Ngày soạn: 10/11/2026

Tiết: 40-41

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

(2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được tọa độ của điểm, của vectơ đối với hệ trục tọa độ;
- Tính được tọa độ vectơ khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối;
- Thể hiện các phép toán vectơ theo tọa độ;
- Xác định được độ dài của một vectơ khi biết tọa độ hai đầu mút;
- Tính được tích vô hướng của hai vectơ;
- Tính được góc giữa hai vectơ;
- Vận dụng được biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá.
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Sử dụng được các phương pháp lập luận để nhìn ra những cách thức khác nhau trong giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Lập được hàm số, bảng biến thiên để giải quyết các bài toán thực tiễn.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học:
  + Xét được tính đơn điệu, điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.

+ Xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản.
+ Vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

- Năng lực giao tiếp toán học: Đọc, hiểu thông tin toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng được máy tính cầm tay.

Năng lực số:

- 1.1.NC1b: Áp dụng được kỹ thuật tìm kiếm để lấy được dữ liệu, thông tin và nội dung trong môi trường số.
- 1.3.NC1b: Triển khai được việc tổ chức và sắp xếp dữ liệu, thông tin và nội dung trong môi trường có cấu trúc.
- 2.1.NC1a: Sử dụng được nhiều công nghệ số để tương tác.
- 5.2.NC1b: Áp dụng được các công cụ số khác nhau và các giải pháp công nghệ có thể có để giải quyết vấn đề.
- 6.2.NC1a: Lựa chọn và sử dụng được các công cụ AI phù hợp để nâng cao hiệu suất và giải quyết các vấn đề phức tạp.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- GV: KHBD, SGK, SBT Toán 12, bài trình chiếu (Slide), phòng thực hành máy tính kết nối Internet, máy chiếu, video AI tạo bằng công cụ AI được dùng để khởi động bài học, bộ câu hỏi trắc nghiệm trên phần mềm Quizizz.
- HS: SGK, SBT Toán 12 – Kết nối tri thức, vở ghi.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

1. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS đưa ra được nhận định ban đầu về câu hỏi mở đầu.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu xem video AI được thiết kế để phục vụ bài dạy và trả lời câu hỏi xuất hiện trong video đó.

- GV trình chiếu câu hỏi củng cố, cho HS suy nghĩ và trả lời.

Hai bạn An và Bình đang chơi cầu lông trong nhà thể chất. Khi An phát cầu, tại thời điểm t, cầu cách mặt đất 3 m. Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây. Tìm tọa độ của quả cầu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

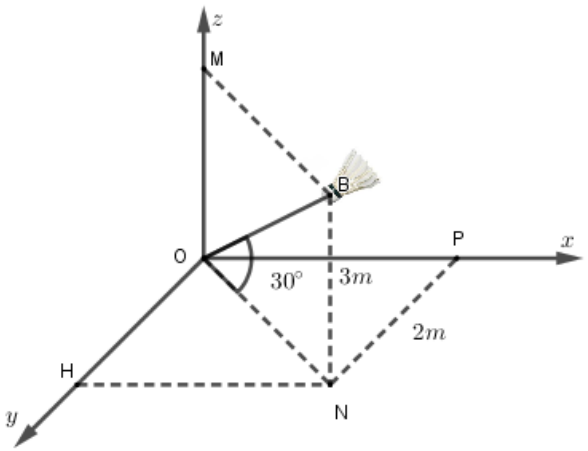
- HS xem video và suy nghĩ câu trả lời.

- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

<u>Gợi ý đáp án:</u>



Gọi N là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oxy), P, H lần lượt là hình chiếu của N lên Ox, Oy, M là hình chiếu của B lên Oz.

Xét ΔOBN vuông tại N có:

$$ON = \frac{BN}{\tan 45°} = 3.$$

Xét ΔOPN vuông tại P có: $OP = \sqrt{ON^2 - PN^2} = \sqrt{5}$.

Khi đó, $B(\sqrt{5}; 2; 3)$.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét, đánh giá và kết luận.

[6.2.NC1a: HS sử dụng công cụ AI hoặc sản phẩm số do GV cung cấp để tiếp nhận thông tin, trả lời câu hỏi đơn giản.

2.1.NC1a: HS thực hiện các tương tác cơ bản với học liệu số (xem video, trả lời câu hỏi trên môi trường số).

1.1.NC1a: HS tiếp cận, khai thác được thông tin từ nguồn học liệu số dưới sự hướng dẫn của GV.]

- GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: "Bài học hôm nay, chúng ta cùng ôn tập chương II. Thông qua bài luyện tập này, các em sẽ củng cố lại cách tìm tọa độ của điểm, tính được tọa độ của vectơ, tích vô hướng của vectơ và vận dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn".

Bài mới: **Bài tập cuối chương II.**

2. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Ôn tập lại kiến thức đã học

a) Mục tiêu:

- Hệ thống lại lý thuyết về vectơ trong không gian.

b) Nội dung: Hệ thống hóa lại kiến thức trong chương II.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN	NLS
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, HS hoạt động nhóm, sử dụng phần mềm (MindMeister, Draw.io, Canva, …) vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lý thuyết chương II. + Sau đó, GV chỉ định một số HS bất kì lên bảng trình bày về các kiến thức đã củng cố được. - GV tạo các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK trên Quizizz để HS ôn tập lại kiến thức đã học trong chương II. - GV cho HS thực hiện bài tập trắc nghiệm từ câu 2.25 đến 2.34. + GV lần lượt gọi các HS trả lời đáp án từ câu 2.25 đến 2.34. **Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:** - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm. - GV quan sát hỗ trợ. **Bước 3: Báo cáo, thảo luận:** - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. **Bước 4: Kết luận, nhận định:** GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở.	**Củng cố kiến thức** - Sơ đồ tư duy được để trong phần ghi chú bên dưới. - Đáp án phần trắc nghiệm: *2.25. D* *2.26. B* *2.27. D* *2.28. B* *2.29. C* *2.30. C* *2.31. A* *2.32. B* *2.33. B* *2.34. A*	- 1.3.NC1b: Triển khai được việc tổ chức và sắp xếp dữ liệu, thông tin và nội dung trong môi trường có cấu trúc (sơ đồ tư duy). - 5.2.NC1b: Sử dụng phần mềm trực tuyến để vẽ sơ đồ tư duy. - 2.1.NC1a: HS thực hiện các tương tác được xác định rõ ràng với công nghệ số (làm bài tập online, vẽ sơ đồ) trong lớp học

3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.10; 1.11; 1.12 (SGK – tr.19).

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện bài tập 2.35, 2.36, 2.37, 2.38, 2.39, 2.40, 2.41 (SGK – tr.74).

- GV tổ chức trò chơi trắc nghiệm nhanh trên Quizizz để củng cố toàn bài.

- GV cung cấp mã QR hoặc đường Links (Google Forms/Live Worksheets) cho HS làm phiếu bài tập.

PHIẾU BÀI TẬP TOÁN 12

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

Phần 1 : Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1: Cho tam giác ABC, gọi M là trung điểm của BC. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

D. $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CM}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;-2;1), B(3;3;2), C(-1;0;0)$. Tọa độ của điểm D là

A. $(-1;5;1)$.

B. $(-3;3;3)$.

C. $(6;3;-4)$.

D. $(4;4;3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, G là trọng tâm tâm giác ABC. Trong đó, $A(3;2;-1), B(0;0;2), G(4;-2;3)$. Tọa độ điểm C là

A. $(10;-2;7)$.

B. $(9;-8;8)$.

C. $(4;-3;9)$.

D. $(4;9;10)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (6; -7; 2), \vec{b} = (2; -2; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} - \vec{b} = (4; -5; 3)$.

B. $3\vec{a} = (12; -14; 3)$.

C. $2\vec{a} + \vec{b} = (14; -16; 5)$.

D. $\vec{a} - 2\vec{b} = (2; -3; 1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; -6), \vec{b} = (2; -1; 2)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là

A. -8

B. 0

C. 5

D. -5

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 1); \vec{b} = (-4; 3; -4)$.

a) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

b) $\vec{a} - 2\vec{b} = (11; -4; 9)$.

c) $\vec{a}.\vec{b} = -20$.

d) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) \approx -0.92$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(-2; 1; 1)$, $B(-4; 2; 2), D(3; 2; -4), A'(0; 0; 2)$.

a) Tọa độ trung điểm của AA' là $\left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

b) Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'BD$ là $\left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}; 0\right)$.

c) Tọa độ điểm B' là $(3; 3; -2)$.

d) Tọa độ điểm C' là $(0; 4; 8)$.

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-3; 3; -4), \vec{v} = (2; 0; 1)$. Xác định tích vô hướng của $\vec{u}.\vec{v}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1), B(-3; 3; 2), C(2; -5; 4)$. Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

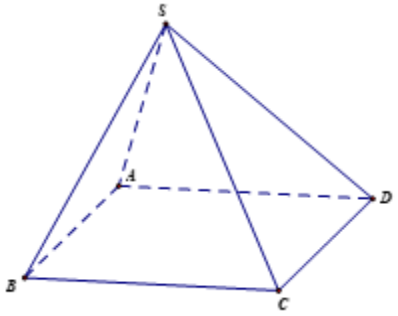
- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

<u>Đáp án bài tập SGK:</u>

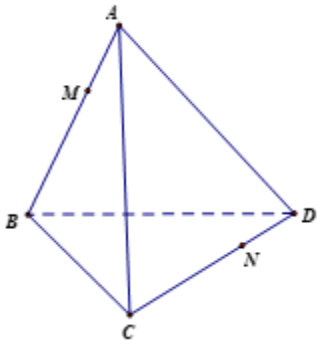
2.35



Gọi O là giao điểm của AC và BD thì O là trung điểm của AC và BD.

Ta có: $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. Do đó, $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

2.36

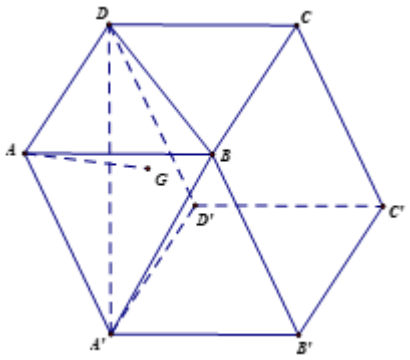


Ta có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}\Rightarrow 2.\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$.

Khi đó: $3\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MB}+2\,\overrightarrow{MA}\right)+\left(\overrightarrow{CN}+2\,\overrightarrow{DN}\right)+2\,\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\,\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\,\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$.

2.37



a) Vì G là trọng tâm của tam giác BDA' nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GA'} = \vec{0}$

Khi đó: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

Suy ra, $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

b) Theo câu a và quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = 3\,\overrightarrow{AG}$.

Do đó ba điểm A, G, G' thẳng hàng.

2.39

Gọi $B(x_B; y_B; z_B)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2; 3; 1)$; $\overrightarrow{OC} = (-1; 2; 3)$; $\overrightarrow{OB} = (x_B; y_B; z_B)$.

Vì $OABC$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành, ta có:

$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = (1; 5; 4) \Rightarrow B(1; 5; 4)$;

Ta có: $\overrightarrow{OO'} = (1; -2; 2)$

Áp dụng quy tắc hình bình hành, ta có:

$\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OO'} = (3; 1; 3) \Rightarrow A'(3; 1; 3)$;

$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = (0; 0; 5) \Rightarrow C'(0; 0; 5)$;

Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:

$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = (2; 3; 6) \Rightarrow B'(2; 3; 6)$.

2.40

a) Ta có: $2\vec{b} = (2; 2; -2)$

Khi đó: $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4; -1; 4)$.

b) $|\vec{u}| = \sqrt{16 + 1 + 16} = \sqrt{33}$.

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \frac{(-2).1+1.1+2.(-1)}{\sqrt{4+1+4}.\sqrt{1+1+1}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Đáp án Phiếu bài tập:

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
D	A	B	C	A

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

	Câu 1	Câu 2
a)	S	Đ
b)	Đ	Đ
c)	S	S
d)	Đ	S

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

[2.1.NC1a: HS thực hiện các tương tác được xác định rõ ràng với công nghệ số (làm bài tập online) trong lớp học.]

4. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài tập 2.42 (SGK – tr.74).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 2.42 (SGK – tr.74).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận thực hiện nhiệm vụ.

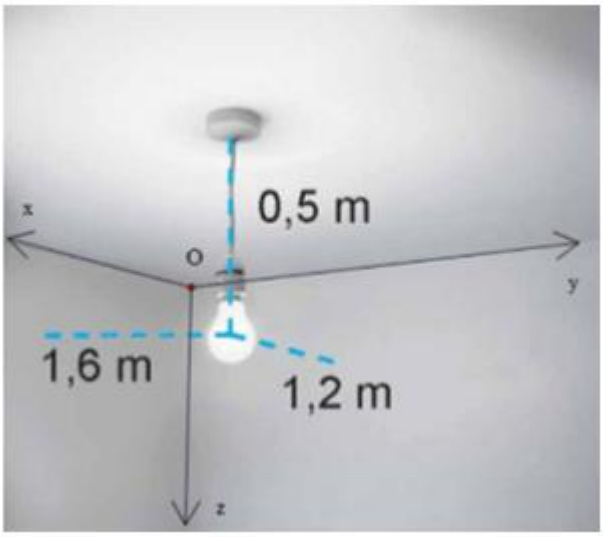
- GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Bài tập: đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến.

<u>Gợi ý đáp án:</u>

2.42



a) Do hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O là góc nhà phía trên trần nhà (điểm giao của hai bức tường và trần nhà) và trục Ox là giao của bức tường bên trái và trần nhà; trục Oy là điểm giao của bức tường bên phải với trần nhà; trục Oz là giao của 2 bức tường; đơn vị trên mỗi trục đều là mét.

Khi đó, tọa độ của cái đèn ở vị trí ban đầu là $A(1{,}2;\ 1{,}6;\ 0{,}5)$. Tọa độ của cái đèn ở vị trí mới là $B(1{,}5;\ 1{,}5;\ 0{,}4)$.

b) Khoảng cách của hai vị trí của đèn lúc đầu và lúc sau là:

$$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \frac{\sqrt{11}}{10} \approx 0{,}3\ (m).$$

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra đáp án đúng, chú ý các lỗi sai của học sinh hay mắc phải.

*** HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT.
- Chuẩn bị bời mới: "**Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị**".