

Ngày soạn:

Ngày dạy:

ÔN TẬP VÀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I

Thời gian thực hiện: (1 tiết ôn + 2 tiết kiểm tra)

I. Mục tiêu**1. Kiến thức:**

- Vận dụng được mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo; mệnh đề tương đương; mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ để giải các bài toán liên quan.
- Xác định được tính đúng/sai của một mệnh đề toán học trong những trường hợp đơn giản.
- Thực hiện được phép toán trên các tập hợp (hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con) và biết dùng biểu đồ Ven để biểu diễn chúng trong những trường hợp cụ thể.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phép toán trên tập hợp (ví dụ: những bài toán liên quan đến đếm số phần tử của hợp các tập hợp,...).
- Biểu diễn được miền nghiệm của bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng được kiến thức về bất phương trình hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác,...).
- Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay.

Năng lực	Yêu cầu cần đạt
NĂNG LỰC ĐẶC THÙ	
Năng lực tư duy và lập luận toán học	• Thiết lập và phát biểu các mệnh đề toán học, bao gồm: mệnh đề phủ định; mệnh đề đảo; mệnh đề tương đương; mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ. • Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ. • Tính giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0° đến 180° bằng máy tính cầm tay. • Giải thích hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau. • Giải thích các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lí cosin, định lí sin, công thức tính diện tích tam giác
Năng lực giải quyết vấn đề toán học	• Nhận biết các khái niệm cơ bản về tập hợp (tập con, hai tập hợp bằng nhau, tập rỗng) và biết sử dụng các kí hiệu $\subset, \supset, \emptyset$. • Vận dụng kiến thức về bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn (ví dụ: bài toán tìm cực trị của biểu thức $F = ax + by$ trên một miền đa giác, ...)
	• Mô tả cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp,...)
Năng lực mô hình hóa toán học.	• Xác định vị trí chân cột đèn trong công viên tam giác thông qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.
NĂNG LỰC CHUNG	
Năng lực tự chủ và tự học	• Tự giải quyết các bài tập trắc nghiệm ở phần luyện tập và bài tập về nhà.

Năng lực giao tiếp và hợp tác	Tương tác tích cực của các thành viên trong nhóm khi thực hiện nhiệm vụ hợp tác.
-------------------------------	--

- Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau.
- Mô tả được cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp,...).

2. Về năng lực:

3. Về phẩm chất:

Trách nhiệm	Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.
Nhân ái	Có ý thức tôn trọng ý kiến của các thành viên trong nhóm khi hợp tác.

II. Thiết bị dạy học và học liệu: Máy chiếu, phiếu học tập, giấy màu, giấy A0, bút lông, kéo, HS có điện thoại kết nối mạng (nếu cá nhân) hoặc máy tính có kết nối mạng (nếu nhóm)....

III. Tiến trình dạy học:

Hoạt động 1: Ôn tập về lý thuyết

a) Mục tiêu:

- Tạo sự tò mò, gây hứng thú cho học sinh khi nhớ lại kiến thức về “Mệnh đề. Tập hợp các phép toán tập hợp”.
- Học sinh nhớ lại các kiến thức cơ bản về mệnh đề.
- Học sinh biết mệnh đề và các phép toán tập hợp.

b) Nội dung: Câu hỏi thảo luận

Câu 1:(NB) Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- A. Đi ngủ đi!.
- B. Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.
- C. Bạn học trường nào?.
- D. Không được làm việc riêng trong giờ học.

Câu 2:(NB) Cho mệnh đề chứa biến $P(n)$: “ $n^2 - 1$ chia hết cho 4” với n là số nguyên. Xét xem các mệnh đề $P(5)$ và $P(2)$ **đúng hay sai?**

- A. $P(5)$ đúng và $P(2)$ đúng.
- B. $P(5)$ sai và $P(2)$ sai.
- C. $P(5)$ đúng và $P(2)$ sai.
- D. $P(5)$ sai và $P(2)$ đúng.

Câu 3: (TH) Phủ định của mệnh đề $P(x)$: “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ” là

- A. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.
- B. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.
- C. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.
- D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ”.

Câu 4: (NB) Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 5\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng liệt kê là

- A. $\{2; 3; 4; 5\}$.
- B. $\{1; 2; 3; 4; 5\}$.
- C. $\{1; 2; 3; 4\}$.
- D. $\{2; 3; 4\}$.

Câu 5 (NB): Cho hai tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5\}; B = \{1; 3; 5; 6; 8\}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $A \cap B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$.
- B. $A \cap B = \{1; 6; 8\}$.
- C. $A \cap B = \{1; 3; 5\}$.
- D. $A \cap B = \{3; 5\}$.

Câu 6 (NB): Cặp số nào dưới đây là nghiệm của bất phương trình $2x - y > 3$?

A. (3;1).

B. (0;-2).

C. (1;1).

D. (2;1).

Câu 7 (NB): Trong các hệ phương trình sau, hệ phương trình nào là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x^2 - 2y = 7 \end{cases}$

B. $\begin{cases} z - 3y = 6 \\ 13x + 2z = 5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x - \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x} + 3y = 11 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + 4y = 9 \\ -x - 5y = 2 \end{cases}$

Câu 8 (NB): Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 0.

Câu 9 (NB): Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng?

A. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot AB \cos C$.

B. $AB^2 = AC^2 - BC^2 + 2AC \cdot BC \cos C$.

C. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C$.

D. $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC + \cos C$

Câu 10 (NB): Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$.

B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$.

C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

D. $S = \frac{1}{2}ab \sin B$.

c) Sản phẩm:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	C	A	D	A	D	B	C	A

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- Giáo viên tổ chức học sinh trong lớp (có thể cho làm theo cá nhân hoặc theo nhóm đều được) trên ứng dụng quizizz hoặc các ứng dụng tương tự khác.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS có điện thoại kết nối mạng (nếu cá nhân) hoặc máy tính có kết nối mạng (nếu nhóm)

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Cùng học sinh xem lại các câu sai và cho học sinh xung phong giải thích những câu sai (nếu có) và cộng thêm điểm vào phần điểm thi, hoặc giơ tay giải thích kết quả của những câu mà mình không giơ tay trả lời. Từ đó giáo viên chỉnh lại.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- Gv nhận xét câu trả lời của các đội hoặc của các thành viên và chọn đội thắng cuộc hoặc em nào có kết quả đúng.
- Gv nhấn mạnh lại vấn đề về: Mệnh đề, tính đúng sai của mệnh đề, mệnh đề phủ định, tập hợp bằng nhau, tập con, phép toán của các tập hợp, nghiệm của bất phương trình, hệ bất phương trình, định lý cosin, định lý sin, diện tích tam giác.

Hoạt động 2: Luyện tập.

a) Mục tiêu:

- Học sinh ôn tập các câu hỏi ở mức thông hiểu thông qua trò chơi ghép cánh hoa hoặc ghép tổ ong hoặc ghép ngôi sao.
- Câu hỏi được thiết kế dưới dạng ghép đôi.

b) Nội dung:

Câu 1 (TH): Cho tập hợp $A = (-\infty; 2)$ và $B = [0; +\infty)$. Tìm tập hợp $A \cap B$?

A. $[0; 2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(0; 2]$.

Câu 2 (TH): Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 2]$; $B = (-2; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

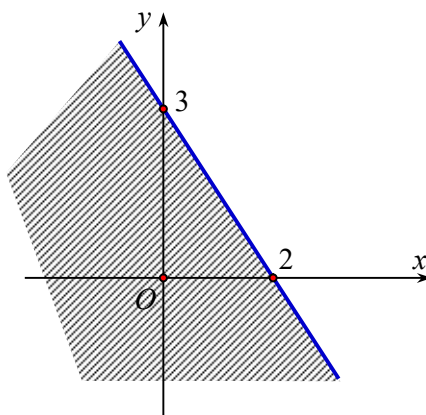
A. $A \cup B = (-2; 2]$.

B. $A \cup B = \mathbb{R}$.

C. $A \cup B = (-2; 2)$.

D. $A \cup B = \emptyset$.

Câu 3 (TH): Phần gạch chéo ở hình vẽ dưới đây (tính cả các điểm nằm trên đường thẳng biên) biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào?



- A. $3x + 2y \leq 6$. B. $3x + 2y \geq 6$. C. $2x + 3y \leq 6$. D. $2x + 3y \geq 6$.

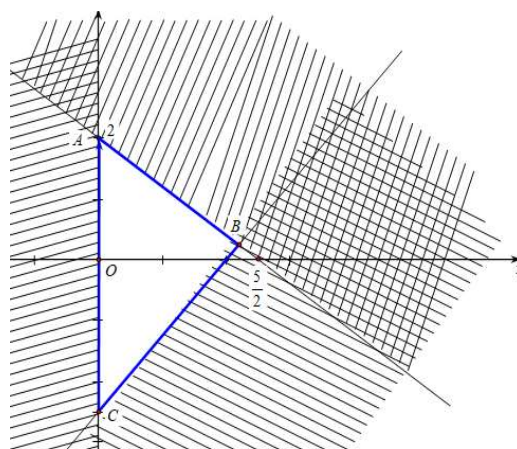
Câu 4: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D ?

A.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$



Câu 5: Biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Hỏi giá trị $\tan \alpha$ là bao nhiêu?

- A. 2. B. -2. C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

- A. $B = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}$. B. $B = \frac{3\sqrt{2}-1}{8\sqrt{2}+3}$. C. $B = \frac{3(\sqrt{2}+1)}{8\sqrt{2}+3}$. D. $B = \frac{3\sqrt{2}+1}{8\sqrt{2}-1}$.

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 9$; $BC = 8$; $\hat{B} = 60^\circ$. Tính độ dài AC .

- A. $\sqrt{73}$. B. $\sqrt{217}$. C. 8. D. $\sqrt{113}$.

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$, $c = 5$, $B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

c) Sản phẩm:

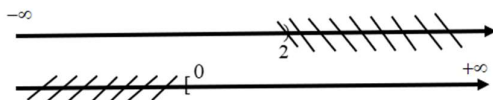
1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	B	C	A	A	B

Câu 1 (TH): Cho tập hợp $A = (-\infty; 2)$ và $B = [0; +\infty)$. Tìm tập hợp $A \cap B$?

- A. $[0; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn A.

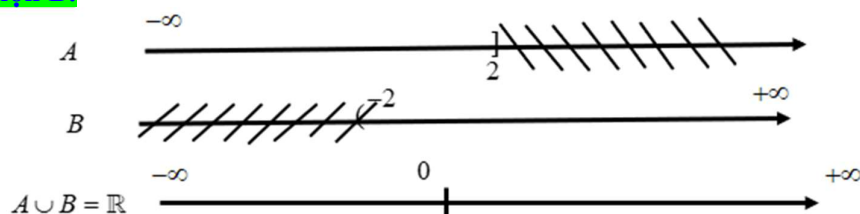


Câu 2 (TH): Cho hai tập hợp $A = (-\infty; 2]$; $B = (-2; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

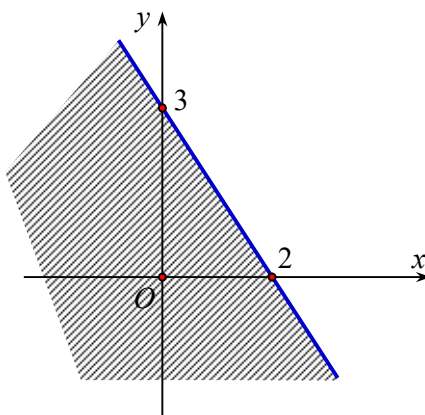
- A. $A \cup B = (-2; 2]$. B. $A \cup B = \mathbb{R}$. C. $A \cup B = (-2; 2)$. D. $A \cup B = \emptyset$.

Lời giải

Chọn B.



Câu 3 (TH): Phần gạch chéo ở hình vẽ dưới đây (tính cả các điểm nằm trên đường thẳng biên) biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào?



- A. $3x + 2y \leq 6$. B. $3x + 2y \geq 6$. C. $2x + 3y \leq 6$. D. $2x + 3y \geq 6$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(2; 0)$ và $B(0; 3)$ có phương trình là $3x + 2y = 6$ nên phần gạch chéo ở hình vẽ trên biểu diễn miền nghiệm của một trong hai bất phương trình $3x + 2y \leq 6$ và $3x + 2y \geq 6$. Dễ thấy điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y \leq 6$.

Câu 4. Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D ?

A. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị gồm các đường thẳng:

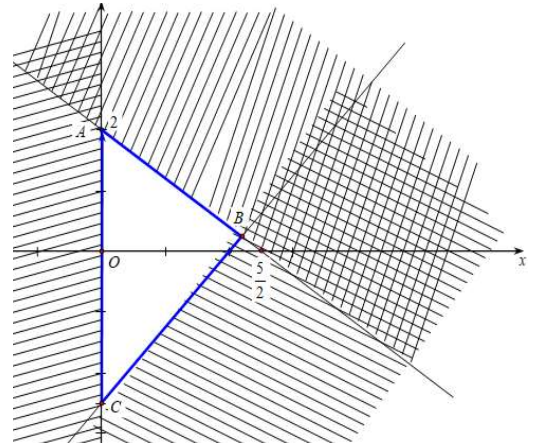
$(d_1): x = 0$

$(d_2): 4x + 5y = 10$

$(d_3): 5x - 4y = 10$

Miền nghiệm gần phần mặt phẳng nhận giá trị x dương (kể cả bờ (d_1)).

Lại có $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình $4x + 5y \leq 10$ và $5x - 4y \leq 10$.



Câu 5: Biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Hỏi giá trị $\tan \alpha$ là bao nhiêu?

A. 2.

B. -2.

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Vậy $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6: Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$

A. $B = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}$.

B. $B = \frac{3\sqrt{2}-1}{8\sqrt{2}+3}$.

C. $\frac{3(\sqrt{2}+1)}{8\sqrt{2}+3}$.

D. $B = \frac{3\sqrt{2}+1}{8\sqrt{2}-1}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha} = \frac{\tan \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\tan \alpha \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \tan^2 \alpha)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2\tan \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} \\ &= \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(\tan \alpha - 1)}{3\tan^3 \alpha + 2\tan \alpha + 3} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{8\sqrt{2}+3}. \end{aligned}$$

Câu 7: Cho ΔABC có $AB = 9; BC = 8; \widehat{B} = 60^\circ$. Tính độ dài AC .

- A. $\sqrt{73}$. B. $\sqrt{217}$. C. 8. D. $\sqrt{113}$.

Lời giải

Chọn A.

Theo định lý cosin có: $AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 73 \Rightarrow AC = \sqrt{73}$.

Vậy $AC = \sqrt{73}$.

Câu 8: Cho ΔABC có $a = 4, c = 5, B = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5$.

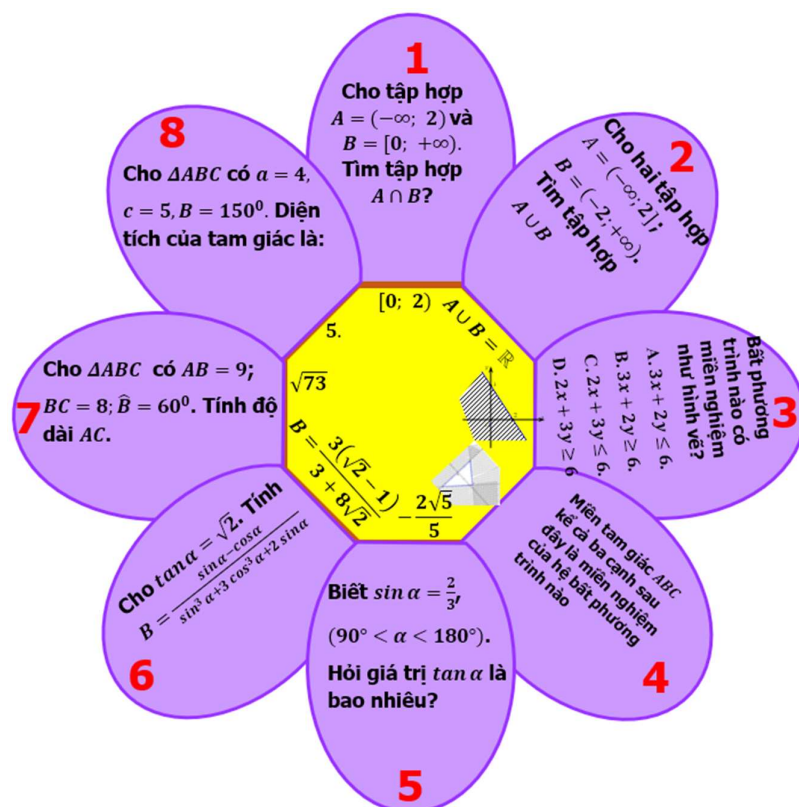
d) Tổ chức thực hiện: PP đàm thoại – gợi mở, đánh giá bằng PP hỏi đáp, chấm vở.

Bước 1: Giao nhiệm vụ: GV giao cho HS Học sinh ôn tập các câu hỏi ở mức thông hiểu thông qua trò chơi ghép cánh hoa hoặc ghép tổ ong hoặc ghép ngôi sao, các bài tập (chiếu slide) và yêu cầu thực hiện tại lớp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: Học sinh làm việc nhóm, thảo luận ghép cánh hoa.

HS làm bài tập, GV quan sát, nhắc nhở HS tập trung làm bài. Các nhóm trao sp cho nhau chấm chéo, dựa vào phần trình chiếu đáp án

TRÒ CHƠI GHÉP CÁNH HOA



Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Học sinh trao đổi chéo sản phẩm GV trình chiếu cho các sản phẩm giáo viên trình chiếu cho các nhóm nhận xét chéo và giải thích.

Bước 4: Kết luận, nhận định: Tổng kết, các nhóm chấm điểm sản phẩm cho nhau, giáo viên chốt kết quả.

Hoạt động 3: Luyện tập bằng các bài toán thực tế.

a) **Mục tiêu:** **Góp phần hình thành và** phát triển năng lực giao tiếp toán học thông qua việc học sinh thực hiện giải các bài toán và giảng bài cho nhau.

b) **Nội dung:** Mỗi nhóm thực hiện giải bài tập và các nhóm tự chấm chéo cho nhau.

Câu 1: Sử dụng các phép toán trên tập hợp để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Một cuộc khảo sát về khách du lịch thăm Vịnh Hạ Long cho thấy trong 1410 khách du lịch được phỏng vấn có 789 khách du lịch đến thăm động Thiên Cung, 690 khách du lịch đến đảo Titop. Toàn bộ khách du lịch được phỏng vấn đã đến ít nhất một trong hai địa điểm trên. Hỏi có bao nhiêu khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung vừa đến thăm đảo Titop ở Vịnh Hạ Long?

Câu 2: Vận dụng cách xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình để giải bài toán thực tế

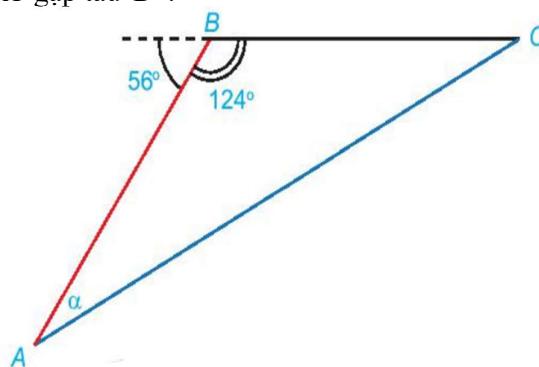
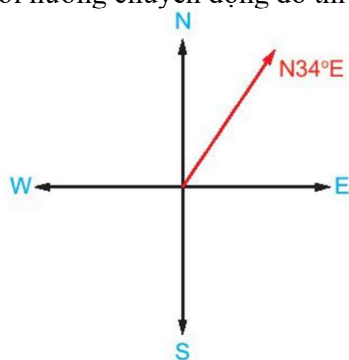
Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu: trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lý do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Câu 3: Vận dụng giải tam giác vào giải quyết các bài toán thực tế.

Trên biển, tàu B ở vị trí cách tàu A 53km về hướng $N34^\circ E$. Sau đó, tàu B chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 30km/h về hướng đông đồng thời tàu A chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 50km/h để gặp tàu B .

a) Hỏi tàu A cần phải chuyển động theo hướng nào?

b) Với hướng chuyển động đó thì sau bao lâu tàu A gặp tàu B ?



Câu 4: Vận dụng các hằng đẳng thức lượng giác để chứng minh, rút gọn hoặc tính giá trị các biểu thức lượng giác.

Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$. B. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$. C. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$. D. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$.

c) **Sản phẩm:** Đề bài, lời giải, nhận xét, chấm điểm của các nhóm trên phiếu học tập.

Câu 1: Một cuộc khảo sát về khách du lịch thăm Vịnh Hạ Long cho thấy trong 1410 khách du lịch được phỏng vấn có 789 khách du lịch đến thăm động Thiên Cung, 690 khách du lịch đến đảo Titop. Toàn bộ khách du lịch được phỏng vấn đã đến ít nhất một trong hai địa điểm trên. Hỏi có bao nhiêu khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung vừa đến thăm đảo Titop ở Vịnh Hạ Long?

Lời giải

Gọi A là tập hợp khách du lịch thăm vịnh Hạ Long có đến thăm động Thiên Cung;

B là tập hợp khách du lịch thăm vịnh Hạ Long có đến thăm đảo Titop.

Khi đó $A \cap B$ là tập hợp khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung và vừa đến đảo Titop trong vịnh Hạ Long. Ta có: $n(A \cup B) = 1410$; $n(A) = 789$; $n(B) = 690$.

Áp dụng công thức $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,

Ta có: $1410 = 789 + 690 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 1410 - (789 + 690) = 69$

Vậy có 69 khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung và vừa đến đảo Titop trong vịnh Hạ Long.

Câu 2: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu: trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Lời giải

Gọi x, y, z (triệu đồng) lần lượt là số tiền bác An đầu tư cho loại trái phiếu chính phủ, ngân hàng và doanh nghiệp ($x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0$).

Từ đó ta thu được hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x \geq 3y \geq 0 \\ 0 \leq z \leq 200 \\ x + y + z = 1200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3y \geq 0 \\ 0 \leq z \leq 200 \\ y = 1200 - x - z \end{cases}$$

Khi đó lợi nhuận thu được sau một năm là $T = 1,07x + 1,08y + 1,12z$.

Như vậy có $T = 1,07x + 1,08(1200 - x - z) + 1,12z \Leftrightarrow T = 1,07x + 1296 - 1,08x - 1,08z + 1,12z$
 $\Leftrightarrow T = 1296 - 0,01x + 0,04z$.

Vậy muốn lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất, tức là $T_{\max}$ thì $x_{\min}, z_{\max}$. Hay $x = 3y$, $z = 200$.

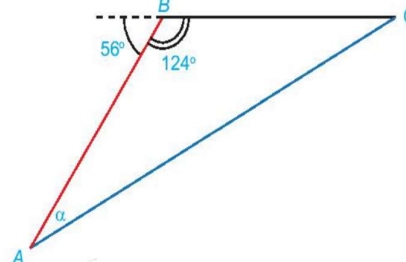
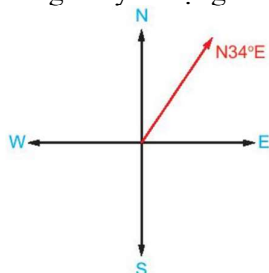
Ta được kết quả để $T_{\max}$ là
$$\begin{cases} z = 200 \\ x = 750 \\ y = 250 \end{cases}$$

Vậy số tiền bác An cần đầu tư mỗi loại để lợi nhuận lớn nhất là 750 triệu cho trái phiếu chính phủ, 250 triệu cho trái phiếu ngân hàng và 200 triệu cho trái phiếu doanh nghiệp.

Câu 3: Trên biển, tàu B ở vị trí cách tàu A 53km về hướng $N34^\circ E$. Sau đó, tàu B chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 30km/h về hướng đông đồng thời tàu A chuyển động thẳng đều với vận tốc có độ lớn 50km/h để gặp tàu B .

a) Hỏi tàu A cần phải chuyển động theo hướng nào?

b) Với hướng chuyển động đó thì sau bao lâu tàu A gặp tàu B ?



Lời giải

a) Tàu A cần phải chuyển động theo hướng Đông Bắc

b) Tàu A và tàu B gặp nhau ở C. Giả sử ban đầu tàu A ở vị trí A, tàu B ở vị trí B như hình vẽ

Gọi t ($t > 0$) (giờ) là thời gian 2 tàu gặp nhau.

Ta có $AB = 53 \text{ km}$, $AC = 50t \text{ km}$, $BC = 30t \text{ km}$.

Theo định lý Cô sin ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \Leftrightarrow (50t)^2 = 53^2 + (30t)^2 - 2 \cdot 53 \cdot 30t \cdot \cos 124^\circ$$

$$\Leftrightarrow 1600t^2 + 3180 \cdot \cos 124^\circ \cdot t - 2809 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 1.992508725 \\ t \approx -0.8811128 < 0 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy sau $t \approx 1.992508725$ (giờ) thì tàu B gặp tàu A.

Câu 4: Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{6}$.

B. $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{6}$.

C. $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$.

D. $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Từ } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} - \sin x \quad (1).$$

Mặt khác: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2)$. Thế (1) vào (2) ta được:

$$\sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}.$$

d) Tổ chức thực hiện: (học sinh hoạt động nhóm).

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm.
- Giáo viên phát mỗi nhóm 1 phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- Các nhóm giải bài vào phiếu học tập.
- Các nhóm chuyển phiếu sang nhóm khác theo quy tắc vòng tròn: nhóm 1 chuyển cho nhóm 2, nhóm 2 chuyển cho nhóm 3.
- Các nhóm giải vòng tròn (tức là nhóm 2 giải nhóm 1, nhóm 3 giải nhóm 2, ..., nhóm 1 giải nhóm 4)
- Giáo viên theo dõi các nhóm hoạt động, giải đáp thắc mắc khi cần thiết.

Bước 3: báo cáo, thảo luận :

- Các nhóm nhận xét và chấm điểm lời giải.

Bước 4: kết luận, nhận định:

- Giáo viên chốt và nhận xét hoạt động của học sinh: trình bày có khoa học không? Học sinh thuyết trình có tốt không? Học sinh giải đáp thắc mắc câu hỏi của các bạn khác có hợp lí không? Có lỗi sai về kiến thức không?

Hoạt động 4: củng cố kiến thức thông qua sơ đồ tư duy.

a) **Mục tiêu:** Góp phần hình thành và phát triển năng lực giao tiếp thông qua việc học sinh trao đổi, nhận xét.

b) **Nội dung:**

- Giáo viên chuẩn bị cho học sinh câu hỏi để học sinh chuẩn bị từ nhà qua 16 câu hỏi trong đó 2 câu hỏi về mệnh đề, 4 câu hỏi về tập hợp, 2 câu hỏi về bất phương trình, hệ bất phương trình, 4 câu hỏi về giá trị lượng giác, 4 câu hỏi về hệ thức lượng trong tam giác được vẽ sẵn vào sơ đồ tư duy.
- Giáo viên Giáo viên chiếu các sp của các nhóm học sinh, chọn 1 sản phẩm và cử đại diện nhóm lên trình bày.

c) **Sản phẩm:** Trình bày được kiến thức qua sơ đồ tư duy.

d) **Tổ chức thực hiện:** (học sinh hoạt động nhóm).

Bước 1: Giao nhiệm vụ:

- Giáo viên chuẩn bị sẵn 16 câu hỏi để học sinh về nhà nghiên cứu vẽ sơ đồ tư duy.
- Giáo viên chia lớp thành 5 nhóm: 1 vẽ sơ đồ về mệnh đề, 1 nhóm vẽ sơ đồ tập hợp, 1 nhóm vẽ sơ đồ về bất phương trình bậc nhất 2 ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất, 1 nhóm vẽ sơ đồ giá trị lượng giác của góc từ 0° đến 180° , 1 nhóm vẽ sơ đồ về hệ thức lượng trong tam giác.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- Học sinh cử 1 bạn trong nhóm lên trình bày sơ đồ tư duy của nhóm mình.
- Các nhóm theo dõi và nhận xét sơ đồ của các bạn và trình bày tư duy của nhóm mình.

Bước 3: báo cáo, thảo luận :

- Các nhóm báo cáo.
- Các nhóm khác nhận xét và chấm điểm về sơ đồ tư duy của các nhóm.

Bước 4: kết luận, nhận định:

- Giáo viên chốt và nhận xét hoạt động của học sinh: trình bày có khoa học không? Học sinh thuyết trình có tốt không? Học sinh giải đáp thắc mắc câu hỏi của các bạn khác có hợp lí không? Có lỗi sai về kiến thức không?

Hoạt động 5: Dẫn dắt.

a) **Mục tiêu:** Góp phần hình thành và phát triển khả năng giải quyết vấn đề có tính tích hợp liên môn giữa môn Toán và các môn học khác như Vật lí, Hoá học, Sinh học, Địa lí, Tin học, Công nghệ, Lịch sử, Nghệ thuật,...; tạo cơ hội để HS được trải nghiệm, áp dụng toán học vào thực tiễn.

b) **Nội dung:** Giáo viên dẫn dắt, củng cố và mở rộng một số nội dung, hướng dẫn HS tiếp tục ôn tập và chuẩn bị tốt cho tiết kiểm tra.

c) **Sản phẩm:**

- Trong thực tiễn, ta thường gặp rất nhiều bài toán kinh tế dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất nhiều ẩn và việc tìm cực trị của những biểu thức dạng bậc nhất đối với các ẩn trên miền nghiệm của những hệ bất phương trình này. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính, một ngành toán học có nhiều ứng dụng trong đời sống và kinh tế.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Giao nhiệm vụ: GV giao nhiệm vụ cho HS như mục Nội dung và yêu cầu nghiêm túc thực hiện.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện nhiệm vụ ở nhà

Bước 3: báo cáo, thảo luận : Học sinh đến lớp nộp vở bài làm của mình cho giáo viên.

Bước 4: kết luận, nhận định:

- GV chọn một số HS nộp bài làm vào buổi học tiếp theo; nhận xét (và có thể cho điểm cộng – đánh giá quá trình)
- GV tổng hợp từ một số bài nộp của HS và nhận xét, đánh giá chung để các HS khác tự xem lại bài của mình.
- Thông qua bảng kiểm: Đánh giá kết quả học tập thông qua bảng kiểm

Yêu cầu	Có	Không	Đánh giá năng lực
Học sinh có tự giác làm bài tập ở nhà			Tự học, tự chủ
Có giải quyết được vấn đề			Giải quyết vấn đề

BÀI TẬP THÊM

MỆNH ĐỀ

Câu 1: (NB) Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. 10 là số chính phương.

B. $a + b = c$.

C. $x^2 - x = 0$ là số lẻ.

D. $2n + 1$ chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn A.

Các đáp án B, C, D không phải là mệnh đề mà là mệnh đề chứa biến.

Câu 2: (NB) Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P = “\forall x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 1 > 0”$ là

A. $\bar{P} = “\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 > 0”$.

B. $\bar{P} = “\forall x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 > 0”$.

C. $\bar{P} = “\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 \leq 0”$.

D. $\bar{P} = “\forall x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 < 0”$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $P = “\forall x \in X : P(x)”$ thì $\bar{P} = “\exists x \in X : \overline{P(x)}”$.

Câu 3: (NB) Đề $A \Rightarrow B$ là mệnh đề sai thì:

A. A đúng, B sai

B. A đúng, B đúng

C. A sai, B sai

D. A sai, B đúng

Lời giải

Chọn A.

Mệnh đề $A \Rightarrow B$ chỉ sai khi A đúng, B sai.

Câu 4: (NB) Cho định lí: “ n là số lẻ $\Leftrightarrow (n^2 - 1) : 8$ ”. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào tương đương với định lí trên?

A. Điều kiện cần và đủ để n lẻ là $(n^2 - 1) : 8$.

B. Điều kiện cần để n lẻ là $(n^2 - 1) : 8$.

C. Điều kiện đủ để n lẻ là $(n^2 - 1) : 8$.

D. Điều kiện cần để $(n^2 - 1) : 8$ là n lẻ.

Lời giải

Chọn A.

Kí hiệu “ $\Leftrightarrow$ ” đọc là điều kiện cần và đủ.

Câu 5: (TH) Phủ định của mệnh đề $P(x) : “\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1”$ là

A. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.

B. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.

C. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.

D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ”.

Lời giải

Chọn C.

Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là $\overline{P(x)} : “\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1”$.

Câu 6: (TH) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC cân".

B. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC cân và có một góc 60° ".

C. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow ABC$ là tam giác có ba cạnh bằng nhau".

D. " ABC là tam giác đều $\Leftrightarrow$ Tam giác ABC có hai góc bằng 60° ".

Lời giải

Chọn A.

Mệnh đề kéo theo " ABC là tam giác đều $\Rightarrow$ Tam giác ABC cân" là mệnh đề đúng, nhưng mệnh đề đảo " $Tam\ giác\ ABC\ cân \Rightarrow ABC$ là tam giác đều" là mệnh đề sai.

Do đó, 2 mệnh đề " ABC là tam giác đều" và " $Tam\ giác\ ABC\ cân$ " không phải là 2 mệnh đề tương đương.

Câu 7: (TH) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

A. Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.

B. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

C. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.

D. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn B.

Xét mệnh đề đảo của đáp án B: "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường" là một mệnh đề đúng.

Câu 8: (VD) Với mọi $n \in \mathbb{N}$ mệnh đề nào sau đây là đúng

A. $n(n+1)(n+2):6$.

B. $n(n+1)$ là số chính phương.

C. $n(n+1)$ là số lẻ.

D. $n^2 > 0$.

Lời giải

Chọn D.

$\forall n \in \mathbb{N}$, $n(n+1)(n+2)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp, trong đó, luôn có một số chia hết cho 2 và một số chia hết cho 3 nên nó chia hết cho $2.3 = 6$.

Câu 9: (VD) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

A. $\exists n \in \mathbb{N}$, $n^2 + 11n + 2$ chia hết cho 11.

B. $\exists n \in \mathbb{N}$, $n^2 + 1$ chia hết cho 4.

C. Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

D. $\exists n \in \mathbb{Z}$, $2n^2 - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có mệnh đề A đúng với $n = 3$.

Mệnh đề C đúng với số nguyên tố là 5.

Mệnh đề D đúng với $n = \pm 2$

Mệnh đề B sai do $n \in \mathbb{N}$ nên $\begin{cases} n = 2k \\ n = 2k + 1 \end{cases} (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} n^2 + 1 = 4k^2 + 1 \\ n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 \end{cases}$ đều không chia hết cho 4.

Câu 10: (VD) Nếu A là mệnh đề đúng và B, C là mệnh đề sai thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow C$ là mệnh đề đúng.

B. $(C \Rightarrow B) \Leftrightarrow A$ là mệnh đề đúng.

C. $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$ là mệnh đề đúng.

D. $(B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A$ là mệnh đề sai.

Lời giải

Chọn B.

$C \Rightarrow B$ là mệnh đề đúng, A là mệnh đề đúng nên $(C \Rightarrow B) \Leftrightarrow A$ là mệnh đề đúng.

Câu 11: (VDC) Tổng các giá trị n nguyên sao cho $(n+5):(2n-1)$ là

A. 12.

B. 11.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Gọi n là số nguyên thỏa mãn $(n+5):(2n-1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (n+5):(2n-1) \\ (2n-1):(2n-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(n+5):(2n-1) (1) \\ (2n-1):(2n-1) (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(n+5) - (2n-1):(2n-1) \Leftrightarrow 11:(2n-1) \Leftrightarrow 2n-1 \text{ là ước của } 11.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2n-1=1 \\ 2n-1=-1 \\ 2n-1=11 \\ 2n-1=-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=0 \\ n=6 \\ n=-5 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của n là 2.

Câu 12: (VDC) Cho mệnh đề B, C đúng và mệnh đề D sai. Khi đó, phủ định của mệnh đề $(A \Rightarrow D) \Rightarrow (C \Leftrightarrow B)$

A. là mệnh đề đúng.

B. là mệnh đề sai.

C. không là mệnh đề.

D. tính đúng sai phụ thuộc vào mệnh đề A.

Lời giải

Chọn D.

Phủ định của mệnh đề $(A \Rightarrow D) \Rightarrow (C \Leftrightarrow B)$ là mệnh đề $(\overline{B} \Leftrightarrow \overline{C}) \Rightarrow (\overline{D} \Rightarrow \overline{A})$. Vì mệnh đề $\overline{D}$ là mệnh đề đúng nên tính đúng sai của mệnh đề $\overline{D} \Rightarrow \overline{A}$ phụ thuộc vào mệnh đề A. Do đó tính đúng sai của mệnh đề $(A \Rightarrow D) \Rightarrow (C \Leftrightarrow B)$ phụ thuộc vào mệnh đề A.

Câu 13: (TH) Cho mệnh đề chứa biến $P(n): "n^2 - 1$ chia hết cho 4" với n là số nguyên. Xét xem các mệnh đề $P(5)$ và $P(2)$ đúng hay sai?

A. $P(5)$ đúng và $P(2)$ đúng.

B. $P(5)$ sai và $P(2)$ sai.

C. $P(5)$ đúng và $P(2)$ sai.

D. $P(5)$ sai và $P(2)$ đúng.

Lời giải

Chọn C.

Mệnh đề C đúng, vì: $P(5) = 5^2 - 1 = 24$ chia hết cho 4 còn $P(2) = 2^2 - 1 = 3$ không chia hết cho 4.

Câu 14: (VD) Cho n là số tự nhiên, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\forall n, n(n+1)$ là số chính phương.

B. $\forall n, n(n+1)$ là số lẻ.

C. $\exists n, n(n+1)(n+2)$ là số lẻ.

D. $\forall n, n(n+1)(n+2)$ là số chia hết cho 6.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp, trong đó, luôn có một số chia hết cho 2 và một số chia hết cho 3 nên nó chia hết cho $2.3 = 6$.

Câu 15: (VDC) Cho mệnh đề: $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 - 2 + m > 0$, với m là số thực cho trước. Tìm giá trị của m để mệnh đề đúng.

A. $m \leq 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Để mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 - 2 + m > 0$ " đúng thì $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

TẬP HỢP

Câu 1 (NB): Cách viết nào sau đây là đúng?

A. $\{-1\} \subset [-1; 3]$.

B. $-1 \subset [-1; 3]$.

C. $\{-1\} \in [-1; 3]$.

D. $-1 \in (-1; 3]$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2 (TH): Cho A, B là hai tập hợp bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $(A \cap B) \subset A$.

B. $(A \setminus B) \subset A$.

C. $(A \cap B) \cup (A \setminus B) = A$.

D. $(A \cap B) \cap (A \setminus B) = A$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 3 (TH): Cho tập hợp $X = \{x \in \mathbb{N} | (x^2 - 4)(x - 1)(2x^2 - 7x + 3) = 0\}$. Tổng các phần tử của tập hợp X bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Câu 4 (VD): Tập hợp nào dưới đây là giao của hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| < 2\}$?

A. $(-2; 3)$.

B. $[0; 2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $[-1; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

$A = [-1; 3), B = (-2; 2) \Rightarrow A \cap B = [-1; 2)$

Câu 5 (VD): Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là

A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 28.

Lời giải

Lời giải

Chọn B.

- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Toán, Lý không giỏi Hóa: $3 - 1 = 2$ (học sinh).
- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Toán, Hóa không giỏi Lý: $4 - 1 = 3$ (học sinh).
- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Lý, Hóa không giỏi Toán: $2 - 1 = 1$ (học sinh).
- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Toán: $7 - (3 - 1) - (4 - 1) - 1 = 1$ (học sinh).
- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Lý: $5 - (3 - 1) - (2 - 1) - 1 = 1$ (học sinh).
- ♦ Số học sinh chỉ giỏi môn Hóa: $6 - (4 - 1) - (2 - 1) - 1 = 1$ (học sinh).

Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp 10A là:

$$1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1 + 1 = 10 \text{ (học sinh).}$$

(Có thể sử dụng biểu đồ Ven).

Câu 6 (VDC): Cho hai tập hợp $A = [m; m + 2]$ và $B = [-1; 2]$. Điều kiện của m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$. B. $0 \leq m \leq 2$. C. $-3 \leq m \leq 2$. D. $-1 \leq m \leq 0$

Lời giải

Lời giải

Chọn C.

$$A = [m; m + 2] \text{ và } B = [-1; 2].$$

$$A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \geq -1 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 2.$$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1 (NB). Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

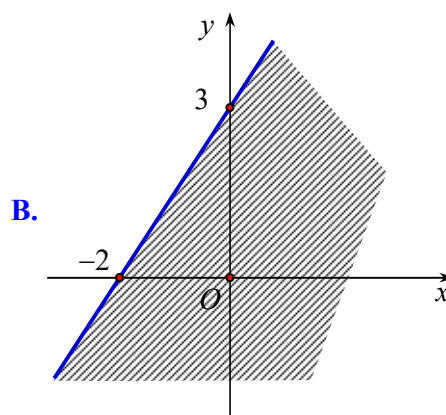
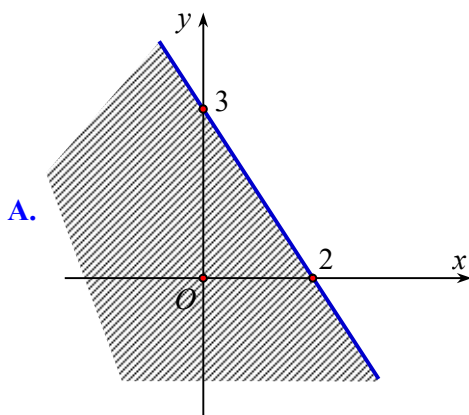
- A. $(-2; 1)$. B. $(2; 3)$. C. $(2; -1)$. D. $(0; 0)$.

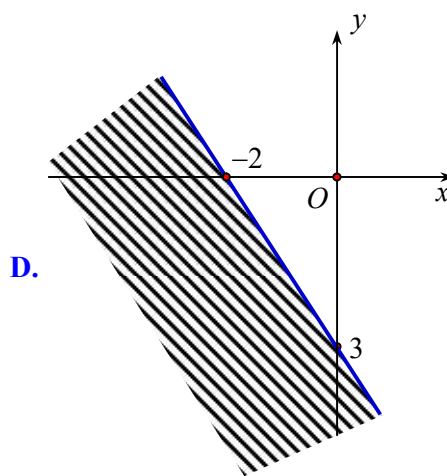
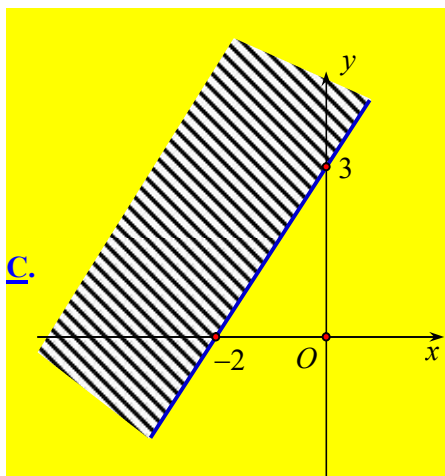
Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình

Câu 2 (TH): Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



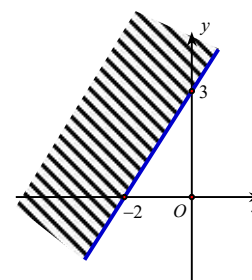


Lời giải

Chọn C.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.



HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Câu 1 (NB): Hệ phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ -\frac{1}{3}x + y = -\frac{1}{3} \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

Câu 2 (NB): Hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Câu 3 (TH): Gọi $(x_0; y_0)$ là cặp nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$. Tính $\frac{x_0}{y_0}$.

A. $\frac{x_0}{y_0} = \frac{-3}{2}$

B. $\frac{x_0}{y_0} = 3$

C. $\frac{x_0}{y_0} = \frac{1}{3}$

D. $\frac{x_0}{y_0} = 1$

Lời giải

Chọn B.

Câu 4 (TH): Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 4 = y \\ -4x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D.

Câu 5 (TH): Hệ phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

A. $\begin{cases} x-3y=2 \\ x+y=5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x-3y=1 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x-3y=1 \\ -\frac{1}{3}x+y=-\frac{1}{3} \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

Câu 6 (TH): Hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+z=-3 \\ x+y+z=3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases}$ có 1 nghiệm là

A. $(x; y; z) = (-8; -1; 12)$.

B. $(x; y; z) = (8, 1, -12)$.

C. $(x; y; z) = (-4, -1, 8)$.

D. $(x; y; z) = (-4, -1, -6)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 7 (TH): Gọi $(x; y; z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -3x+2y-z=-2 \\ 5x-3y+2z=10 \\ 2x-2y-3z=-9 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức

$M = x + y + z$.

A. -1.

B. 35.

C. 15.

D. 21.

Lời giải

Chọn B.

Câu 8 (VD): Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x \leq 2 \\ 2y-x \geq 4 \\ x+y \leq 5 \end{cases}$ là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

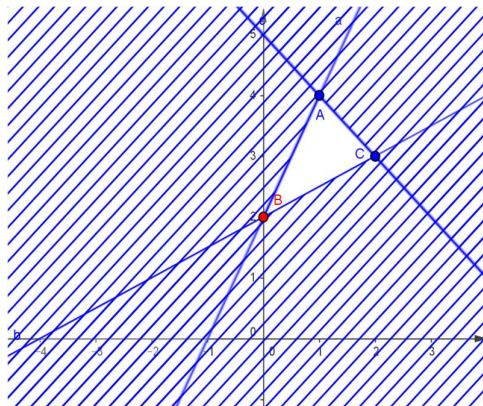
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y-2x \leq 2 \\ 2y-x \geq 4 \\ x+y \leq 5 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Ta có: $F(A) = 4 - 1 = 3; F(B) = 2; F(C) = 3 - 2 = 1$.

Vậy min $F = 1$ khi $x = 2, y = 3$

Câu 9 (VD): Nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x-1} + \frac{3}{\sqrt{x-y}} - 4\sqrt{z+1} = 1 \\ \sqrt{2x-1} - \frac{3}{\sqrt{x-y}} + \sqrt{z+1} = -1 \\ 4\sqrt{2x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-y}} - 2\sqrt{z+1} = 3 \end{cases}$$
 là:

A. (1;0;0).

B. (1;1;1).

C. (1;0;1).

D. (1;0;-1).

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x > y \\ z \geq -1 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{2x-1} \\ b = \frac{1}{\sqrt{x-y}} \\ c = \sqrt{z+1} \end{cases}$. Hệ trở thành $\begin{cases} 2a + 3b - 4c = 1 \\ a - 3b + c = -1 \\ 4a + b - 2c = 3 \end{cases}$.

Giải hệ ta được $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}} = 1 \\ \sqrt{z+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy hệ có nghiệm (1;0;0).

Câu 10 (VD): Có 12 người ăn 12 cái bánh. Mỗi người đàn ông ăn 2 chiếc, mỗi người đàn bà ăn 1/2 chiếc và mỗi em bé ăn 1/4 chiếc. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, đàn bà và trẻ em?

A. 5 đàn ông, 1 đàn bà, 6 trẻ em.

B. 5 đàn ông, 6 đàn bà, 1 trẻ em.

C. 6 đàn ông, 1 đàn bà, 5 trẻ em.

D. 6 đàn ông, 5 đàn bà, 1 trẻ em.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số đàn ông, đàn bà và trẻ em lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương và nhỏ hơn 12.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 24 & (1) \\ 8x + 2y + z = 48 & (2) \end{cases}$$

Lấy (2) trừ (1) theo vế ta được: $6x - z = 24 \Leftrightarrow z = 6x - 24$.

Do $0 < z < 12 \Leftrightarrow 0 < 6x - 24 < 12 \Leftrightarrow 4 < x < 6 \Rightarrow x = 5$.

Thay x vào hệ trên ta tính được $y = 1; z = 6$.

Vậy có 5 đàn ông, 1 đàn bà và 6 trẻ em.

Câu 11 (VD): cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = m \\ x + my = m \end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi

A. $m \neq 1..$

B. $m \neq -1..$

C. $m \neq \pm 1..$

D. $m \neq 0..$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Ta có: $D = m^2 - 1$. Hệ có nghiệm duy nhất khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Cách 2: Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1..$

Câu 12 (VDC): Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 5 \end{cases}$. Hỏi biểu thức $P = \frac{x + y - 2}{z + 2}$

có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Để biết biểu thức P có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên với x, y, z thỏa điều kiện của đề bài, ta cần đi tìm tập giá trị của P .

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 + z^2 = 5 \Leftrightarrow 5 - z^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow 5 - z^2 = \frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2}.$$

$$\text{Lại có: } x - y + z = 3 \Leftrightarrow x - y = 3 - z.$$

$$\text{Do đó: } 5 - z^2 = \frac{(x + y)^2 + (3 - z)^2}{2} \Leftrightarrow (x + y)^2 = -3z^2 + 6z + 1.$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{x + y - 2}{z + 2} \Leftrightarrow (z + 2)P + 2 = x + y \text{ với } z \neq -2$$

$$\Leftrightarrow (zP + 2P + 2)^2 = (x + y)^2 \Leftrightarrow (zP + 2P + 2)^2 = -3z^2 + 6z + 1$$

$$\Leftrightarrow (P^2 + 3)z^2 + 2(2P^2 + 2P - 3)z + 4P^2 + 8P + 3 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm z khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$

$$\text{Hay } (2P^2 + 2P - 3)^2 - (P^2 + 3)(4P^2 + 8P + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 23P^2 + 36P \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{36}{23} \leq P \leq 0$$

Vậy trên tập giá trị của P ta nhận thấy P nhận được hai giá trị nguyên là $-1; 0$.

Câu 13 (VDC): Một dung dịch chứa 30% axit nitric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitric?

A. 20 lít dung dịch loại 1 và 80 lít dung dịch loại 2.

B. 80 lít dung dịch loại 1 và 20 lít dung dịch loại 2.

C. 30 lít dung dịch loại 1 và 70 lít dung dịch loại 2.

D. 70 lít dung dịch loại 1 và 30 lít dung dịch loại 2.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 ($x, y > 0$).

Lượng axit nitric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ \frac{30}{100}x + \frac{55}{100}y = 50 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x = 20$; $y = 80$.

Câu 14 (VDC): Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo.

+ Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu;

+ Để pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo

B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo

D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo

Lời giải

Chọn C.

Giả sử x , y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x + 10y$ là số gam đường cần dùng;

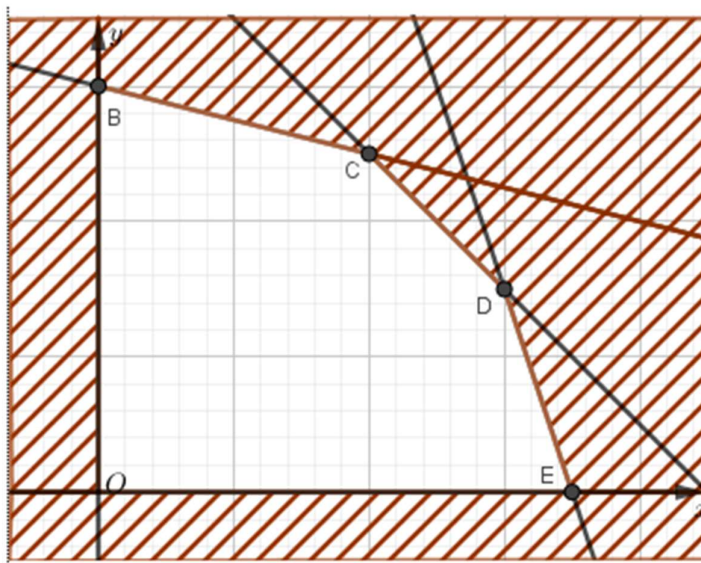
$x + y$ là số lít nước cần dùng;

$x + 4y$ là số gam hương liệu cần dùng

Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases}$$

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P(x;y) = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với x , y thỏa mãn (*)



Miền nghiệm là phần hình vẽ không tô màu ở hình trên, hay là ngũ giác OBCDE với $O(0;0)$, $B(0;6)$, $C(4;5)$, $D(6;3)$, $E(7;0)$.

Biểu thức $P = 60x + 80y$ đạt GTLN tại $(x;y)$ là tọa độ một trong các đỉnh của ngũ giác.

Thay lần lượt tọa độ các điểm O, B, C, D, E vào biểu thức $P(x;y)$ ta được:

$$P(0;0) = 0; P(0;6) = 480; P(4;5) = 640; P(6;3) = 600; P(7;0) = 420$$

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0° ĐẾN 180°

Câu 1: Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. 2.

Lời giải.

Chọn A.

Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được

$$\begin{cases} \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \cot 30^\circ = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

Câu 2: Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào là đúng?

A. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Chọn C.

Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được

$$\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $P = 1$.

D. $P = 0$.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Vì } 30^\circ \text{ và } 60^\circ \text{ là hai góc phụ nhau nên } \begin{cases} \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \\ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cos 30^\circ = 0.$$

Câu 4: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \sqrt{2}$.

B. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$.

C. $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$.

D. $\sin 120^\circ + \cos 30^\circ = 0$.

Lời giải.

Chọn D.

Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được

$$\begin{cases} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \longrightarrow \cos 30^\circ + \sin 120^\circ = \sqrt{3}..$$

Câu 5: Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ$.

A. $P = -\frac{3}{4}$.

B. $P = 0$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Chọn B

Hai góc 30° và 150° bù nhau nên $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$;

Hai góc 15° và 165° bù nhau nên $\cos 15^\circ = -\cos 165^\circ$.

Do đó

$$P = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 150^\circ \cos 165^\circ = \sin 150^\circ \cdot (-\cos 165^\circ) + \sin 150^\circ \cos 165^\circ = 0.$$

Câu 6: Cho hai góc α và β với $\alpha + \beta = 180^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Chọn C

Hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

$$\text{Do đó, } P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \beta \sin \alpha = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1.$$

Câu 7: Cho tam giác ABC . Tính $P = \sin A \cdot \cos(B + C) + \cos A \cdot \sin(B + C)$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Chọn A

Giả sử $\hat{A} = \alpha$; $\hat{B} + \hat{C} = \beta$. Biểu thức trở thành $P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

Trong tam giác ABC , có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$.

Do hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

$$\text{Do đó, } P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 0.$$

Câu 8: Cho tam giác ABC . Tính $P = \cos A \cdot \cos(B + C) - \sin A \cdot \sin(B + C)$.

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Lời giải.

Chọn C

Giả sử $\hat{A} = \alpha$; $\hat{B} + \hat{C} = \beta$. Biểu thức trở thành $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$.

Trong tam giác ABC có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$.

Do hai góc α và β bù nhau nên $\sin \alpha = \sin \beta$; $\cos \alpha = -\cos \beta$.

Do đó, $P = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = -\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = -(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -1$.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\cos 75^\circ > \cos 50^\circ$. **B.** $\sin 80^\circ > \sin 50^\circ$. **C.** $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. **D.** $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$.

Lời giải.

Chọn A

Trong khoảng từ 0° đến 90° , khi giá trị của góc tăng thì giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sin 90^\circ < \sin 100^\circ$. **B.** $\cos 95^\circ > \cos 100^\circ$. **C.** $\tan 85^\circ < \tan 125^\circ$. **D.** $\cos 145^\circ > \cos 125^\circ$.

Lời giải.

Chọn B

Trong khoảng từ 90° đến 180° , khi giá trị của góc tăng thì:

- Giá trị sin tương ứng của góc đó giảm.

- Giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

Câu 11: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$. **B.** $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$.

C. $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$. **D.** $\cos 150^\circ > \cos 120^\circ$.

Lời giải.

Chọn C.

Trong khoảng từ 90° đến 180° , khi giá trị của góc tăng thì:

- Giá trị sin tương ứng của góc đó giảm.

- Giá trị cos tương ứng của góc đó giảm.

Câu 12: Cho biết $\sin \frac{\alpha}{3} = \frac{3}{5}$. Giá trị của $P = 3 \sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5 \cos^2 \frac{\alpha}{3}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{105}{25}$. **B.** $P = \frac{107}{25}$. **C.** $P = \frac{109}{25}$. **D.** $P = \frac{111}{25}$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có biểu thức $\sin^2 \frac{\alpha}{3} + \cos^2 \frac{\alpha}{3} = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{3} = 1 - \sin^2 \frac{\alpha}{3} = \frac{16}{25}$.

Do đó ta có $P = 3 \sin^2 \frac{\alpha}{3} + 5 \cos^2 \frac{\alpha}{3} = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 5 \cdot \frac{16}{25} = \frac{107}{25}$.

Câu 13: Cho biết $\tan \alpha = -3$. Giá trị của $P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{4}{3}$. **B.** $P = \frac{5}{3}$. **C.** $P = -\frac{4}{3}$. **D.** $P = -\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Chọn B

$$\text{Ta có } P = \frac{6 \sin \alpha - 7 \cos \alpha}{6 \cos \alpha + 7 \sin \alpha} = \frac{6 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 7}{6 + 7 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{6 \tan \alpha - 7}{6 + 7 \tan \alpha} = \frac{5}{3}.$$

Câu 14: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $P = -\frac{19}{13}$.

B. $P = \frac{19}{13}$.

C. $P = \frac{25}{13}$.

D. $P = -\frac{25}{13}$.

Lời giải.

Chọn B

$$\text{Ta có biểu thức } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}.$$

Ta có :

$$P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + 3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{2 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{9}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9}} = \frac{19}{13}.$$

Câu 15: Cho biết $\cot \alpha = 5$. Giá trị của $P = 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1$ bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{10}{26}$.

B. $P = \frac{100}{26}$.

C. $P = \frac{50}{26}$.

D. $P = \frac{101}{26}$.

Lời giải.

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= 2 \cos^2 \alpha + 5 \sin \alpha \cos \alpha + 1 = \sin^2 \alpha \left(2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 5 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) \\ &= \frac{1}{1 + \cot^2 \alpha} (2 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1 + \cot^2 \alpha) = \frac{3 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1}{\cot^2 \alpha + 1} = \frac{101}{26}. \end{aligned}$$

Câu 16: Cho biết $3 \cos \alpha - \sin \alpha = 1$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$.

B. $\tan \alpha = \frac{3}{4}$.

C. $\tan \alpha = \frac{4}{5}$.

D. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có } 3 \cos \alpha - \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow 3 \cos \alpha = \sin \alpha + 1 \rightarrow 9 \cos^2 \alpha = (\sin \alpha + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 9 \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha + 1 \Leftrightarrow 9(1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha + 1$$

$$\Leftrightarrow 10 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{4}{5} \end{cases}$$

- $\sin \alpha = -1$: không thỏa mãn vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

$$\bullet \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \longrightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4}{3}.$$

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Câu 1: Cho tam giác ABC , biết $a=24, b=13, c=15$. Tính góc A ?

A. $33^{\circ}34'$.

B. $117^{\circ}49'$.

C. $28^{\circ}37'$.

D. $58^{\circ}24'$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \approx 117^{\circ}49'.$$

Câu 2: Tam giác ABC có $\widehat{C} = 150^{\circ}$, $BC = \sqrt{3}$, $AC = 2$. Tính cạnh AB ?

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 10.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Theo định lí cosin trong $\triangle ABC$ ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA \cdot CB \cdot \cos \widehat{C} = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $R = 4$.

B. $R = 1$.

C. $R = 2$.

D. $R = 3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1.$$

Câu 4: Một tam giác có ba cạnh là 13, 14, 15. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. 84.

B. $\sqrt{84}$.

C. 42.

D. $\sqrt{168}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21.$$

$$\text{Suy ra: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84.$$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ có $a=4, c=5, B=150^{\circ}$. Diện tích của tam giác là:

A. $5\sqrt{3}$.

B. 5.

C. 10.

D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^{\circ} = 5.$$

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=1$ và $A=60^{\circ}$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $BC = \sqrt{2}$.

B. $BC = 1$.

C. $BC = \sqrt{3}$.

D. $BC = 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Theo định lý cosin ta có: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^{\circ}}$$

$$= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Câu 7: Tam giác ABC có $a=8, c=3, \hat{B}=60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

A. 49.

B. $\sqrt{97}$.

C. 7.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , biết $a=13, b=14, c=15$. Tính góc B ?

A. $59^\circ 49'$.

B. $53^\circ 7'$.

C. $59^\circ 29'$.

D. $62^\circ 22'$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{33}{65} \Rightarrow B \approx 59^\circ 29'$.

Câu 9: Tam giác ABC có $AB=9$ cm, $BC=15$ cm, $AC=12$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là

A. 10 cm.

B. 9 cm.

C. 7,5 cm.

D. 8 cm.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow AM = \frac{15}{2}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC có $AB=3, BC=5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$. Tính độ dài AC .

A. $\sqrt{11}$.

B. 4.

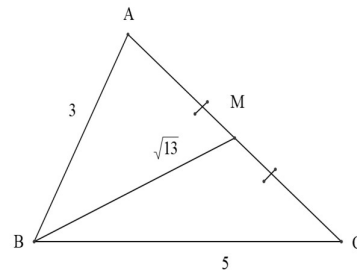
C. $\frac{9}{2}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B.

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến; ta có:



$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4.$$

Câu 11: Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC=4$ cm, góc $\hat{A}=60^\circ$, $\hat{B}=45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

A. $2\sqrt{6}$.

B. $2+2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}-2$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{6}.$$

- Câu 12:** Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$; $\hat{A} = 40^\circ$; $\hat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?
A. 3,7. **B.** 3,3. **C.** 3,5. **D.** 3,1.

Lời giải

Chọn B.

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lý sin: } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \sin 40^\circ \approx 3,3.$$

- Câu 13:** Tam giác ABC có $a = 16,8$; $\hat{B} = 56^\circ 13'$; $\hat{C} = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?
A. 29,9. **B.** 14,1. **C.** 17,5. **D.** 19,9.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: Trong tam giác } ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 71^\circ - 56^\circ 13' = 52^\circ 47'.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{16,8 \cdot \sin 71^\circ}{\sin 52^\circ 47'} \approx 19,9.$$

- Câu 14:** Tam giác ABC có $\hat{A} = 68^\circ 12'$, $\hat{B} = 34^\circ 44'$, $AB = 117$. Tính AC ?
A. 68. **B.** 168. **C.** 118. **D.** 200.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: Trong tam giác } ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'.$$

$$\text{Mặt khác } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^\circ 44'}{\sin 77^\circ 4'} \approx 68.$$

- Câu 15:** Cho $\triangle ABC$ có $a = 6, b = 8, c = 10$. Diện tích S của tam giác trên là:
A. 48. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: Nửa chu vi } \triangle ABC: p = \frac{a+b+c}{2}.$$

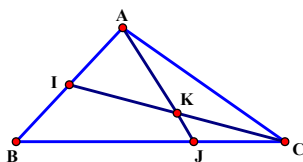
$$\text{Áp dụng công thức Hê-rông: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24.$$

- Câu 16:** Cho tam giác ABC . Biết $AB = 2$; $BC = 3$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC .

A. $5 + \sqrt{7}$ và $\frac{3}{2}$. **B.** $5 + \sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $5\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5 + \sqrt{19}$ và $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



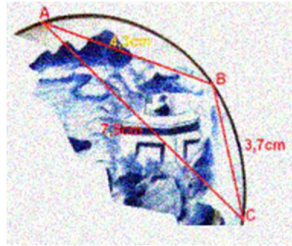
$$\text{Ta có: } AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13 - 6 = 7.$$

$$\text{Suy ra } AC = \sqrt{7}.$$

$$\text{Chu vi tam giác } ABC \text{ là } AB + AC + BC = 2 + 3 + \sqrt{7}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3 \text{ cm}$; $BC = 3,7 \text{ cm}$; $CA = 7,5 \text{ cm}$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng



A. 5,74cm.

B. 6,01cm.

C. 5,85cm.

D. 4,57cm.

Lời giải

Chọn A.

Bán kính R của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{4} \text{ cm}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} \approx 5,2 \text{ cm}^2$.

Mà $S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} \approx 5,73 \text{ cm}$.

Câu 18: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. 61,4 m.

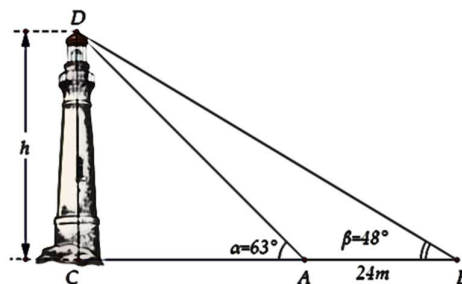
B. 18,5 m.

C. 60 m.

D. 18 m.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\widehat{CAD} = 63^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 117^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD}}{\sin \widehat{ADB}}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin \widehat{CBD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD}$

$$\text{Vậy } CD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD} \cdot \sin \widehat{CBD}}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4m.$$