

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GK1- NĂM HỌC 2026-2027

PHẦN I (3 điểm). Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			2			$+\infty$
	$-\infty$			-4		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

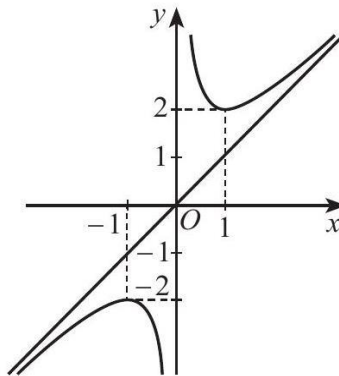
Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số đã cho có điểm cực đại là:



A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

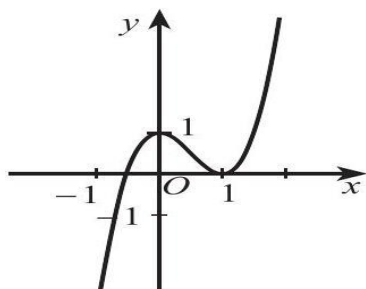
Câu 6: Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

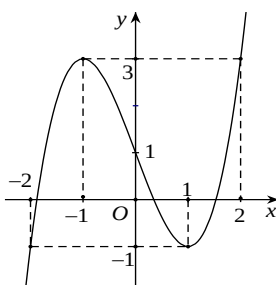
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



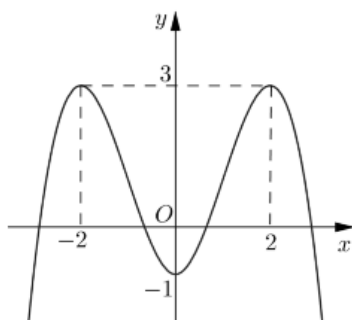
- A. $(0; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

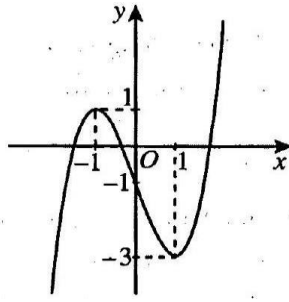
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-5		2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. D. Hàm số không có cực đại.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như Hình 4.

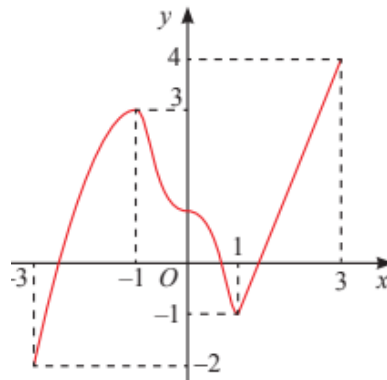


Hình 4.

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $x_{CT} = -1, x_{CD} = 1$.
 B. $x_{CT} = -3, x_{CD} = 1$.
 C. $x_{CT} = 1, x_{CD} = -3$.
 D. $x_{CT} = 1, x_{CD} = -1$.

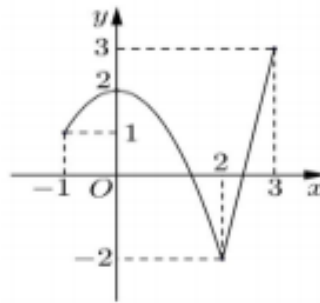
Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên $[-3; 3]$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $[-3; 3]$ lần lượt là

- A. $M = 3; m = -1$.
 B. $M = 4; m = -2$.
 C. $M = 3; m = -3$.
 D. $M = -1; m = 1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



- A. 1.
 B. 4.
 C. 5.
 D. 0.

Câu 15: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -72.
 B. $-22\sqrt{11}$.
 C. -58.
 D. $22\sqrt{11}$.

Câu 16: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0; +\infty)} y = \frac{33}{5}$
 B. $\min_{(0; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$
 C. $\min_{(0; +\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$
 D. $\min_{(0; +\infty)} y = 7$

Câu 17: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

Tính tổng $S = 2m + 3M$.

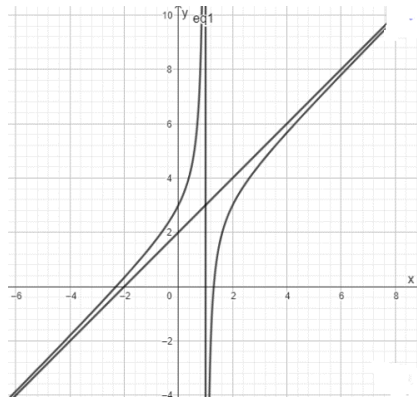
- A. $S = -\frac{7}{2}$.
 B. $S = -\frac{3}{2}$.
 C. -3.
 D. $S = 4$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 19: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



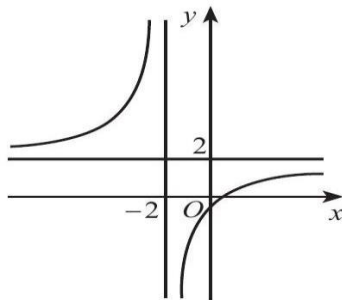
- A. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận xiên.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$+$
y	-1	$+\infty$	0	1

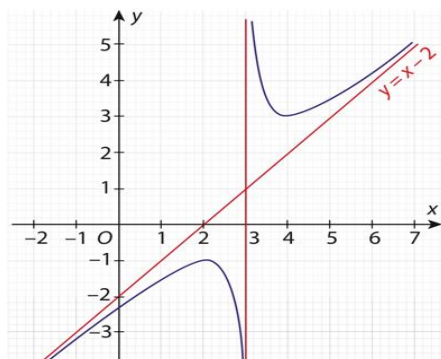
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là



- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

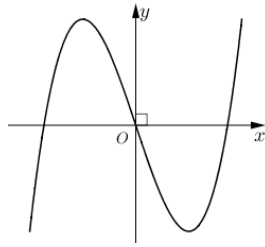
Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên là

- A. $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $y = 3$.

Câu 23: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

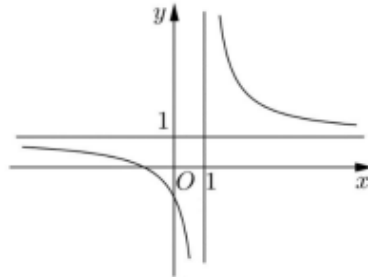
A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



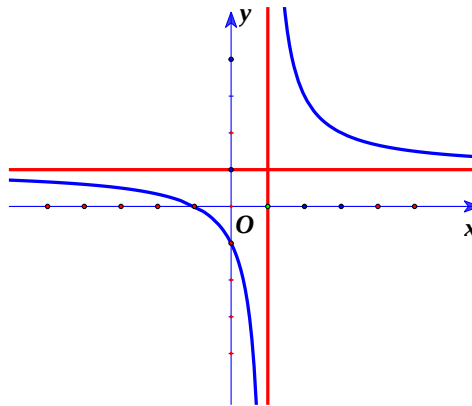
A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$.

D. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$.

Câu 26: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



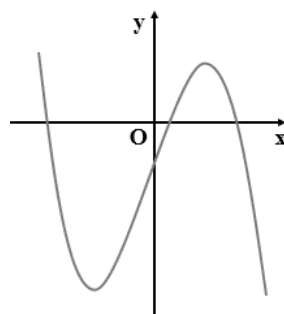
A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$			$+\infty$		1
		1		$-\infty$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

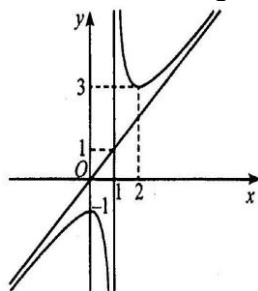
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 29: Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong như Hình 1 ?



Hình 1

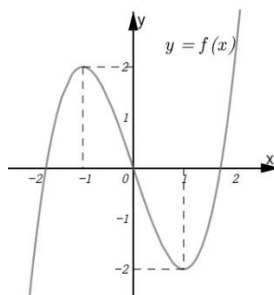
A. $y = x - \frac{1}{x-1}$.

B. $y = -x + \frac{1}{x-1}$.

C. $y = -x - \frac{1}{x-1}$.

D. $y = x + \frac{1}{x-1}$.

Câu 30: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là:



A. 3.

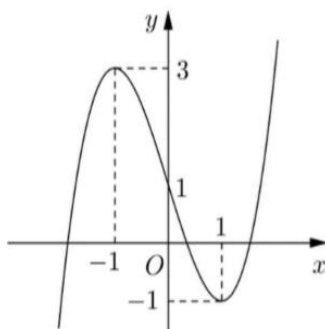
B. 1.

C. 0.

D. 2.

PHẦN II . Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có tọa độ $(0; 1)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty; 0)$ là 3.

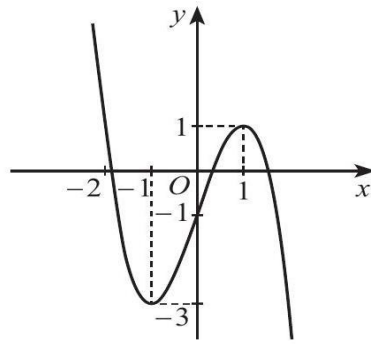
Câu 2: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x$.

a) $f'(x) = -3x^2 + 3$.

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và đạt cực đại tại $x = 1$.

d) Hàm số có đồ thị như Hình 1 .

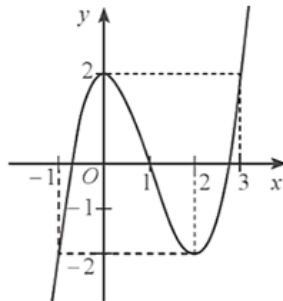


Hình 1

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$.

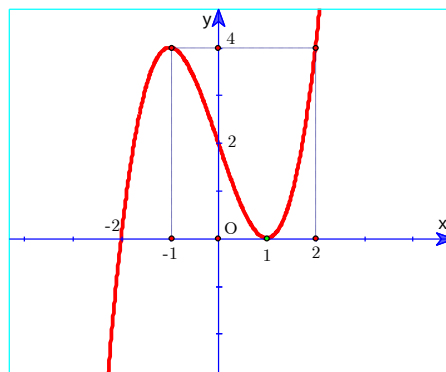
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- b) Giá trị cực đại của hàm số đã cho là -1 .
- c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua các điểm $(0; 5)$, $(1; -6)$, $(-1; -10)$.
- d) Đường thẳng $y = -22$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 2)$.
- b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-1; 1]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2.
- d) Phương trình $3f(x) - 6 = 0$ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình bên dưới.



- a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.
- c) Giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 1]$ bằng $f(-2)$.
- d) Giá trị $f'(3) = 20$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

c) Đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.

d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng nằm trên đường thẳng $(\Delta): x + 2y - 3 = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$

a) Giá trị của hàm số tại điểm $x = 2$ là $f(2) = 5$.

b) Giá trị của hàm số tại điểm $x = 5$ là $f(5) = 11$.

c) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}, x \neq 1$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $2; 5$ bằng 5.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$.

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

c) Giao điểm với trục tung là $(0; -4)$.

d) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là $(1; -4)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

c) Trên khoảng $(2; +\infty)$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 1.

d) Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng 0.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x - 2 - \frac{1}{x+3}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -3$.

c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 2$.

d) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là $I(-3; 1)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị.

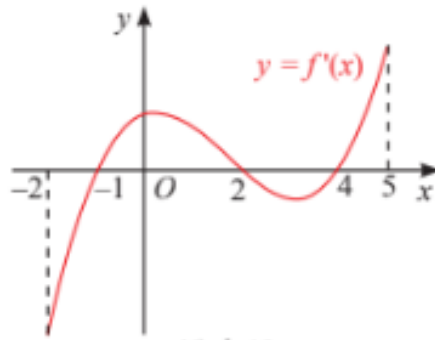
c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(2; 2)$ làm tâm đối xứng.

d) Có 5 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x + 7}{x + 1}$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$.
- b) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -2 .
- c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 3$.
- d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua 6 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 14: Cho hàm số đa thức bậc bốn có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; 4)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là $f(-1)$.
- d) $f(2) > f(4)$.

Câu 15: Trong 9 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình:

$$s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 1,$$

trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

- a) $s'(t) = -3t^2 + 18t + 21$.
- b) $s''(t) = -6t + 18$.
- c) Phương trình $s'(t) = 0$ có đúng một nghiệm dương là $t = 7$.
- d) Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vật dừng lại là 36 m/s^2 .

PHẦN III. TỰ LUẬN (3 điểm)

Bài tập 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

- a) $y = x^3 - 3x^2 + 1$
- b) $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$
- c) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$
- d) $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

Bài tập 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

- a) $y = \frac{x+1}{x-2}$
- b) $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Bài tập 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

- a) $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$
- b) $y = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

Bài tập 4: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mỗi hàm số sau:

- a) $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$
- b) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$
- c) $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên $[-4; 0]$
- d) $y = -x^4 + 4x^2 - 5$ trên đoạn $[-2; 3]$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)^2(x+1)(x-5), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x + 1)$ là bao nhiêu?

Câu 6: Giả sử doanh số của một sản phẩm mới tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}, t \geq 0$

trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ là biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

Lời giải:

Trả lời: 1,61

Ta có: $f'(t) = \frac{-5000(1+5e^{-t})'}{(1+5e^{-t})^2} = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}$

Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $f'(t)$ lớn nhất.

Đặt $h(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2}$.

$$h'(t) = \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})^2 - 2 \cdot (-5e^{-t}) \cdot (1+5e^{-t}) \cdot 25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^4}$$

$$= \frac{-25000e^{-t}(1+5e^{-t})(1+5e^{-t}-10e^{-t})}{(1+5e^{-t})^4} = \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3}$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-25000e^{-t}(1-5e^{-t})}{(1+5e^{-t})^3} = 0 \Leftrightarrow 1-5e^{-t} = 0 \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow t = \ln 5 (\text{tm})$$

Ta có bảng biến thiên với $t \in [0; +\infty)$:

t	0	ln 5	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$\frac{6250}{9}$	1250	0

Vậy sau khi phát hành khoảng $\ln 5 \approx 1,61$ năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Câu 7: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 350 nghìn đồng/ m^2 . Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể.

Lời giải

Trả lời: 59.

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là $x(m)$ suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $2x$. Gọi h là chiều cao của bể

ta có $V = Sh = 2x^2 \cdot h = 200 \Rightarrow h = \frac{100}{x^2}$.

Diện tích của bể là $S = 2h \cdot x + 2 \cdot 2hx + 2x^2 = 2x^2 + 6hx = 2x^2 + 6 \cdot \frac{100}{x^2} \cdot x = 2x^2 + \frac{600}{x}$

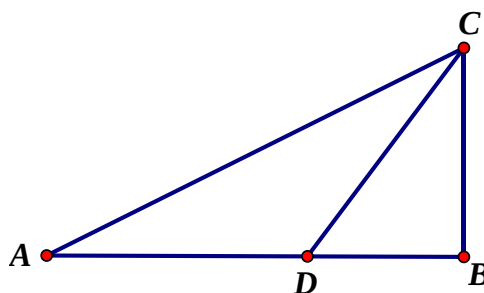
$$S' = 4x - \frac{600}{x^2}$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow 4x = \frac{600}{x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}.$$

x	0	$\sqrt[3]{150}$	$+\infty$
S'	-	0	+
S	<div><div>$\swarrow$</div><div>$S(\sqrt[3]{150})$</div><div>$\searrow$</div></div>		

Suy ra chi phí thấp nhất để xây bể là $S(\sqrt[3]{150}) \cdot 350000 \approx 59$ triệu đồng.

Câu 8: Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy. Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km)



Lời giải

Đáp số: 32,5.

Đặt $AD = x$ km, $x \in [0; 40] \Rightarrow BD = 40 - x \Rightarrow CD = \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2}$.

Tổng kinh phí đi từ A đến C là $f(x) = x \cdot 3 + \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2} \cdot 5$.

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700}.$$

$$f'(x) = 3 + 5 \frac{2x - 80}{2\sqrt{x^2 - 80x + 1700}} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} + 5x - 200}{\sqrt{x^2 - 80x + 1700}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} = 200 - 5x \Leftrightarrow x = \frac{65}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{65}{2}$	40
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Vậy để kinh phí nhỏ nhất $\min_{[0;40]} f(x) = 160$ thì người đó đi bộ quãng đường $x = \frac{65}{2}$.

Câu 9: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức

$$g(t) = \frac{-t^2 + 5t - 3}{t + 1}.$$

Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu

của bệnh nhân cao nhất?

Câu 10: Biết rằng tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là hai khoảng $(a; b), (b; c)$ với $a < b < c$

. Tính $T = a + b + c$

Câu 11: Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Trả lời: 52

Xét hàm số:

$$f(x) = TR - TC = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000).$$

$$f(x) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000.$$

$$\text{TXĐ: } D = (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = -3x^2 + 150x + 312 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 (N) \\ x = -2 (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	52	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$		-	
	-4000	74416	$-\infty$

Hàm số đạt giá trị cực đại $y_{CD} = 74416$ tại $x = 52$.

Vậy lợi nhuận của công ty đạt cực đại khi số sản phẩm $x = 52$.

Câu 12: Trong 15 phút theo dõi, lưu lượng nước của một con sông được tính theo công thức:

$$Q(t) = -\frac{1}{5}t^3 + 3t^2 + 100. \text{ Trong đó } Q \text{ được tính theo } m^3 / \text{ phút, } t \text{ tính theo phút, } 0 \leq t \leq 15.$$

Trong thời gian theo dõi, lưu lượng nước của con sông lớn nhất bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Đáp số: 200.

Xét hàm số $Q(t) = -\frac{1}{5}t^3 + 3t^2 + 100$ với $t \in [0; 15]$.

$$\text{Ta có } Q'(t) = -\frac{3}{5}t^2 + 6t.$$

$$Q'(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{5}t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên :

t	0	10	15
$Q'(t)$		+	0
		-	
$Q(t)$		200	
	100		100

Từ bảng biến thiên suy ra, lưu lượng nước con sông lớn nhất bằng $200 \text{ m}^3 / \text{phút}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 5$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Tính $\frac{a}{b}$?

Câu 14: Một ông nông dân có 240 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là

Lời giải

Trả lời: 7200

Gọi hai kích thước của hình chữ nhật là x và y , với $2x + y = 240$ ($0 < x < 120; 0 < y < 240$).

Suy ra $y = 240 - 2x$

Diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là:

$$S = xy = x(240 - 2x) = 240x - 2x^2, 0 < x < 120.$$

$$S' = 240 - 4x; S' = 0 \Leftrightarrow x = 60 \in (0; 120)$$

Bảng biến thiên

x	0	60	120
S'	+	0	-
S	0	7200	26400

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{(0;120)} S = 7200 \Leftrightarrow x = 60$

Vậy ông nông dân có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là 7200 m².

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{5x-3}{2x+6}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là các đường thẳng $x = a$ và $y = b$. Tính $a + 4b$?

Câu 16: Cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 9}{x - 1}$ có tâm đối xứng là $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức $C = a + 3b$ là bao nhiêu?