

BÀI 3: CẤP SỐ NHÂN

Thời gian thực hiện: 2 tiết 15,16

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Định nghĩa cấp số nhân.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Phân tích được tình huống trong học tập, trong cuộc sống; phát hiện và nêu được tình huống có vấn đề trong học tập và trong cuộc sống. Biết đặt nhiều câu hỏi có giá trị, nêu được nhiều ý tưởng mới trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý*: HS làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập, trong cuộc sống hàng ngày; hợp tác nhóm, trưởng nhóm phải biết phân công nhiệm vụ cho từng thành viên của nhóm, các thành viên của nhóm phải ý thức được nhiệm vụ và hoàn thành nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác*: HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: Không đổ lỗi cho người khác, có ý thức và tìm cách khắc phục thiếu sót của bản thân; quan tâm đến các công việc chung. Tìm hiểu và chấp hành những quy định chung của tập thể; tránh những hành vi vi phạm kỷ luật.
- *Chăm chỉ*: Tích cực học tập, rèn luyện để chuẩn bị cho nghề nghiệp tương lai. Luôn cố gắng vươn lên đạt kết quả tốt trong học tập. Ham học hỏi, thích đọc sách để mở rộng hiểu biết.
- *Trung thực*: Thật thà, thẳng thắn trong học tập, lao động và sinh hoạt hàng ngày; mạnh dạn nói lên ý kiến của mình. Luôn giữ lời hứa; mạnh dạn nhận lỗi, sửa lỗi và bảo vệ cái đúng, cái tốt.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về cấp số nhân
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

TIẾT 1:

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Giúp học sinh xác định được nhiệm vụ cụ thể cần giải quyết trong bài học.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.

H1- Hãy tính số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

H2- Nếu xem số số tiền lương năm thứ 1, thứ 2, thứ 3, thứ 4, thứ 5 là các số hạng của một dãy số thì các số hạng của dãy số có quy tắc gì?

H3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân được hay không?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- Số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

L2- Quy tắc đó là: Từ số hạng thứ hai trở đi đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với 1 giá trị không đổi 0,05

L3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân với một số không đổi.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ**: *Giới thiệu bài toán*

Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó. Tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng).

***) Thực hiện:** Học sinh tính số tiền lương của 5 năm đầu tiên và thấy được sự liên quan của số tiền thu được sau các năm liên tiếp nhau, hình thành phương pháp xác định số tiền lương và tìm hiểu nội dung bài học để trả lời được câu hỏi tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm

***) Báo cáo, thảo luận:**

- HS trả lời nhanh các câu hỏi của giáo viên.
- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- Học sinh tham gia tích cực và trình bày hướng để giải quyết vấn đề.
- Dẫn dắt vào bài mới.

CẤP SỐ NHÂN

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1: Tìm hiểu định nghĩa

a) Mục tiêu: Học sinh biết được khái niệm cấp số nhân

b) Nội dung:

- Học sinh làm việc nhóm thực hiện các yêu cầu sau

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3 \cdot 2^n$.

a) Viết năm số hạng đầu của dãy số này.

b) Dự đoán hệ thức truy hồi liên hệ giữa u_n và u_{n-1} .

- Học sinh thực hiện yêu cầu

+ Viết 5 số hạng đầu

+ Dự đoán mối liên hệ giữa các số hạng từ đó dự đoán hệ thức truy hồi

- Học sinh trả lời câu hỏi:

Câu hỏi 1: Từ định nghĩa, nêu phương pháp chứng minh dãy số là cấp số nhân?

Câu hỏi 2: Từ định nghĩa, nêu phương pháp tìm công bội q của cấp số nhân.

c) Sản phẩm:

- Hình thành định nghĩa CSN
- Biết tìm công bội của CSN dựa vào số hạng đã biết
- Biết cách chứng minh 1 dãy số là CSN

I. Định nghĩa của cấp số nhân

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q . Số q được gọi là **công bội** của cấp số nhân.

Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} \cdot q$ với $n \geq 2$

Đặc biệt:

Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1; 0; 0; 0; \dots$

Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng $u_1; u_1; u_1; u_1; \dots; u_1; \dots$

Khi $u_1 = 0$ thì với mọi q , cấp số nhân có dạng $0; 0; 0; 0; \dots$

- Xét $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q = \text{hằng số}$ thì (u_n) là cấp số nhân có công bội q .

d) Tổ chức thực hiện

***) Chuyển giao nhiệm vụ:** Giao nhiệm vụ cho các nhóm thực hiện

***) Thực hiện:** Hoạt động nhóm thực hiện yêu cầu của giáo viên

***) Báo cáo thảo luận:**

- GV gọi lần lượt hs đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.
- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận: Định nghĩa cấp số nhân

Hoạt động 2.2: Tìm hiểu số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) Mục tiêu: Học sinh biết công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

b) Nội dung:

- Yêu cầu học sinh thực hiện bài toán : Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu u_1 và công bội q .

a) Tính các số hạng u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q .

b) Dự đoán công thức tính số hạng thứ n theo u_1 và q .

H1: Để tính được u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q . Ta dựa vào điều gì?

H2: Tính các số hạng u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q ?

H3: Hãy tính số tiền mà nhà tỉ phú phải trả cho nhà toán học ở ngày thứ 20?

H4: Dự đoán công thức tính số hạng thứ n theo u_1 và q .

c) Sản phẩm:

- Đáp án các câu hỏi trong VD

$$u_2 = u_1 \cdot q; u_3 = u_1 \cdot q^2; u_4 = u_1 \cdot q^3$$

- Dự đoán công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$

II. Số hạng tổng quát

Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$ với $n \geq 2$

d) Tổ chức thực hiện:***) Chuyển giao nhiệm vụ**

- Giáo viên chiếu (hoặc dùng bảng phụ) cho học sinh quan sát và các câu hỏi. Cho học sinh 4 nhóm cùng trả lời các câu hỏi.

***) Thực hiện nhiệm vụ**

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.

- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.

***) Báo cáo, thảo luận**

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên treo bảng phụ và gọi một học sinh bất kì của nhóm đó giải thích câu trả lời.

- Học sinh giải thích câu trả lời. Các học sinh ở nhóm khác nhận xét, bổ sung.

***) Kết luận, nhận định**

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân.

Giao nhiệm vụ về nhà

- Biết định nghĩa cấp số nhân, các trường hợp đặc biệt

- Tính các số hạng $u_2, u_3, u_4, u_5, \dots$ theo u_1 và q theo công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$ với $n \geq 2$

- Đọc phần công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân,

TIẾT 2:**Hoạt động 2.3: Tìm hiểu tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân**

a) Mục tiêu: Học sinh biết công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

b) Nội dung:

- Học sinh hoàn thành phiếu học tập

Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = a$ và công bội $q \neq 1$. Để tính tổng của n số hạng đầu

$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$ Thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:

a) Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo u_1 và q để được biểu thức tính tổng S_n chỉ chứa u_1 và q .

b) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với q để được biểu thức tính tích $q \cdot S_n$ chỉ chứa u_1 và q .

c) Trừ từng vế hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính $(1-q)S_n$ theo u_1 và q . Từ đó suy ra công thức tính S_n .

H1: Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo u_1 và q ?

H2:) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với q để được biểu thức tính tích $q \cdot S_n$ chỉ chứa u_1 và q ?

H3: Trừ từng về hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính $(1-q)S_n$ theo u_1 và q . Từ đó suy ra công thức tính S_n ?

c) Sản phẩm:

- Thực hiện theo yêu cầu của GV hoàn thiện phiếu học tập
- Hình thành công thức tính tổng n số hạng đầu của CSN

III. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

d) Tổ chức thực hiện:

***)Chuyển giao nhiệm vụ**

- Giáo viên cho 4 nhóm hoàn thành phiếu học tập

***)Thực hiện nhiệm vụ**

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.
- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
- Học sinh các nhóm thảo luận, tìm câu trả lời

***)Báo cáo,thảo luận**

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên chọn sản phẩm của 1 nhóm để treo, và gọi thành viên nhóm khác nhận xét.
- Các học sinh đặt câu hỏi để hiểu bài hơn.
- Nhóm nào nhanh nhất, lên bảng trình bày

***)Kết luận, nhận định**

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận

3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

Hoạt động 3.1: Học sinh thực hành theo nhóm

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức đã học giải các ví dụ

b) Nội dung: Giải quyết được các yêu cầu giáo viên đưa ra

Ví dụ 1: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân này.

Ví dụ 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$. Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

Ví dụ 3: Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của cấp số nhân: $8, -4, \dots$

Ví dụ 4: Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 10 bằng 1536 và số hạng thứ 12 bằng 6144. Tìm số hạng thứ 20 của cấp số nhân đó.

Ví dụ 5: Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

Ví dụ 6: Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân $2, 6, 18, \dots$ để được kết quả bằng 728

c) Sản phẩm: Học sinh làm trình bày.

TL1:

Năm số hạng đầu của cấp số nhân này là:

$$u_1 = 5, u_2 = u_1 \cdot q = 5 \cdot (-2) = -10, u_3 = u_2 \cdot q = (-10) \cdot (-2) = 20$$

$$u_4 = u_3 \cdot q = 20 \cdot (-2) = -40, u_5 = u_4 \cdot q = (-40) \cdot (-2) = 80$$

TL2: Với mọi $n \geq 2$, ta có $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{3^{n-1}} \cdot \frac{3^{n-2}}{1} = \frac{1}{3}$ tức là $u_n = \frac{1}{3} \cdot u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$.

Vậy (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3^0} = 1$ và công bội $q = \frac{1}{3}$.

TL3:

Cấp số nhân này có số hạng đầu $u_1 = 8$ và công bội $q = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$.

Do đó năm số hạng đầu là: $8, -4, 2, -1, \frac{1}{2}$.

$$\text{Số hạng thứ 100 là: } u_{100} = u_1 \cdot q^{99} = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{99} = -\frac{1}{2^{96}}.$$

TL4:

Giả sử u_1 là số hạng đầu và q là công bội của cấp số nhân đã cho. Ta có:
$$\begin{cases} u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1536 \\ u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 6144. \end{cases}$$

Từ đây suy ra $q^2 = 4$, tức là $q = 2$ hoặc $q = -2$.

Với $q = 2$, ta tính được $u_1 = 3$.

Với $q = -2$ ta tính được $u_1 = -3$ (trường hợp này loại vì $u_1 > 0$ theo giả thiết).

Do đó $u_1 = 3$ và $q = 2$.

Vậy số hạng thứ 20 của cấp số nhân đã cho là $u_{20} = u_1 \cdot q^{19} = 3 \cdot 2^{19} = 1572864$.

TL5:

Lương hằng năm (triệu đồng) của chuyên gia lập thành một cấp số nhân, với số hạng đầu $u_1 = 240$ và công bội $q = 1,05$. Tổng số lương của chuyên gia đó sau 10 năm chính là tổng của 10 số hạng đầu của cấp

$$\text{số nhân này và bằng } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{240[1-(1,05)^{10}]}{1-1,05} \approx 3019.$$

Vậy tổng số lương (làm tròn đến triệu đồng) của chuyên gia đó sau 10 năm là 3019 triệu đồng hay 3,019 tỉ đồng.

TL6:

Cấp số nhân này có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Gọi n là số các số hạng đầu cần lấy. Ta có

$$728 = S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2(1-3^n)}{1-3} = 3^n - 1.$$

Từ đây ta được $3^n = 729 = 3^6$. Suy ra $n = 6$.

Vậy phải lấy 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho để được tổng bằng 728.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ:** GV yêu cầu học sinh

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm các ví dụ theo sự phân công

***) Thực hiện:** HS hoạt động độc lập

***) Báo cáo, thảo luận:**

GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Hoạt động 3.2: Học sinh thực hành cá nhân.

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về cấp số nhân. HS thực hiện được cơ bản các dạng bài tập về cấp số nhân.

b) Nội dung:

Luyện tập 1: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 \cdot 5^n$. Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

Luyện tập 2: Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng lên thêm 8% mỗi giờ. Hỏi sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

c) Sản phẩm: học sinh thể hiện trên phiếu học tập kết quả bài làm của mình.

TL1: Để chứng minh dãy số (u_n) gồm các số khác 0 là một cấp số nhân, ta chứng minh tỉ số $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ không đổi.

TL2: chuyển đổi ngôn ngữ bài toán về CSN, Tính được số vi khuẩn dựa vào công thức số hạng tổng quát

d) Tổ chức thực hiện

***)Chuyển giao** HS: Nhận nhiệm vụ

***)Thực hiện** HS: Thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào phiếu học tập.

***)Báo cáo thảo luận**

- Từng học sinh trình bày kết quả các câu hỏi.

- Các học sinh khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề

***)Đánh giá, nhận xét, tổng hợp** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu đúng và nhanh nhất.

- Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG.

a) Mục tiêu: Giải quyết một số bài toán ứng dụng cấp số nhân trong thực tế.

b) Nội dung: GV đưa ra bài toán

Một nhà máy tuyển thêm công nhân vào làm việc trong thời hạn ba năm và đưa ra hai phương án lựa chọn về lương như sau:

- Phương án 1: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng.

- Phương án 2: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 5%.

Với phương án nào thì tổng lương nhận được sau ba năm làm việc của người công nhân sẽ lớn hơn?

c) Sản phẩm: Sản phẩm trình bày của 4 nhóm học sinh.

d) Tổ chức thực hiện

***)Chuyển giao** GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 5 cuối tiết 2 của bài

HS: Nhận nhiệm vụ, làm câu hỏi theo số thứ tự nhóm.

***)Thực hiện** Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và thảo luận và ghi kết quả vào bảng trả lời của nhóm.

***)Báo cáo thảo luận**

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết sau.

Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

***)Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

Giao nhiệm vụ về nhà

- Biết công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân,

- Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.
