

Thời gian làm bài : 90 phút.

Họ tên : Số báo danh :

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $(a;b)$ thỏa mãn $f'(x) < 0, \forall x \in (a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

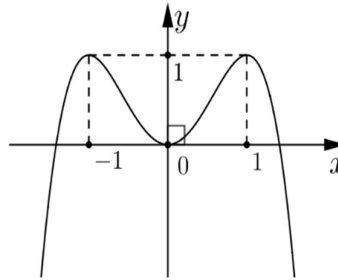
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$.
B. $(0; 1)$.
C. $(-1; 1)$.
D. $(-1; 0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$.
B. $(-\infty; -1)$.
C. $(0; 1)$.
D. $(0; +\infty)$.

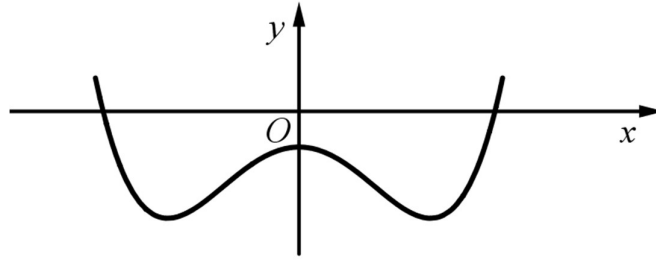
Câu 4. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3.
B. -5.
C. 0.
D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

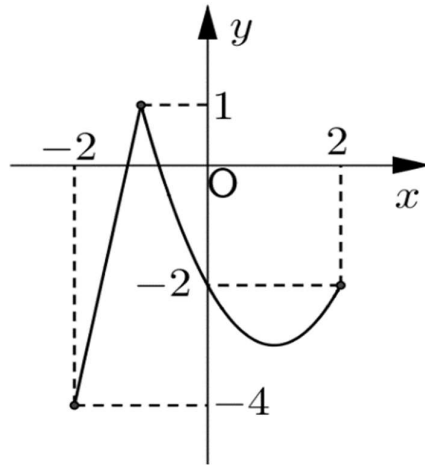
A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Tính $M + m$.



A. -5.

B. 5.

C. -3.

D. -4.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

A. -36.

B. $-14\sqrt{7}$.

C. $14\sqrt{7}$.

D. -34.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

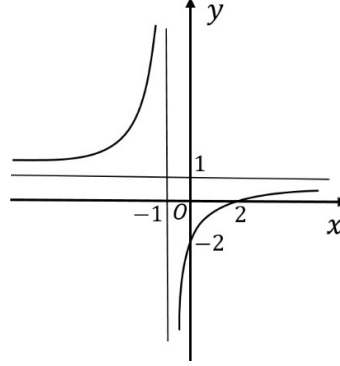
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng



A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$ với $a \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

B. Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

C. Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = \frac{1}{5}$.

C. $y = -1$.

D. $y = 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+4}{x-1}$.

a) [NB] Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

b) [TH] $y' = \frac{-6}{(x-1)^2}$.

c) [NB] $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

d) [TH] Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

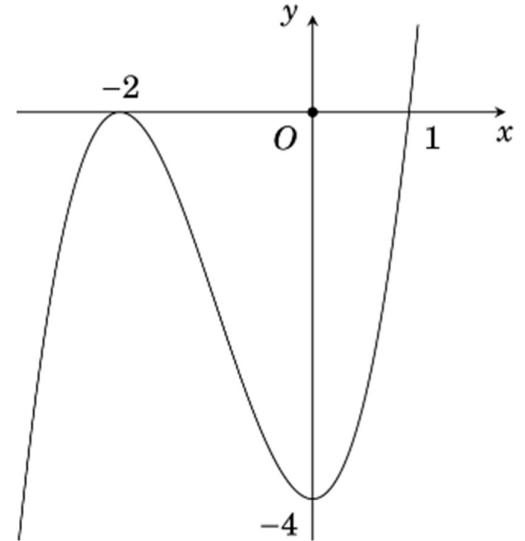
Câu 2. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.

a) [NB] $a < 0$.

b) [NB] $\begin{cases} f(0) = -4 \\ f(-2) = 0 \\ f(1) = -2 \end{cases}$

c) [TH] $f'(0) = 0 \Leftrightarrow c = 0$.

d) [TH] $\min_{[0;1]} f(x) = -4$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. (TH) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. (TH) Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ đạt cực trị tại x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. (VD) Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường đi được trong thời gian đó. Trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc (đơn vị: m/s) nhỏ nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Câu 4. (VD) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 180 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày (tính bằng nghìn đồng)?

PHẦN IV. Tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ câu 1 đến câu 3.

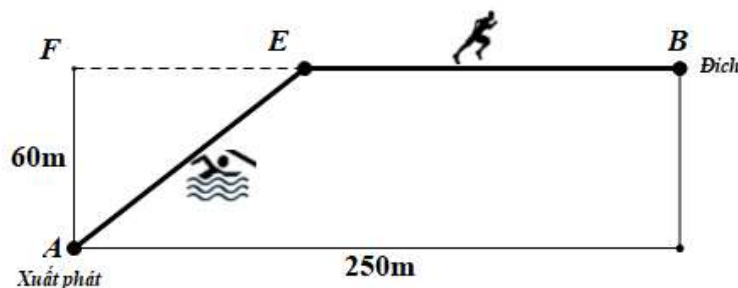
Câu 1. (TH) Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

Câu 2. (VD) Một đơn vị sản xuất hàng tiêu dùng ước tính chi phí để sản xuất x ($x \geq 1$) đơn vị sản phẩm là

$C(x) = 2x + 45$ (triệu đồng). Khi đó, chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$. Chứng minh chi

phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/1 sản phẩm.

Câu 3: (VD) Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 60 m và dài 250 m. Một vận động viên tập luyện bơi lội phối hợp với chạy như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A bơi thẳng đến vị trí điểm E và chạy thẳng từ vị trí điểm E đến đích là điểm B (như hình vẽ).



Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm E cách điểm F bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,5 m/s, vận tốc chạy là 4 m/s.

--- Hết ---

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
D	D	A	D	D	A	C	B	D	D	A	D

PHẦN II

Câu 1	S	Đ	S	Đ
Câu 2	S	S	Đ	Đ

Câu 1.

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Suy ra a) **sai**.

b) Ta có $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$

Suy ra b) **sai**.

c) Ta có $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Suy ra b) **sai**.

d) Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Vậy d) **đúng**.

Câu 2.

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Suy ra $a > 0$.

Suy ra a) **đúng**.

b) Quan sát đồ thị ta thấy: $\begin{cases} f(0) = -4 \\ f(-2) = 0. \\ f(1) = 0 \end{cases}$

Suy ra b) **sai**.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ nên: $f'(0) = 0 \Leftrightarrow c = 0$

Suy ra c) **đúng**.

d) Ta có: $\begin{cases} f(0) = -4 \\ f(-2) = 0 \\ f(1) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -4 \\ -8a + 4b - 2c + d = 0 \\ a + b + c + d = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 4.$

Vậy: $\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 16$

Suy ra d) **sai**.

PHẦN III

Câu	1	2	3	4
Đáp án	-17	-3	8	715

Câu 1.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên của hàm số trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$:

x	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-17	3	-1	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_{[-1;+\infty)} f(x) = f(-1) = -17$.

Câu 2.

- Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- Ta có: $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ với $x \neq -1$;

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 0$.

Suy ra: Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$, $x = 0$. Do đó: $x_1 + x_2 = -2$

Câu 3.

Vì $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t \Rightarrow v = t^2 - 2t + 9$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t + 9 \Rightarrow f'(t) = 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$.

BBT của hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 9$

t	0	1	10
$f'(t)$		0	
$f(t)$	9	8	89

Dựa vào BBT ta thấy: $\min_{[0;10]} f(t) = f(1) = 8$.

Vậy vận tốc của vật đạt được nhỏ nhất bằng $8(m/s)$.

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 180 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Đáp số: 715 nghìn đồng

Lời giải:

Số tiền thu về khi bán x mét vải lụa là: $180x$.

Lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa là:

$$L(x) = 180x - (x^3 - 3x^2 - 9x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 189x - 500$$

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 189x - 500$ với $x \in [1;18]$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 189; L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \in [1; 18] \\ x = -7 \notin [1; 18] \end{cases}$$

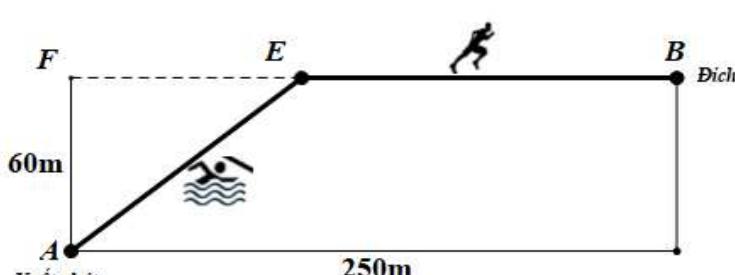
$$L(1) = -309$$

$$L(9) = 715$$

$$L(18) = -1958$$

Vậy hộ làm nghề dệt này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 715 nghìn đồng khi sản xuất 9 mét vải lụa trong một ngày.

PHẦN IV

Nội dung	Điểm
Câu 1. (TH) Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.	
$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1} = x - 2 + \frac{4}{x + 1}$.	0,25
Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x + 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x + 1} = 0$.	0,5
Do đó, đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 2$.	0,25
Câu 2. Một đơn vị sản xuất hàng tiêu dùng ước tính chi phí để sản xuất x ($x \geq 1$) đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x + 45$ (triệu đồng). Khi đó, chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$. Chứng minh rằng: Chi phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/1 sản phẩm.	
Ta có: +) $f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x + 45}{x}$	0,25
+) $f'(x) = \frac{-45}{x^2} < 0, \forall x \geq 1$. Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$, chứng tỏ chi phí trung bình giảm theo x .	0,25
Hơn nữa: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x + 45}{x} = 2 + \frac{45}{x} > 2, \forall x \in [1; +\infty)$. Từ các kết quả trên, ta suy ra chi phí trung bình giảm nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng / 1 sản phẩm.	0,5
Câu 3: (VD) Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 60 m và dài 250 m. Một vận động viên tập luyện bơi lội phối hợp với chạy như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A bơi thẳng đến vị trí điểm E và chạy thẳng từ vị trí điểm E đến đích là điểm B (như hình vẽ).	
	
Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm E cách điểm F bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,5 m/s, vận tốc chạy là 4 m/s.	
Gọi $EF = x$	0,25

Thời gian từ A đến E là $\frac{\sqrt{x^2 + 60^2}}{1,5}$ Thời gian từ E đến B là $\frac{250 - x}{4}$	
Thời gian đi được là $T = \frac{\sqrt{x^2 + 60^2}}{1,5} + \frac{250 - x}{4}$	0,25
$T' = \frac{x}{1,5\sqrt{x^2 + 60^2}} - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow 4x = 1,5\sqrt{x^2 + 60^2} \Leftrightarrow 16x^2 = 1,5^2 \cdot x^2 + 1,5^2 \cdot 60^2$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{6480}{11} \Leftrightarrow x = \frac{36\sqrt{55}}{11} \approx 24,3m$	0,25

HẾT.