Trường THPT Đỗ Đăng Tuyển

GV: Nguyễn Thị Mai

Tổ Toán-Tin

Ngày 1/4/2026

Tiết 100-105

HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH TRẢI NGHIỆM

TÍNH NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA. TÍNH GẦN ĐÚNG TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÌNH THANG

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm, tích phân trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dưới dạng bảng (tại một số mốc) hoặc cho bởi một đồ thị (mà ta không biết phương trình của nó) hoặc không có nguyên hàm dưới dạng hàm số sơ cấp.

- Sử dụng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân.

2. Về năng lực

- Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.

- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, …), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi thực hành các thao tác, chuẩn bị bài học tại nhà, ...), …

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy tính được cài đặt phần mềm GeoGebra Classic 5 (hoặc phiên bản mới hơn), máy chiếu.

- Học sinh:

+ SGK, dụng cụ học tập.

+ HS học trong phòng máy hoặc tự chuẩn bị máy tính theo từng nhóm đã chia.

+ Khuyến khích HS thao tác trước với phần mềm GeoGebra tại nhà nếu có điều kiện.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

<table>
<tr><th>Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh</th><th>Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động</th><th>Mục tiêu cần đạt</th></tr>
<tr><td colspan="3">HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG
Mục tiêu: Gợi động cơ dẫn đến nhu cầu tính toán gần đúng tích phân trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dạng bảng (tại một số mốc).
Nội dung: Đặt vấn đề về bài toán thực tế cần ứng dụng tính gần đúng tích phân để tìm thể tích một vật thể.
Sản phẩm: Câu trả lời của HS.
Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.</td></tr>
<tr><td>Tình huống mở đầu (2 phút)
- GV sử dụng máy tính và trình chiếu nội dung bài toán:
Một thân cây dài 4,8 m được cắt thành các khúc gỗ dài 60 cm. Người ta đo đường kính của mỗi mặt cắt ngang và diện tích S của nó được ghi lại trong bảng dưới dây, ở đây x (cm) là khoảng cách tính từ đỉnh thân cây đến vết cắt.
(Bảng vẽ như trong phần Vận dụng – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.84)
Tìm thể tích gần đúng của thân cây này.
- Đặt vấn đề: GV có thể gợi vấn đề như sau: Muốn tìm thể tích gần đúng của thân cây, ta cần tính tích phân của một hàm số được cho giá trị chỉ tại một số mốc nhất định. Chúng ta sẽ cùng tìm hiểu cách tính gần đúng các tích phân đó thông qua bài học này.</td><td>HS quan sát và suy nghĩ về tình huống.</td><td>- Mục đích của phần này là đưa ra một bài toán thực tế làm nảy sinh nhu cầu tính gần đúng tích phân để tìm thể tích của một vật thể.
- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.</td></tr>
<tr><td colspan="3">HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC
Mục tiêu: HS sử dụng được các câu lệnh trên GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, và tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang.</td></tr>
</table>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, thực hiện tính gần đúng tích phân với độ chính xác cho trước bằng phương pháp hình thang. ***Sản phẩm:*** Kết quả của HS trên phần mềm GeoGebra. ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Tính nguyên hàm và tích phân với phần mềm GeoGebra **a) Tính nguyên hàm của hàm số (7 phút)** - GV sử dụng máy tính và trình chiếu hướng dẫn HS các câu lệnh để tính nguyên hàm của hàm số với phần mềm GeoGebra . - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn. + GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 3 phút thực hiện nhiệm vụ: Sử dụng câu lệnh đã được học để giải quyết Bài tập 4.4 (Bài 11: Nguyên Hàm – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.11). + GV gọi hai nhóm HS đại diện nêu kết quả kiểm tra, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV thực hiện thao tác trên GeoGebra để minh họa và tổng kết. + Lưu ý: GV có thể giới thiệu bổ sung thêm các câu lệnh tương ứng bằng tiếng Việt trên GeoGebra.	- HS thực hiện theo sự hướng dẫn của GV và gợi ý ở ví dụ mẫu trong SGK. - HS thực hiện yêu cầu tương ứng.	- Mục đích của phần này là giới thiệu các câu lệnh tính nguyên hàm của hàm số bằng phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
b) Tính tích phân (6 phút) - GV sử dụng máy tính và trình chiếu hướng dẫn HS các câu lệnh để tính tích phân của hàm số với phần mềm GeoGebra . - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn. + GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 3 phút thực hiện nhiệm vụ: Sử	- HS thực hiện theo sự hướng dẫn của GV và gợi ý ở ví dụ mẫu trong SGK. - HS thực hiện yêu cầu tương ứng.	- Mục đích của phần này là giới thiệu các câu lệnh tính tích phân của hàm số bằng phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
dụng câu lệnh đã được học để giải quyết Bài tập 4.10 (Bài 12: Tích Phân – SGK Toán 12 tập 2 – Tr.11) + GV gọi hai nhóm HS đại diện nêu kết quả kiểm tra, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV thực hiện thao tác trên GeoGebra để minh họa và tổng kết. + Lưu ý: GV có thể giới thiệu bổ sung thêm các câu lệnh tương ứng bằng tiếng Việt trên GeoGebra.		tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
2. Tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang (12 phút) - GV sử dụng máy tính và màn chiếu (hoặc viết bảng) trình bày nội dung và ý nghĩa hình học của phương pháp hình thang tính gần đúng tích phân, đánh giá sai số. - GV thực hiện hướng dẫn chi tiết thuật toán từng bước để tính gần đúng tích phân. - GV tổ chức cho HS thực hiện phần Ví dụ. + HS hoạt động cá nhân hoàn thành phần Ví dụ trong 3 – 4 phút, sau đó GV gọi đại diện các HS trả lời từng câu hỏi, các HS khác lắng nghe và nhận xét, GV tổng kết.	- HS theo dõi từng bước làm của GV. - HS thực hiện phần Ví dụ.	- Mục đích của phần này là giới thiệu phương pháp tính gần đúng tích phân. - Góp phần phát triển năng tư duy và lập luận toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

Mục tiêu: Củng cố kĩ năng sử dụng phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân, tính gần đúng tích phân bằng phương pháp hình thang.

Nội dung: HS thực hiện thao tác trên GeoGebra và áp dụng thuật toán đã học để giải bài tập.

Sản phẩm: Câu lệnh và kết quả bài toán.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Thực hành (10 phút) - GV tổ chức cho HS hoạt động cá nhân để thực hiên yêu cầu trong phần Thực hành 1 và Thực hành 2. - Sau 8 phút, GV gọi 4 HS trình bày các kết quả thu được của 2 phần, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV chiếu hình và tổng kết.	- HS thực hiện thao tác nội dung phần Thực hành 1 trên máy và giải bài toán Thực hành 2. *HD.* 1. Ta có: $f(x)=\frac{e^x}{x}$, $f'(x)=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)e^x$, $f''(x)=\left(\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)e^x$. Có thể thấy rằng (chẳng hạn, dùng GeoGebra để vẽ đồ thị của hàm số $y=f''(x)$): $M=\max_{x\in[1;2]}\left\|f''(x)\right\|\le e$. 2. Ta cần tìm n sao cho: $\frac{(2-1)^3\cdot e}{12n^2}<0,01\cdot\frac{1}{n^2}\Leftrightarrow\frac{12}{100e};n\Rightarrow 4$. Do đó ta chọn n = 5. 3. Chia đoạn [1; 2] thành 5 đoạn có độ dài bằng nhau là $[1;1,2],[1,2;1,4],[1,4;1,6],$ $[1,6;1,8],[1,8;2]$. Áp dụng công thức hình thang, ta có: $\int_1^2\frac{e^x}{x}\mathrm{d}x$ $\approx\frac{2-1}{10}\left[e+\frac{10e^{\frac{6}{5}}}{6}+\frac{10e^{\frac{7}{5}}}{7}+\frac{10e^{\frac{8}{5}}}{8}+\frac{10e^{\frac{9}{5}}}{9}+e^2\right]$ $\approx 3,063$.	- Mục đích của phần này là để HS rèn luyện kĩ năng tính gần đúng tích phân với độ chính xác cho trước bằng phương pháp hình thang - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** HS áp dụng thuật toán tính gần đúng tích phân vào một tình huống thực tiễn ở phần mở đầu bài học. ***Nội dung:*** HS thực hiện giải quyết bài toán phần Vận dụng trong SGK. ***Sản phẩm:*** Bài làm của HS. ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vận dụng (6 phút) - GV trình chiếu yêu cầu phần Vận dung trong SGK. - GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi, giải quyết yêu cầu phần Vận dụng.	- HS thực hiện theo nhóm. *HD.* Thể tích cần tính là $V=\int_0^{480} S(x)\,dx$, ở đó $S(x)$ là diện tích mặt cắt ngang tại vị trí cách đỉnh thân cây một khoảng x (cm). Sử dụng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân này. Ta chia đoạn $[0;480]$ thành $n=8$ đoạn bằng nhau, mỗi đoạn có độ dài là 60. Do đó: $V\approx 125\,400\left(cm^3\right)$ $=0{,}1254\left(m^3\right).$	- Mục đích của phần này là để HS củng cố và vận dung kĩ năng tính gần đúng tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)** - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Sử dụng được phần mềm GeoGebra để tính nguyên hàm và tích phân; dùng phương pháp hình thang để tính gần đúng tích phân trong trường hợp hàm dưới dấu tích phân cho dưới dạng bảng hoặc không có nguyên hàm dưới dạng hàm số sơ cấp.		

VẼ ĐỒ HỌA 3D VỚI PHẦN MỀM GEOGEBRA

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ một số hình 3D.

2. Về năng lực

- Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.

- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm, …), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học (khi thực hành các thao tác, chuẩn bị bài học tại nhà, ...), …

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực tự thực hành và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

+ Giáo án, phiếu học tập, máy tính được cài đặt phần mềm GeoGebra Classic 5 (hoặc phiên bản mới hơn), máy chiếu, dải giấy màu hình chữ nhật để tạo dải Mobius.

+ GV chia trước lớp thành 6 nhóm.

- Học sinh:

+ SGK, dụng cụ học tập.

+ HS học trong phòng máy hoặc tự chuẩn bị máy tính theo từng nhóm đã chia.

+ Khuyến khích HS thao tác trước với phần mềm GeoGebra tại nhà nếu có điều kiện.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

<table>
<tr><th>Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh</th><th>Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động</th><th>Mục tiêu cần đạt</th></tr>
<tr><td colspan="3">HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG
Mục tiêu: HS tiếp cận với các mô hình bất khả “impossible models”, từ đó hình thành nhu cầu sử dụng phần mềm GeoGebra cho một số thiết kế 3D.
Nội dung: HS thực hiện phiếu học tập.
Sản phẩm: Câu trả lời của HS.
Tổ chức hoạt động: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.</td></tr>
<tr><td>Hoạt động khởi động (8 phút)
- GV đưa ra khái niệm về mô hình bất khả “impossible models” và trình</td><td></td><td>- Mục đích của phần này là để HS tiếp cận với mô hình bất khả.</td></tr>
</table>

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
chiếu ảnh minh họa "cầu thang bất khả" – "impossible staircase". - HS làm theo nhóm đôi vào hai phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số nhóm trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS thực hiện phiếu học tập. *HD.* C, D, F là các mô hình bất khả.	- Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM ***Mục tiêu:*** HS sử dụng các công cụ có sẵn trên phần mềm GeoGebra để vẽ một số mô hình 3D bất khả. ***Nội dung:*** HS sử dụng phần mềm GeoGebra để thao tác vẽ tam giác Penrose theo sự hướng dẫn của GV. ***Sản phẩm:*** Kết quả của HS trên phần mềm GeoGebra. ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Vẽ tam giác Penrose (15 phút) - GV sử dụng máy tính và máy chiếu hướng dẫn HS các bước để vẽ tam giác Penrose như trong SGK bằng cách dựng các hình hộp chữ nhật và lựa chọn một góc nhìn thích hợp. - HS thực hiện thao tác đồng thời với các bước GV hướng dẫn, GV quan sát HS thực hành và sản phẩm của HS.	HS thực hành theo hướng dẫn của GV.	- Mục đích của phần này là hướng dẫn cho HS các bước vẽ tam giác Penrose. - Góp phần phát triển năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG ***Mục tiêu:*** HS sử dụng công cụ GeoGebra vẽ mặt Mobius. ***Nội dung:*** HS thực hiện tạo lập mặt Mobius bằng mảnh giấy hình chữ nhật và mô phỏng trên phần mềm GeoGebra. ***Sản phẩm:*** Hình vẽ mặt Mobius tạo từ mảnh giấy và bài thuyết trình của HS. ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Dải băng Mobius kì diệu (15 phút)		- Mục đích của phần này là gợi mở để HS tự thực hành ghép

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV giới thiệu về mặt Mobius và gợi ý phương trình của mặt Mobius như trong SGK. - GV giao nhiệm vụ để HS hoạt động theo nhóm đã chia (5 phút) + Nhiệm vụ: Sử dụng băng giấy hình chữ nhật để tạo ra dải Mobius, sau đó mô phỏng lại bằng phần mềm GeoGebra. HS có thể sử dụng màu để trang trí lên dải Mobius. Ngoài ra, hãy tìm kiếm thêm những tính chất thú vị xoay quanh dải Mobius. - GV cho HS hoạt động nhóm trong 15 phút, GV hỗ trợ HS về kĩ thuật hoặc gợi ý cho HS trang trí sản phẩm của mình.	- HS tự tìm hiểu các bước vẽ trong SGK theo gợi mở của GV. - *HD.* Từ dải băng hình chữ nhật đã cho, đánh dấu các điểm ABCD. Sau khi vặn xoắn dải băng 180 độ, sử dụng băng dính/ keo dán để dán C trùng với A, D trùng với B, ta được dải Mobius.	dải Mobius và mô phỏng trên phần mềm GeoGebra. - Góp phần phát triển năng sử dụng công cụ và phương tiện học toán.
2. Thuyết trình sản phẩm (5 phút) - GV tổ chức cho đại diện hai nhóm HS thuyết trình về sản phẩm của mình. + Mỗi nhóm được 1 phút 30 giây thuyết trình về sản phẩm giấy và mô hình 3D của mình. + Các nhóm khác lắng nghe và nhận xét; GV tổ chức HS tự đánh giá giữa các nhóm và tổng kết. Nếu điều kiện lớp học cho phép, HS có thể trình chiếu sản phẩm của mình khi thuyết trình, hoặc in sản phẩm để thuyết trình.	HS thực hiện theo nhóm dưới sự hướng dẫn và điều phối của GV.	- Mục đích của phần này là để HS thuyết trình giới thiệu được về sản phẩm của nhóm mình. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực sử dung công cụ, phương tiện học toán.

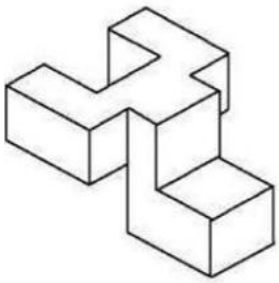
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

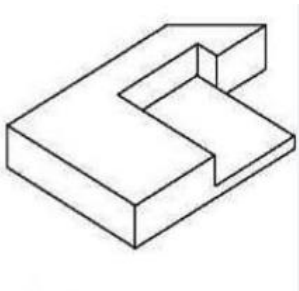
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS **(2 phút)**

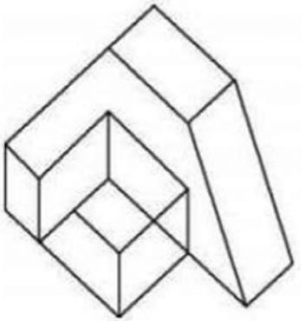
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: vẽ một số hình 3D với phần mềm GeoGebra.

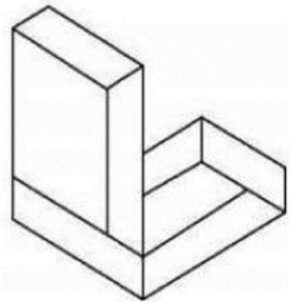
PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP

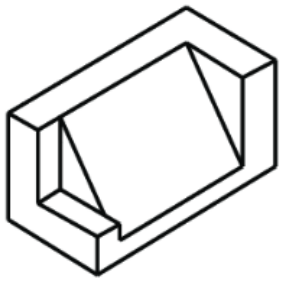
Trong các hình sau, những mô hình nào là mô hình bất khả.

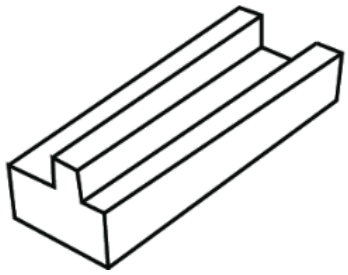
A. 

B. 

C. 

D. 

E. 

F. 

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

- Ôn tập các kiến thức đã học trong cả năm học.
- Vận dụng được các kiến thức đã học trong năm học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, …

- Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập, máy tính cầm tay.

+ Ôn lại các kiến thức trong chương VI.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

+ Tiết 1. Hệ thống hóa kiến thức và bài tập Trắc nghiệm.

+ Tiết 2. Một số bài tập tự luận.

Tiết 1. HỆ THỐNG HÓA KIẾN THỨC. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	**Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động**	**Mục tiêu cần đạt**
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** HS hệ thống lại được các kiến thức cơ bản trong cả năm học. ***Nội dung:*** HS thực hiện phiếu học tập số 1. ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS. ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Phiếu học tập (15 phút) - GV tổ chức cho HS thực hiện cá nhân Phiếu học tập số 1 ở phần Phụ lục trong vòng 10 phút. - GV đọc hoặc trình chiếu đáp án; HS đối chiếu bài làm của mình với đáp án	- HS thực hiện phiếu học tập số 1. - Câu trả lời: **1.**	- Mục đích của phần này là để HS nhớ và hệ thống lại được các kiến thức cơ bản trong

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
của GV; GV chốt lại một số kiến thức trọng tâm đã học trong cả năm học mà nhiều HS trong lớp không nhớ.	(1) $F'(x)=f(x)$; (2) $\int f(x)\mathrm{d}x$; (3) hình phẳng; (4) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ (5) một nguyên hàm của $f(x)$ trên K; (6) $\int_a^b \lvert f(x)\rvert \mathrm{d}x$; (7) $\int_a^b \lvert f(x)-g(x)\rvert \mathrm{d}x$; (8) $\pi\int_a^b f(x)^2\,\mathrm{d}x$. **2.** (1) – (e); (2) – (c); (3) – (k); (4) – (g); (5) – (d). **3.** (1) hôm nay trời mưa; (2) hôm nay bạn An mang ô; (3) hôm nay bạn An đi học; (4) hôm nay trời mưa; (5) hôm nay bạn An đi học; (6) hôm nay trời mưa; (7) hôm nay bạn An không mang ô; (8) A; (9) B; (10) $P(A\mid \overline{B})$.	đã học trong cả năm học. - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Luyện tập một số dạng bài tập liên quan đến các kiến thức đã học ***Nội dung:*** Thực hiện phần trắc nghiệm và giải một số bài tập tự luận trong SGK. ***Sản phẩm:*** Lời giải các bài tập của HS. ***Tổ chức thực hiện:*** HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Phần trắc nghiệm (25 phút) - GV tổ chức cho HS làm phần Trắc nghiệm.		- Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
- GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 - 20 phút, sau đó GV đọc hoặc trình chiếu đáp án phần trắc nghiệm; HS so sánh, đối chiếu với bài làm của mình, rút kinh nghiệm những lỗi sai.	HS thực hiện phần trắc nghiệm và ghi bài.	các kiến thức đã học trong năm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
+ Tuỳ tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên.		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)** - GV dặn dò HS chuẩn bị các bài tập tự luận còn lại trong phần Bài tập ôn tập cuối năm.		

Tiết 2. MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUẬN

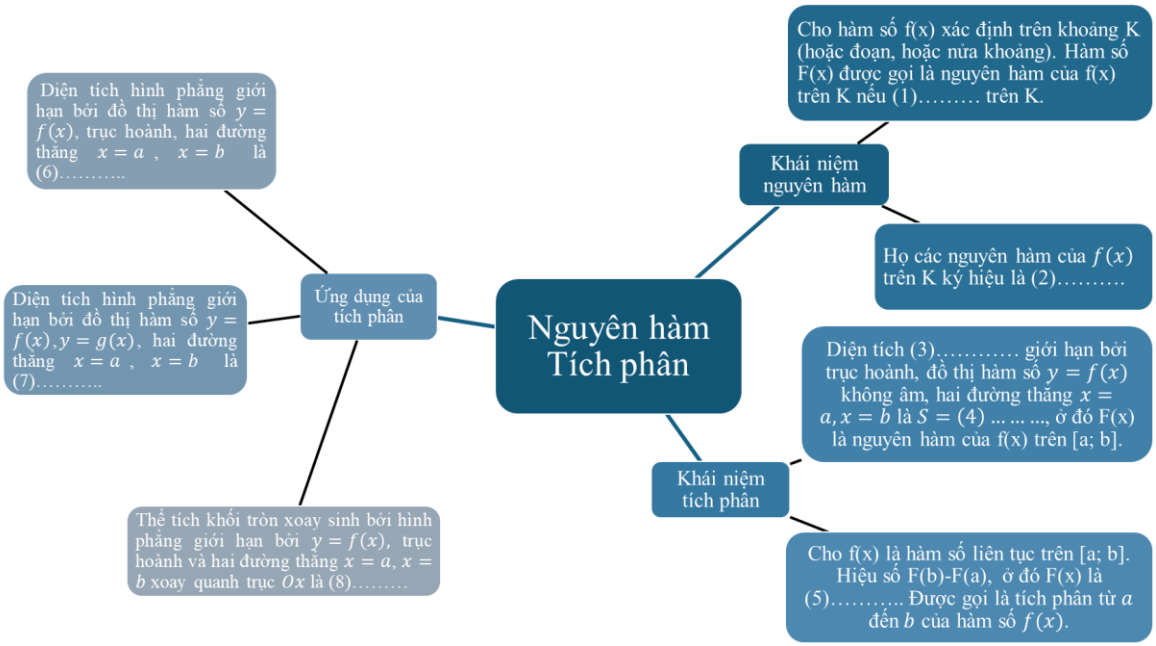
Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Luyện tập các dạng bài tập liên quan đến các kiến thức hình học và thống kê, xác suất trong năm học. ***Nội dung:*** Giải một số bài tập tự luận trong SGK. ***Sản phẩm:*** Lời giải các bài tập của HS. ***Tổ chức thực hiện:*** HS thực hiện cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài tập 16 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 16. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 16 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tìm nguyên hàm của một hàm số. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Bài tập 26 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 26. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 26 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách viết phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng trong không gian. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 27 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 28. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 28 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập phương pháp tọa độ trong không gian. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 28 (8 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 28. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 28 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập ứng dụng của phương pháp tọa độ trong không gian trong việc giải quyết các bài toán liên quan đến thực tiễn. - Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Bài tập 29 (5 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 29. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 4 phút, sau đó gọi một HS trả lời; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 29 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm. - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài tập 30 (7 phút) - GV tổ chức cho HS làm bài 30. - GV cho HS hoạt động cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi hai HS lên bảng chữa bài; Các HS khác quan sát bài làm, nhận xét, góp ý; GV tổng kết.	HS làm Bài tập 30 và ghi bài.	- Mục đích của bài tập này là giúp HS ôn tập lại cách tính xác suất có điều kiện và công thức xác suất toàn phần. - Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.
- Tuỳ tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập còn lại trong SGK để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trên.		
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)** - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm trong năm học; - GV dặn dò HS ôn tập chuẩn bị cho tiết kiểm tra cuối năm.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

1. Điền vào chỗ trống cho phù hợp:



2. Nối khái niệm cột A với công thức ở cột B cho phù hợp:

Cột A	**Đáp án**	**Cột B**
(1) Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$, có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;c)$.		(a) $ax + by + cz = 0$.
(2) Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$, có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;c)$.		(b) $\dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\rvert}{\sqrt{A + B + C}}$.
(3) Phương trình tổng quát của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a,b,c)$, đi qua điểm $M(x_0, y_0, z_0)$.		(c) $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$.
(4) Khoảng cách từ điểm $M(x_0, y_0, z_0)$ đến mặt phẳng $Ax + By + Cz + D = 0$.		(d) $\dfrac{\lvert aa' + bb' + cc'\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$.
(5) Cosin góc giữa hai vectơ $\vec{u}(a,b,c)$ và $\vec{v}(a',b',c')$.		(e) $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct. \end{cases}$
		(g) $\dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

(h) $\dfrac{\lvert a+b+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.
(k) $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$.

3. Cho các biến cố

A: "Hôm nay trời mưa";

B: "Hôm nay bạn An mang ô"

C: "Hôm nay bạn An đi học".

Điền vào chỗ trống cho phù hợp:

a) $P(A\mid B)$ là xác suất (1)…….. biết (2) ……...;

b) $P(C\mid A)$ là xác suất (3)……... biết (4)……...;

c) $P(C\mid A\overline{B})$ là xác suất (5)……... biết (6)……... và (7)……..;

d) $P(A|B)=\dfrac{P(B|A)P((8)\ldots\ldots).}{P((9)\ldots\ldots)}$;

e) $P(A)=P(A|B)\cdot P(B)+(10)\ldots\ldots\cdot\mathbb{P}(\overline{B})$.

TRẢ LỜI/HƯỚNG DẪN/GIẢI MỘT SỐ BÀI TẬP TRONG SGK

1. D	**2.** B	**3.** D	**4.** B	**5.** D	**6.** A	**7.** B	**8.** B
9. B	**10.** C	**11.** A	**12.** B	**13a.** B	**13b.** A	**14.** A	**15.** B

16. a) Ta có $y=x^3-3x^2$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y'=3x^2-6x;\ y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.

Trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, $f'(x)>0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên khoảng (0;2), $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, giá trị cực đại của hàm số $y_{CĐ}=0$.

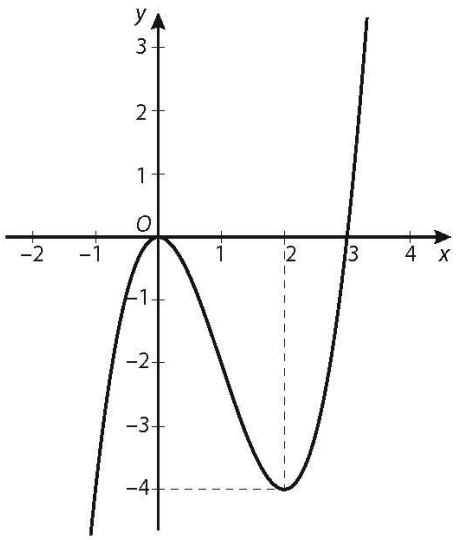
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT}=-4$.

Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-3x^2)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-3x^2)=-\infty.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↘	−4	↗	$+\infty$

+ Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm (0;0) và cắt trục hoành tại các điểm (0;0) và (3;0). Đồ thị có tâm đối xứng là điểm (1; –2).



b) Ta có $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0$ với mọi $x\neq -2$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty$.

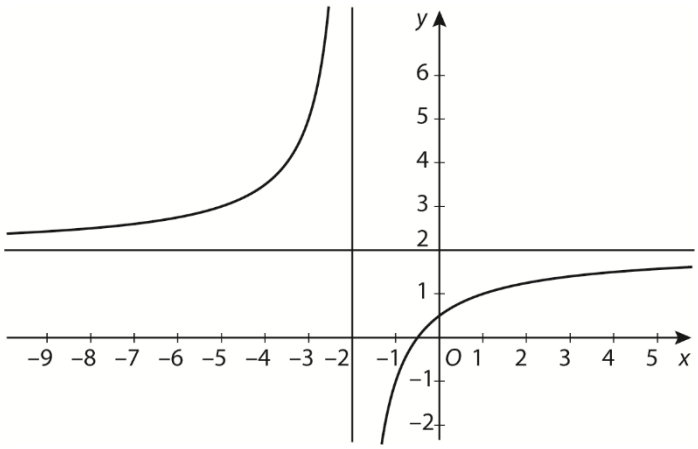
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		+		+	
y	2	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	2

+ Đồ thị: Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0;\frac{1}{2}\right)$, cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $(-2;2)$.



c) Ta có $y=\frac{2x^2+x-2}{x-1}=2x+3+\frac{1}{x-1}$.

+ Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

+ Sự biến thiên:

Ta có $y'=\frac{2x^2-4x+1}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow x=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ hoặc $x=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2};+\infty\right)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2};1\right)$ và $\left(1;\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$, $y_{CĐ}=5-2\sqrt{2}$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$, $y_{CT}=5+2\sqrt{2}$.

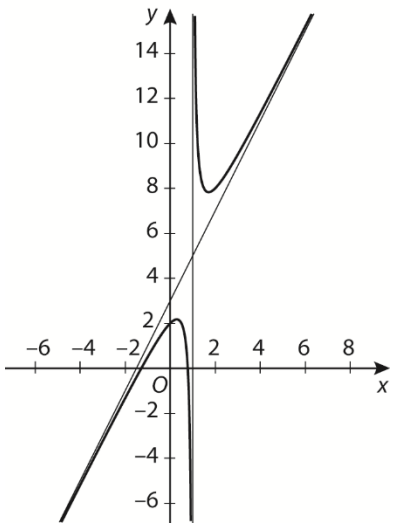
Tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$; tiệm cận xiên là đường thẳng $y=2x+3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$		1		$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		+	0	-	|	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	$5-2\sqrt{2}$	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	$5+2\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

+ Đồ thị: Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;2)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;8)$, $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(1;5)$.



17. a) $y_{min}=\sqrt{2}$ đạt được khi $x=-1$.

18. a) $v(t)=15-10t\,(m/s)$. $v=0\Leftrightarrow 15-10t=0\Leftrightarrow t=1,5\,(s)$.

b) $v(t)=v_0-10t$. Ô tô sẽ dừng lại khi $v(t)=0$, tức là khi $t=\frac{v_0}{10}$.

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh đến khi dừng lại là $s=\int_0^{\frac{v_0}{10}} v(t)\,dt$.

$$20\geq\int_0^{\frac{v_0}{10}} v(t)\,dt\Rightarrow v_0=20(m/s).$$

19. $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x}+2x-\frac{3}{2}$.

20. a) $I=1$. b) $I=0$.

c) $I=\frac{2-3\sqrt{2}}{2}$. d) $I=2e^2-2e-\ln 2$.

21. $S=\dfrac{125}{6}$.

22. $V=\dfrac{\pi}{15}$.

23. a) Ta có

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)+\overrightarrow{AC}\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AD}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0.$

b) Theo câu a) và theo giả thiết thì $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0;\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DB}=0$ nên $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow AD\perp BC.$

24. a) Ta có $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC'}+\overrightarrow{GD'}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AD'}-\overrightarrow{AG}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)+\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}).$

b) $AG=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

25. $(d):\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-2t\\z=1-t.\end{cases}$

26. a) (d): $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

b) $(P):2x+9y+8z-23=0.$

27. a) (OAB): $x+5y+3z=0.$

b) $I=(2;-1;1).$

c) $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi $M=(2;-1;0).$

28. $A'B'=\dfrac{5\sqrt{74}}{12}\approx 3,6.$

29. $\Delta_Q=14,01-11,625=2,385.$

30. Gọi B là biến cố: "Bình bắt được gà mái của chuồng I"; C là biến cố "Bình bắt được gà mái".

$P(B\,|\,C)=\dfrac{104}{107}$.

31. Gọi A là biến cố "Sơn chạy bộ buổi sáng"; B là biến cố "Sơn ăn thêm một quả trứng trong bữa sáng".

$$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})}=\frac{2,1}{3,1}\approx 0,6774\,.$$