

Ngày soạn: 25/09/2026

Tiết: 14-18

BÀI 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

(5 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).
- Khảo sát được tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số; hàm bậc ba, hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.
- Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá.
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Năng lực mô hình hóa toán học: mô tả các dữ kiện bài toán thực tế, giải quyết bài toán liên quan đến khảo sát đồ thị hàm số.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Khảo sát được tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số; hàm bậc ba, hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.
- Năng lực giao tiếp toán học: Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng được máy tính cầm tay, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Năng lực số:

- 1.1.NC1b: Áp dụng được kỹ thuật tìm kiếm để lấy được dữ liệu, thông tin và nội dung trong môi trường số.
- 2.1.NC1a: Sử dụng được nhiều công nghệ số để tương tác.
- 5.2.NC1b: Áp dụng được các công cụ số khác nhau và các giải pháp công nghệ có thể có để giải quyết vấn đề.
- 6.2.NC1a: Lựa chọn và sử dụng được các công cụ AI phù hợp để nâng cao hiệu suất và giải quyết các vấn đề phức tạp.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- GV: KHBD, SGK, SBT Toán 12, bài trình chiếu (Slide), phòng thực hành máy tính kết nối Internet, máy chiếu, video AI tạo bằng công cụ AI được dùng để khởi động bài học, bộ câu hỏi trắc nghiệm trên phần mềm Quizizz.
- HS: SGK, SBT Toán 12 – Kết nối tri thức, vở ghi.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

1. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS đưa ra được nhận định ban đầu về câu hỏi mở đầu.

d) Tổ chức thực hiện:

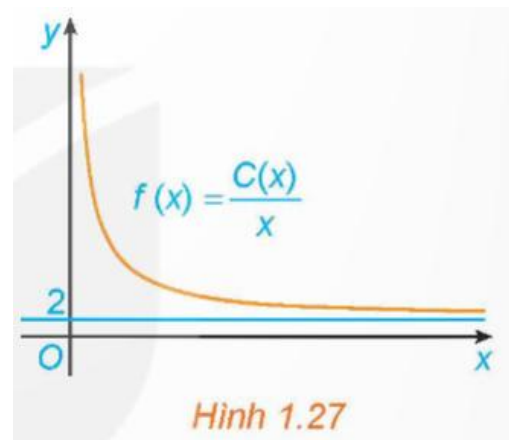
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu xem video AI được thiết kế để phục vụ bài dạy và trả lời câu hỏi xuất hiện trong video đó.

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Một đơn vị sản xuất hàng tiêu dùng ước tính chi phí sản xuất để sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x + 45$ (triệu đồng). Khi đó, chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$. Hãy giải thích tại sao chi phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm.

Điều này thể hiện trên đồ thị hàm số $f(x)$ trong Hình 1.27 như thế nào?



Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS xem video và suy nghĩ câu trả lời.

- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét, đánh giá và kết luận.

[6.2.NC1a: HS sử dụng công cụ AI hoặc sản phẩm số do GV cung cấp để tiếp nhận thông tin, trả lời câu hỏi đơn giản.

2.1.NC1a: HS thực hiện các tương tác cơ bản với học liệu số (xem video, trả lời câu hỏi trên môi trường số).

1.1.NC1a: HS tiếp cận, khai thác được thông tin từ nguồn học liệu số dưới sự hướng dẫn của GV.]

- GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Bài học này sẽ giúp các em thấy được trong thực tế có rất nhiều tình huống được mô hình hóa dưới dạng hàm số và cần khảo sát hàm số để giải quyết các tình huống đó.”.

Bài mới: **Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.**

2. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Sơ đồ khảo sát hàm số

a) Mục tiêu: Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

b) Nội dung: HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách khảo sát hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN	NLS
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS quan sát và thảo luận với bạn cùng bàn để trả lời câu hỏi trong HĐ1. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$. Thực hiện lần lượt các yêu cầu sau: a) Tính y' và tìm các điểm tại đó $y' = 0$. b) Xét dấu y' để tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến và cực trị của hàm số. c) Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và lập bảng biến thiên của hàm số. d) Vẽ đồ thị của hàm số và nhận xét về tính đối xứng của đồ thị. <i>(GV có thể mời HS lên thao tác lập</i>	1. Sơ đồ khảo sát hàm số HĐ1 a) Ta có: $y' = 2x - 4; y' = 0 \Leftrightarrow x = 2.$ b) + Trên khoảng $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến. + Trên khoảng $(-\infty; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến. + Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ với $y_{CT} = -1$. c) Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty.$ + Bảng biến thiên:	- 5.2.NC1b: HS biết cách sử dụng phần mềm để vẽ đồ thị và lập bảng biến thiên. - 2.1.NC1a: Tương tác trực tiếp với đồ thị và bảng biến thiên thông qua phần mềm.

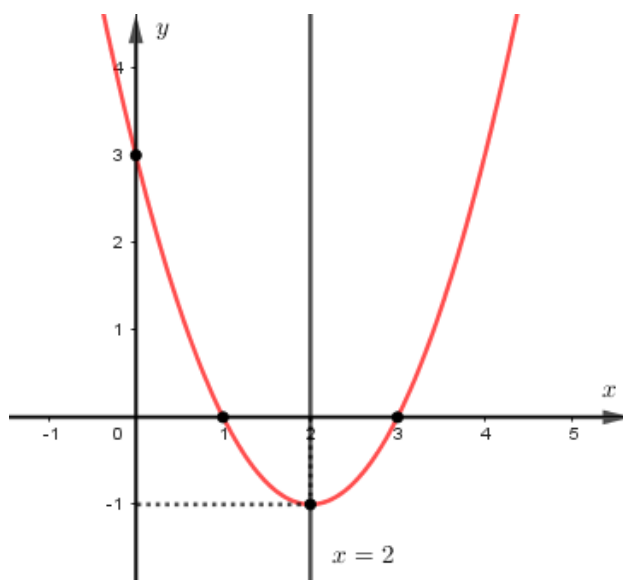
bảng biến thiên và vẽ đồ thị bằng phần mềm GeoGebra)

+ GV gọi 4 HS làm 4 ý.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 3)$, cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$ và $(3; 0)$, nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.



Ghi nhớ

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Khảo sát sự biến thiên của hàm số:
 - Tính đạo hàm y' . Tìm các điểm tại đó $y' = 0$ hoặc đạo hàm không tồn tại.
 - Xét dấu y' để chỉ ra các khoảng đơn điệu của hàm số.
 - Tìm cực trị của hàm số.
 - Tìm các giới hạn tại vô cực, giới hạn

- GV chiếu nội dung kiến thức.

- GV chú ý HS khi vẽ đồ thị. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm. - GV quan sát hỗ trợ. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.	vô cực và tìm tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có). - Lập bảng biến thiên của hàm số. 3. Vẽ đồ thị của hàm số dựa vào bảng biến thiên. Chú ý: Khi vẽ đồ thị, nên xác định thêm một số điểm đặc biệt của đồ thị, chẳng hạn tìm giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ (khi có và việc tìm không quá phức tạp). Ngoài ra, cần lưu ý đến tính đối xứng của đồ thị (đối xứng tâm, đối xứng trục).	
--	---	--

Hoạt động 2: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba

a) Mục tiêu:

- Khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm bậc ba.

- Nhận biết tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm bậc ba

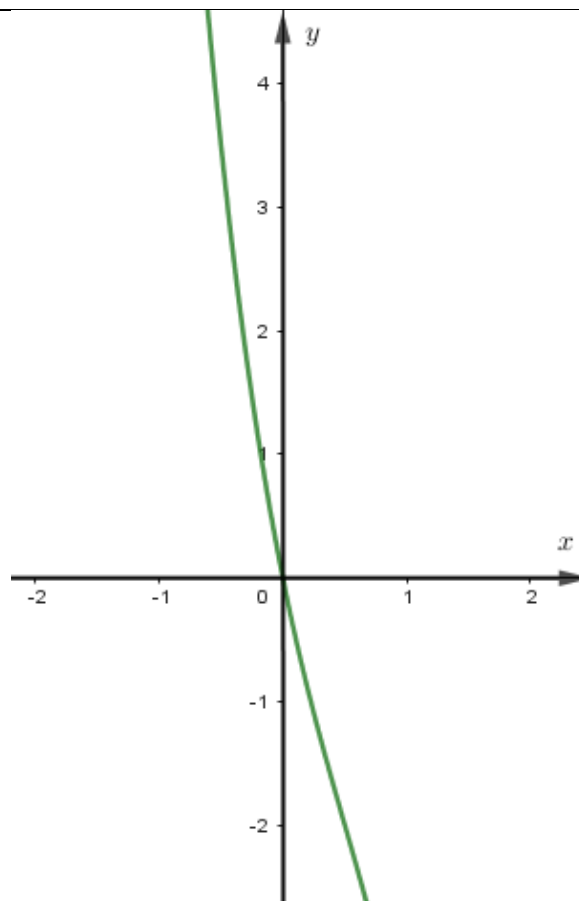
b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các Luyện tập 1 và đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm bậc ba; Nhận biết tính đối xứng của đồ thị hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN	NLS
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS quan sát và nghiên cứu Ví dụ 1: <i>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.</i> + GV có thể hỏi một số câu hỏi: - Các điểm đặc biệt của đồ thị hàm số là gì? - Đồ thị hàm số có tâm đối xứng, trục đối xứng không? + GV gọi một bạn đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV chú ý cho HS về tâm đối xứng, tiệm cận của hàm bậc ba.	2. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc đa thức bậc ba Ví dụ 1: SGK – tr.27 Hướng dẫn giải: SGK – tr.27 Chú ý: Đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); - Có tâm đối xứng là điểm có hoành độ thỏa mãn $y' = 0$, hay $x = -\frac{b}{3a}$.	- 5.2.NC1b: HS biết cách sử dụng phần mềm để vẽ đồ thị và lập bảng biến thiên. - 2.1.NC1a: Tương tác trực tiếp với đồ thị và bảng biến thiên thông qua phần mềm.

- GV cho HS nghiên cứu Ví dụ 2. <i>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$.</i> + GV gọi một bạn đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. + GV nhận xét, chốt đáp án. - GV yêu cầu HS làm cá nhân Luyện tập 1 <i>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5x$.</i> + GV gọi một bạn lên bảng trình bày. (GV có thể mời HS lên thao tác lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị bằng phần mềm GeoGebra) + GV sửa bài và chốt đáp án.	- Không có tiệm cận. Ví dụ 2: SGK – tr.28 Hướng dẫn giải: SGK – tr.28 Luyện tập 1 1) Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$. 2) Sự biến thiên: + Ta có: $y' = -6x^2 + 6x - 5$. Vậy $y' < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. + Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. + Hàm số không có cực trị. + Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$. + Bảng biến thiên: <table border="1" data-bbox="690 1339 1300 1633"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>y'</td><td colspan="2" style="text-align: center;">–</td></tr> <tr> <td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr> </table> 3) Đồ thị: Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ và có tâm đối xứng là điểm $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.	x	$-\infty$	$+\infty$	y'	–		y	$+\infty$	$-\infty$	
x	$-\infty$	$+\infty$									
y'	–										
y	$+\infty$	$-\infty$									



Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.

Hoạt động 3: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ

a) Mục tiêu:

- Khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.
- Nhận biết tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện các Luyện tập 2, 3; Vận dụng và đọc hiểu ví dụ.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi. HS trình bày được cách khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm phân thức hữu tỉ đơn giản; Nhận biết tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN	NLS
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: <u>Nhiệm vụ 1: Tìm hiểu hàm số phân thức</u> thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) - GV cho HS quan sát và nghiên cứu Ví dụ 3. <i>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.</i> - GV chỉ định một bạn đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. - GV nhận xét, chốt đáp án. - GV chú ý cho HS về giao điểm, trục đối xứng và tâm đối xứng.	3. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ a) Hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) Ví dụ 3: SGK – tr.29 Hướng dẫn SGK – tr.29 Chú ý: Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$): - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và	- 5.2.NC1b: HS biết cách sử dụng phần mềm để vẽ đồ thị và lập bảng biến thiên. - 2.1.NC1a: Tương tác trực tiếp với đồ thị và bảng biến thiên thông

- GV cho HS suy nghĩ và làm bài Luyện tập 2. <i>Giải bài toán ở tình huống mở đầu, coi $f(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 1$.</i> + GV gọi một bạn lên bảng trình bày. (GV có thể mời HS lên thao tác lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị bằng phần mềm GeoGebra) + HS dưới lớp theo dõi, nhận xét. + GV nhận xét, chốt đáp án. - GV cho HS suy nghĩ và làm bài Vận dụng. <i>Một bể nước ban đầu có 200 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút, người ta bơm thêm 40 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan).</i>	tiệm cận ngang làm trục đối xứng; - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng. b) Hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) Luyện tập 2 Ta có: $f(x) = \frac{2x+45}{x} = 2 + \frac{45}{x}, x \geq 1$. Khi đó, $f'(x) = -\frac{45}{x^2} < 0$ với mọi $x \geq 1$. Vậy hàm số này nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$, chứng tỏ chi phí trung bình giảm theo x. Hơn nữa ta thấy $f(x) > 2$ với mọi $x \geq 1$. Từ đó, ta nhận thấy chi phí trung bình giảm nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng /sản phẩm. Ngoài ra, khi x càng lớn thì chi phí trung bình càng gần 2. Vận dụng a) Thể tích sau nước sau t phút là $V = 200 + 40t$ (lít). Khối lượng chất khử sau t phút là $m = 20t$ (gam)	qua phần mềm.
--	---	----------------------

a) Tính thể tích nước và khối lượng chất khử trùng có trong bể sau t phút.

Từ đó tính nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút.

b) Coi nồng độ chất khử trùng là hàm số $f(t)$ với $t \geq 0$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số này.

c) Hãy giải thích tại sao nồng độ chất khử trùng tăng theo t nhưng không vượt ngưỡng 0,5 gam/lít.

+ GV gọi một bạn lên bảng trình bày.

+ HS dưới lớp theo dõi, nhận xét.

+ GV nhận xét, chốt đáp án.

$\Rightarrow$ Nồng độ chất khử trùng sau t phút là

$$\frac{20t}{200+40t} \text{ (gam/lít)}.$$

b) Ta có: $f(t) = \frac{t}{10+2t}, t \geq 0$.

- Tập xác định: $[0; +\infty)$.

- Sự biến thiên:

+ $f'(t) = \frac{10}{(10+2t)^2} > 0$ với mọi $t \geq 0$.

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

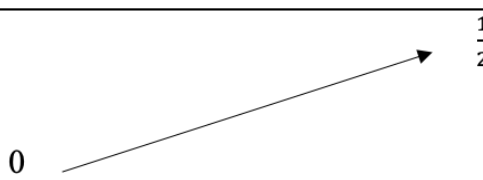
+ Hàm số không có cực trị.

+ Tiệm cận: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \frac{1}{2}$

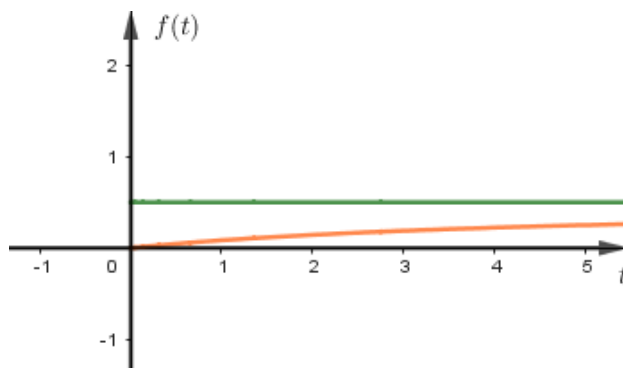
Do đó $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$	+	
$f(t)$	0	$\frac{1}{2}$



+ Đồ thị:



c) Do $f(t)$ là hàm tăng nên nồng độ chất

<u>Nhiệm vụ 2: Tìm hiểu hàm số phân thức</u> thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) - GV cho HS quan sát và nghiên cứu Ví dụ 4. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2-x-1}{x-2}$. + GV gọi một bạn đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. + GV nhận xét. - GV cho HS quan sát và nghiên cứu Ví dụ 5. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x+1}$. + GV gọi một bạn đứng tại chỗ trình bày lại cách làm. + GV nhận xét và rút ra chú ý cho HS về giao điểm, trục đối xứng.	khử trùng tăng theo thời gian. Tuy nhiên, do $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0,5$ nên nồng độ này không vượt ngưỡng 0,5 gam/lít. b) Hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu) Ví dụ 4: SGK – tr.30 Hướng dẫn giải: SGK – tr.30 Ví dụ 5: SGK – tr.31 Hướng dẫn giải: SGK – tr.31 Chú ý: Đồ thị của hàm số phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$, đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu): - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng; - Nhận hai đường phân giác của các góc	
---	---	--

- GV cho HS hoạt động nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **Luyện tập 3**.

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của

hàm số $y = \frac{-x^2+3x-1}{x-2}$.

+ GV gọi 1HS lên bảng trình bày.

(GV có thể mời HS lên thao tác lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị bằng phần mềm GeoGebra)

+ HS dưới lớp theo dõi, nhận xét, bổ sung.

+ GV tổng kết.

tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.

Luyện tập 3

- Tập xác định: $\mathbb{R}/\{2\}$.

- Sự biến thiên:

Ta có: $y = -x + 1 + \frac{1}{x-2}$.

$+ y' = -1 - \frac{1}{(x-2)^2} < 0$ với mọi $x \neq 2$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

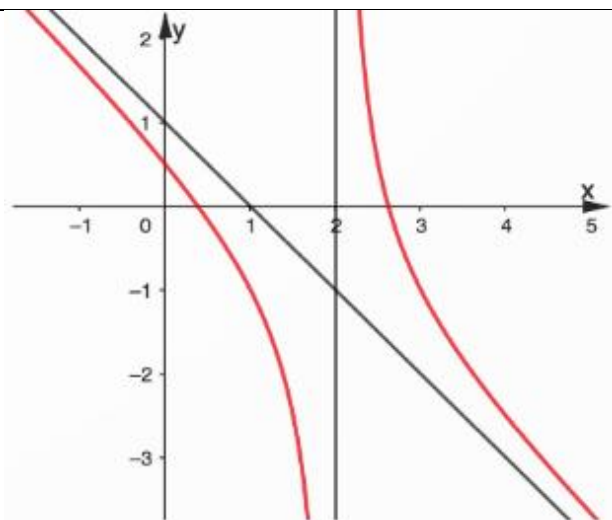
+ Hàm số không có cực trị.

+ Tiệm cận: $y = -x + 1$ là tiệm cận xiên, $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$		$+\infty$
	$\swarrow$		$\swarrow$
	$-\infty$		$-\infty$

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; \frac{1}{2})$, cắt trục hoành tại các điểm $(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 0)$ và $(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 0)$. Đồ thị có tâm đối xứng là điểm $(2; -1)$.



Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.

3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.21; 1.22; 1.23 (SGK – tr.32).

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS.

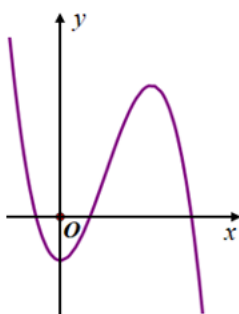
d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện bài tập 1.21; 1.22; 1.23 (SGK – tr.32).
- GV tổ chức trò chơi trắc nghiệm nhanh trên Quizizz để củng cố toàn bài.
- GV cung cấp mã QR hoặc đường Links (Google Forms/Live Worksheets) cho HS làm phiếu bài tập.

PHIẾU BÀI TẬP TOÁN 12**BÀI 4: KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ****Phần 1 : Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x^2 + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



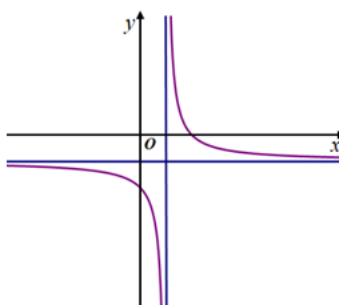
A. $a > 0, d > 0$.

B. $a > 0, d < 0$.

C. $a < 0, d > 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, c - ab \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c ?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 3: Tìm tọa độ điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2x-1}$.

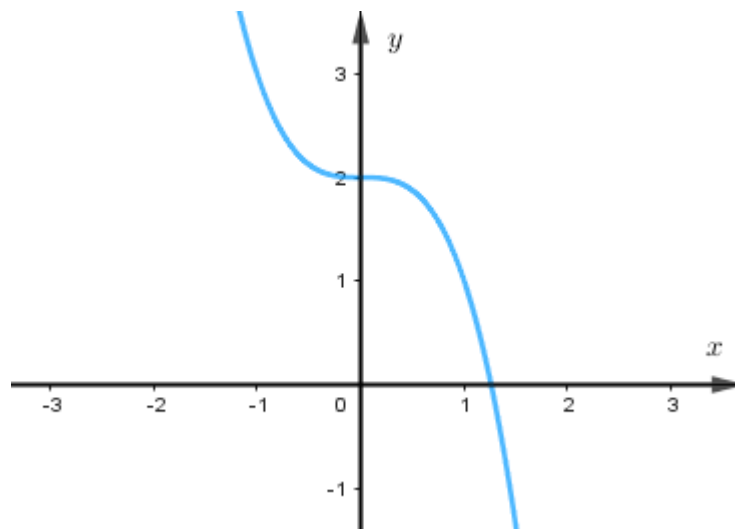
A. $I\left(\frac{3}{2}; -2\right)$.

B. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 4: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



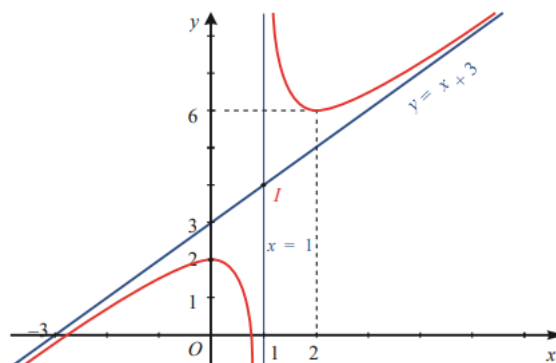
A. $y = x^3 + 5x - 2$.

B. $y = x^4 - 7x + 2$.

C. $y = -x^3 + 2$.

D. $y = -x^3 - 3x + 2$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

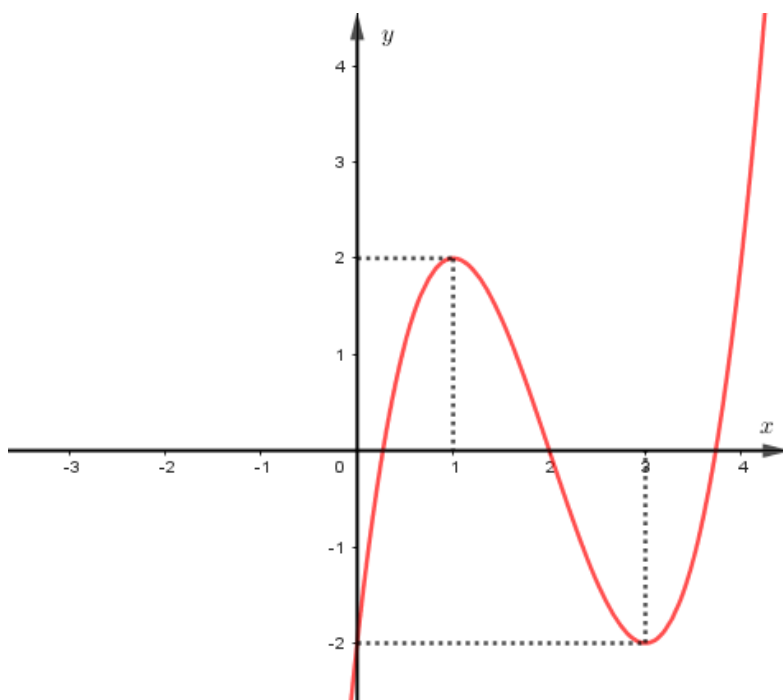
B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

C. $y = \frac{x^2+2x-4}{x-2}$.

D. $y = \frac{x^2+2x+2}{x-1}$.

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây:



- a) Hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- c) Hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$.
- d) Hàm số có tâm đối xứng là điểm $(0; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2+4x+5}{x+2}$ có đồ thị (C).

- a) Đồ thị hàm số đã cho không có cực trị.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$.
- c) Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = x + 2$ làm tiệm cận ngang.
- d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $(-2; 0)$.

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

Câu 2: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-6x+7}{x-2}$

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

Đáp án bài tập:

1.21

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3, y' = 0$ khi $x = \pm 1$.

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ và nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

+ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ với $y_{CD} = 3$, đạt cực tiểu tại $x = -1$ với $y_{CT} = -1$.

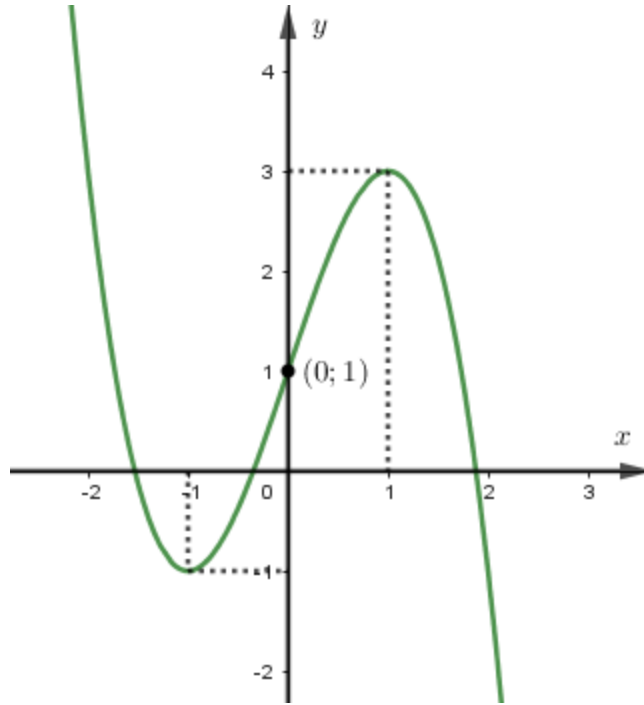
+ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		$-\infty$

The table shows the variation of the function $y = -x^3 + 3x^2$. The first row shows the values of x from $-\infty$ to $+\infty$. The second row shows the sign of the derivative y' , which is negative for $x < -1$, zero at $x = -1$, positive for $-1 < x < 1$, zero at $x = 1$, and negative for $x > 1$. The third row shows the values of y , which are $+\infty$ at $x = -\infty$, -1 at $x = -1$, 3 at $x = 1$, and $-\infty$ at $x = +\infty$. Arrows indicate the direction of the function: it decreases from $+\infty$ to -1 , increases from -1 to 3 , and decreases from 3 to $-\infty$.

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$, điểm này đồng thời là tâm đối xứng của đồ thị.



b) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 1$.

Do đó $y' = 0$ khi $x = x_1 = -1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ hoặc $x = x_2 = -1 - \frac{2}{\sqrt{3}}$.

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty, x_1)$ và $(x_2; +\infty)$.

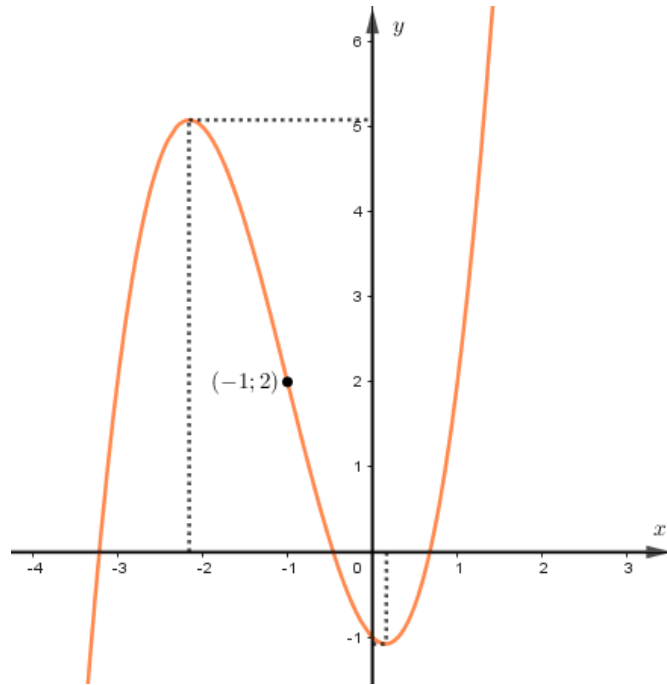
+ Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x = x_1$ với $y_{CD} = f(x_1)$, đạt cực tiểu tại $x = x_2$ với $y_{CT} = f(x_2)$.

+ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-1 - \frac{2}{\sqrt{3}}$	$-1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	y_{CD}	y_{CT}	$+\infty$	

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$, tâm đối xứng là điểm $(-1; 2)$.



1.22

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \neq -1$.

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

+ Hàm số không có cực trị.

+ Tiệm cận:

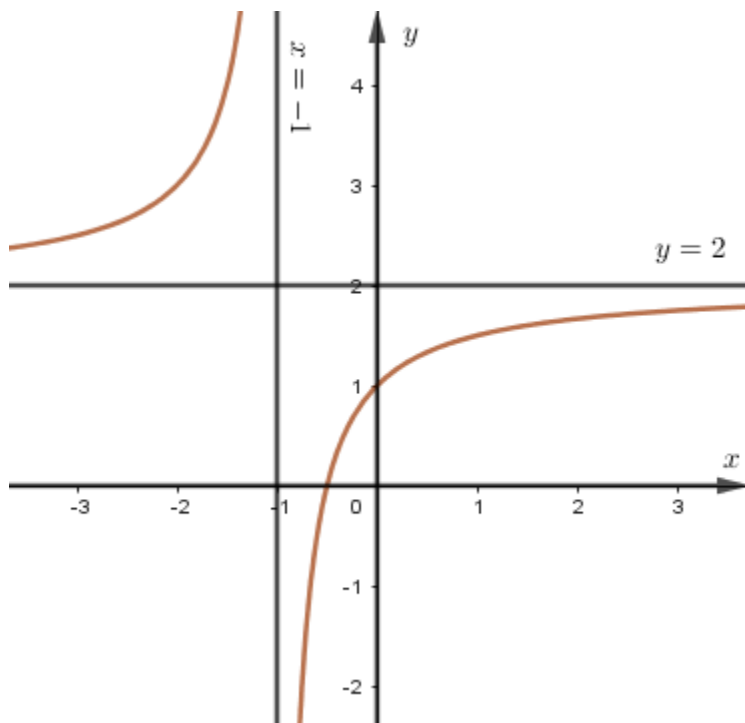
$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2
	$-\infty$		

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$, cắt trục hoành tại điểm $(-\frac{1}{2}; 0)$. Điểm $(-1; 2)$ là tâm đối xứng của đồ thị.



b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{4}{(1-x)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

+ Hàm số không có cực trị.

+ Tiệm cận:

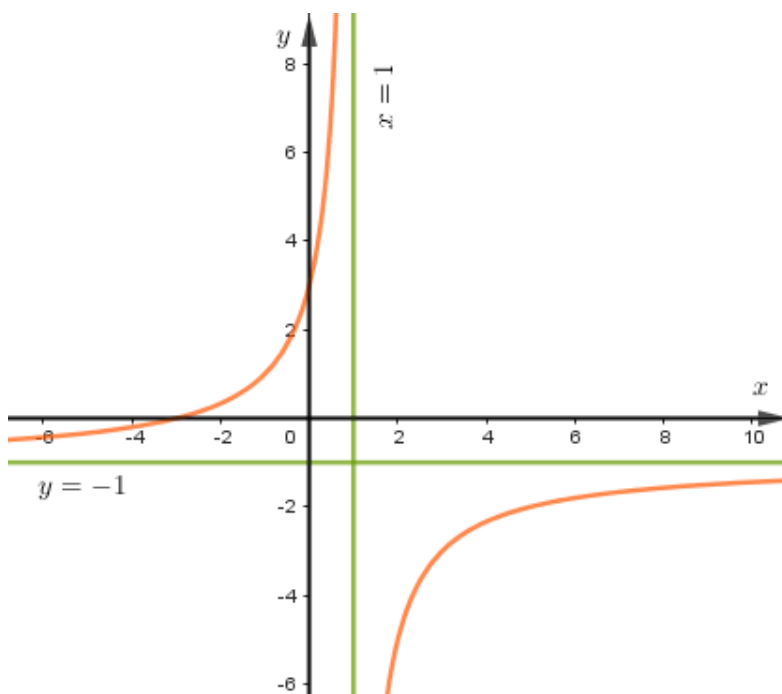
$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		$+\infty$
y'	$+$			$+$
y	-1	$+\infty$		-1

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 3)$, cắt trục hoành tại điểm $(-3; 0)$. Điểm $(1; -1)$ là tâm đối xứng của đồ thị.



1.23

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Viết $y = 2x + 1 + \frac{5}{x-1}$, ta có $y' = 2 - \frac{5}{(x-1)^2}$, $y' = 0$ khi $x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$.

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1 - \frac{\sqrt{10}}{2})$ và $(1 + \frac{\sqrt{10}}{2}; +\infty)$, nghịch biến trên từng khoảng $(1 - \frac{\sqrt{10}}{2}; 1)$ và $(1; 1 + \frac{\sqrt{10}}{2})$.

+ Hàm số đạt cực đại tại $x = x_1 = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$, đạt cực tiểu tại $x = x_2 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$.

+ Tiệm cận:

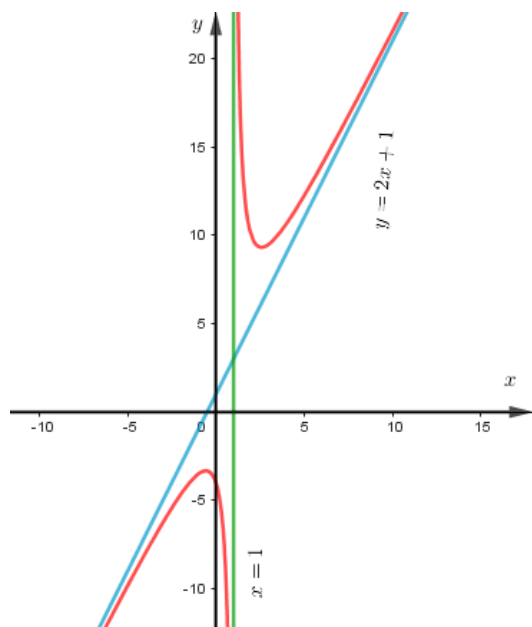
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x-1} = 0$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x + 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$	1	$1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	y_{CD}	$+\infty$	y_{CT}	$+\infty$	

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(-4; 0)$, không cắt trục hoành, nhận $(1; 3)$ làm tâm đối xứng.



b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Viết $y = x - 1 + \frac{4}{x+3}$. Khi đó $y' = 1 - \frac{4}{(x+3)^2}$, $y' = 0$ khi $x = -1$ hoặc $x = -5$.

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên từng khoảng $(-5; -3)$ và $(-3; -1)$.

+ Hàm số đạt cực đại tại $x = -5$, đạt cực tiểu tại $x = -1$.

+ Tiệm cận:

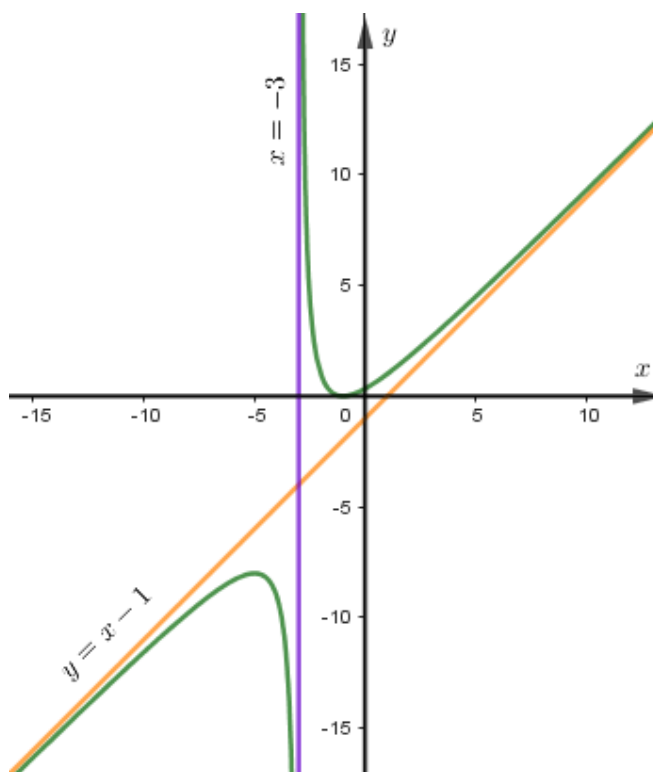
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4}{x+3} = 0$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 1$.

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} y = -\infty$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-5	-3	-1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-8	$+\infty$	0	$+\infty$	

+ Đồ thị : Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0; \frac{1}{3})$, tiếp xúc với trục hoành tại $(-1; 0)$, nhận $(-3; -4)$ làm tâm đối xứng.



Đáp án phiếu bài tập:**Phần 1 : Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
D	A	B	C	D

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	Câu 1	Câu 2
a)	Đ	S
b)	S	Đ
c)	Đ	S
d)	S	Đ

Phần 3 : Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2
$\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{54}\right)$	$(2; -2)$

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

[2.1.NC1a: HS thực hiện các tương tác được xác định rõ ràng với công nghệ số (làm bài tập online) trong lớp học.]

4. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**a) Mục tiêu:**

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập 1.24; 1.25 (SGK – tr.32).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 1.24; 1.25 (SGK – tr.32).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.
- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

Gợi ý đáp án:

1.24

a) Khối lượng của dung dịch KOH sau khi trộn là $m = 3000 + 8x$ (mg).

Thể tích của dung dịch KOH sau khi trộn là $V = 30 + x$ (ml).

Khi đó, nồng độ KOH là $C(x) = \frac{3000+8x}{30+x}$, $x \geq 0$.

b) Khảo sát hàm số $C(x)$ với $x \geq 0$. Ta có $C'(x) = -\frac{2760}{(x+30)^2} < 0$ với mọi $x \geq 0$.

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

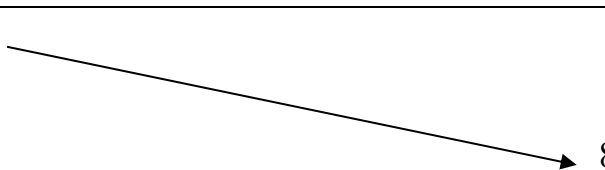
+ Hàm số không có cực trị.

+ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = 8$.

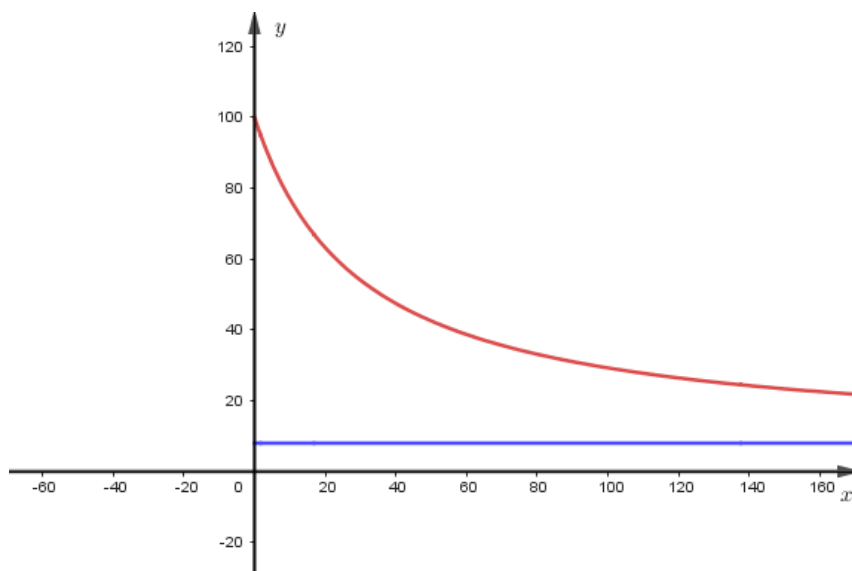
Do đó $y = 8$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
$C'(x)$	—	
$C(x)$	100	8



+ Đồ thị: Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 100)$, không cắt trục hoành.



c) Từ đó, ta thấy nồng độ KOH giảm theo x , nhưng luôn lớn hơn 8 mg/ml.

1.25

Đồ thị của hàm số $y = R(x) = \frac{8x}{8+x}, x > 0$;

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Có: $y' = \frac{64}{(x+8)^2} > 0, \forall x > 0$.

+ Hàm số luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.

+ Hàm số không có cực trị.

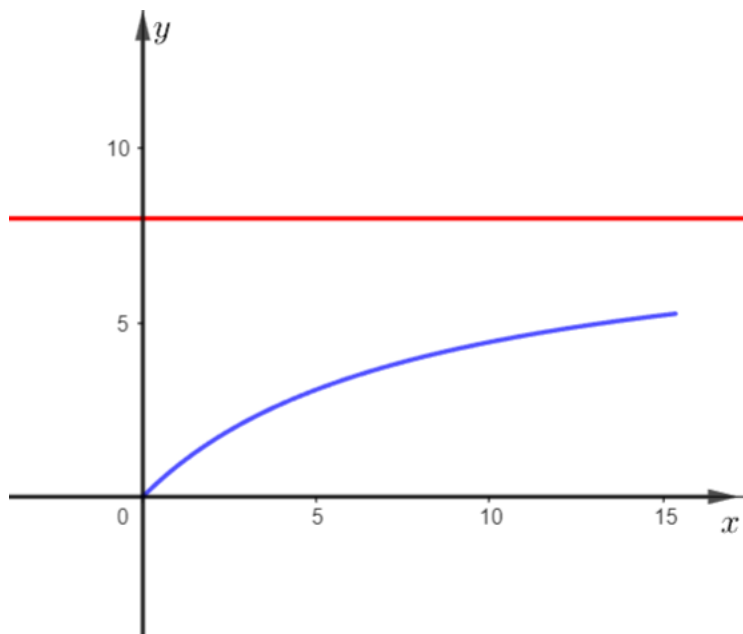
+ Tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{\frac{8}{x} + 1} = 8$

Vậy $y = 8$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
$R'(x)$		+
$R(x)$	0	8

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ



a) Vì $y' > 0, \forall x > 0$ nên điện trở tương đương của mạch tăng khi x tăng.

b) Do đồ thị hàm số $y = R(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 8$ nên điện trở tương đương của mạch không bao giờ vượt quá 8W.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

*** HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: “**Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn**”.