(H)$  là miền hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) và đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ . Gọi  $V$  là thể tích của vật thể tròn xoay khi quay  $(H)$  quanh  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

$$A. V = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

$$B. V = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx.$$

$$C. V = \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

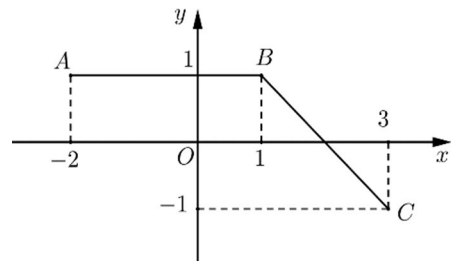
$$D. V = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx.$$

8. Đường gấp khúc  $ABC$  trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[2; 3]$ .

Tích phân  $\int_{-2}^3 f(x) dx$  bằng

A. 4.                      B.  $\frac{9}{2}$ .

C.  $\frac{7}{2}$ .                    D. 3.



### BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

4.20. D                      4.21. D                      4.22. C                      4.23. A

4.24. B                      4.25. A                      4.26. D                      4.27. C

4.28. a)  $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \ln|x|$ ;

b)  $F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}} - x^2$

C.

.  $3\sin x - 2\cot x$

4.29.  $F(x) = 2\sin x \cot x + C$ .

$F(x) = \frac{2\sin^2 x}{\sin x} + C = 2\sin x + C$

$\sqrt{2} \cot x + C = \frac{\sqrt{2} \cos x}{\sin x} + C = \sqrt{2} \frac{1}{\sin x} + C = \sqrt{2} \csc x + C = 2$ .

Vậy  $F(x) = 2\sin x \cot x + \sqrt{2}$ .

4.30. Ta có:  $v(t) = 30 - 9,8t$  ( $t \geq 0$ ).

Vậy vận tốc của viên đạn ở thời điểm 2 giây là  $v(2) = 10$ , (m/s).

4.31. Quãng đường con cá bơi được khi bơi ngược dòng là:

$$S(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t (20 - 4t) dt = 20t - 2t^2 + C.$$

Vì  $S(0) = 0$  nên suy ra  $C = 0$ .

$$\text{Do đó: } S(t) = 20t - 2t^2. \text{ Khi } S(t) = 20 \Rightarrow 20t - 2t^2 = 20 \Rightarrow t^2 - 10t + 10 = 0.$$

Vậy khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là 20 km.

4.32. a)  $\frac{653}{12}$ .      b) 0.      c)  $\sqrt{3}$ .      d) 36.

4.33.  $S = e^{-\frac{3}{2}}$

4.34. a)  $\frac{16}{15}$ .      b)  $\frac{94}{3}$ .

4.35. Thể tích phần không gian bên trong bình gồm là

$$V = \int_0^{30} \left( \frac{1}{175} x^2 - \frac{3}{35} x + 5 \right) dx = \frac{101586}{49}.$$

Thể tích của bình gồm (bao gồm cả thành bình) là:

$$V = \int_0^{30} \left( \frac{1}{175} x^2 - \frac{3}{35} x + 6 \right) dx = \frac{126576}{49}.$$

Thể tích phân đất sét cần dùng là  $V \bullet V_2 \tilde{V}_1 \bullet 510$  🏠

