

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG THPT ĐỖ ĐĂNG TUYỂN
TỔ TOÁN - TIN

**KẾ HOẠCH GIÁO DỤC
TOÁN 11
HỌC KÌ I**



GV: Trần Ngọc Quốc

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

KẾ HOẠCH BÀI DẠY

TÊN BÀI DẠY: BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được các khái niệm cơ bản về góc lượng giác.
- Nhận biết được khái niệm giá trị lượng giác của một góc lượng giác.
- Mô tả được bằng giá trị lượng giác của một số góc lượng giác thường gặp; hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác, quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .
- Sử dụng được MTCT để tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo của góc đó.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Rèn luyện được năng lực mô hình hóa toán học thông qua các bài toán thực tiễn về bài toán di chuyển của trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tình huống mở đầu), quãng đường đi của xe đạp, vận tốc (dài) và vận tốc của xe đạp (Bài tập 1.6)...; rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán về xác định góc lượng giác, số đo của góc lượng giác,...; rèn luyện năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện học toán thông qua việc sử dụng MTCT để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác.

Năng lực riêng: tư duy và lập luận toán học; giao tiếp toán học; mô hình hóa toán học; giải quyết vấn đề toán học.

- Tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.
- Mô hình hóa toán học, giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác.
- Giao tiếp toán học: Trình bày, phát biểu được các khái niệm, các giá trị,... của góc lượng giác.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo của góc đó.

3. Phẩm chất

- Tích cực thực hiện nhiệm vụ khám phá, thực hành, vận dụng.
- Có tinh thần trách nhiệm trong việc thực hiện nhiệm vụ được giao.
- Khách quan, công bằng, đánh giá chính xác bài làm của nhóm mình và nhóm bạn.
- Tự tin trong việc tính toán; giải quyết bài tập chính xác.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1 - GV: SGK, SGV, Tài liệu giảng dạy, giáo án PPT, PBT(ghi đề bài cho các hoạt động trên lớp), các hình ảnh liên quan đến nội dung bài học,...

2 - HS:

- SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Tiết 1

GÓC LƯỢNG GIÁC, ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

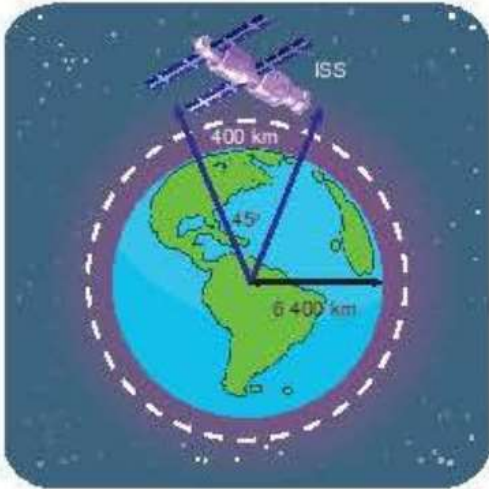
A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu: Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến góc lượng giác và giá trị lượng giác.

b) Nội dung: HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).

c) Sản phẩm: HS nắm được các thông tin trong bài toán và dự đoán câu trả lời cho câu hỏi mở đầu theo ý kiến cá nhân.

d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	- GV chiếu Slide dẫn dắt, đặt vấn đề qua bài toán mở đầu và yêu cầu HS thảo luận và nêu dự đoán (chưa cần HS giải): + “Trạm vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400km (hình dưới). Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi đó nằm trong góc 45° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu Kilomet trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6 400 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị”. 
<i>Thực hiện</i>	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm và thực hiện yêu cầu theo dẫn dắt của GV.
<i>Báo cáo thảo luận</i>	GV gọi đại diện một số thành viên nhóm HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học mới: “Bài học ngày hôm nay giúp chúng ta biết được thế nào là một góc lượng giác và giá trị lượng giác của góc lượng giác, từ đó ta có thể áp dụng để giải được bài toán trong phần mở đầu trên”. ⇒ Bài 1: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Góc lượng giác.

a) Mục tiêu:

- Nắm được khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.

- Trình bày được hệ thức Chasles; tính toán được một số bài tập cơ bản.

b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi trong SGK.

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác để thực hành làm các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS trao đổi theo bàn và thực hiện HD1 để nhận biết khái niệm góc lượng giác. + GV chỉ định một số HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi của HD1. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV đặt câu hỏi dẫn dắt ra Kết luận trong khung kiến thức trọng tâm khái niệm góc lượng giác. - GV cho HS quan sát hình 1.3 và đọc – hiểu phần này. + GV hướng dẫn, mô tả từng hình cho HS hiểu được Quy ước về chiều quay của góc lượng giác và số đo của góc lượng giác + GV mời một số HS phát biểu ý kiến. + GV viết phần kết luận lên bảng cho HS quan sát.	1. Góc lượng giác a) Khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác. <u>HD1:</u> a) Phải quay kim phút một khoảng bằng $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ vòng tròn. b) Phải quay kim phút một khoảng bằng $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ vòng tròn. c) Có 2 cách quay kim phút theo một chiều xác định để kim phút từ vị trí chỉ đúng số 2 về vị trí chỉ đúng số 12, đó là quay ngược chiều kim đồng hồ và quay theo chiều quay của kim đồng hồ. Kết luận: Quy ước: <i>Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou, tia cuối Ov và số đo góc của nó.</i> Chú ý Cho hai tia Ou, Ov có vô số góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov. Mỗi góc lượng giác như thế đều kí hiệu là (Ou, Ov). Số đo của các góc lượng giác này sai khác nhau một bội nguyên của 360°. Ví dụ 1: (SGK – tr.7). Lời giải: (SGK – tr.7). Luyện tập 1.

- GV cho HS tự thảo luận và thực hiện **HĐ2** để rút ra được kết luận về **hệ thức Chasles**.

Hướng dẫn giải (SGK – tr.8).

- GV nêu phần Hệ thức Chasles cho HS - GV đưa ra câu hỏi cho HS suy nghĩ: + Nếu có 3 tia bất kì Ox, Ou, Ov và dựa vào hệ thức Chasles thì ta có thể tính toán được số đo của (Ou, Ov) hay không? + GV chỉ định 1 HS trả lời câu hỏi. + GV chốt đáp án và nhấn mạnh phần Nhận xét (SGK – tr.7). - GV hướng dẫn các bước làm Ví dụ 2 cho HS hiểu được cách vận dụng hệ thức Chasles. - GV cho HS thực hiện thảo luận Luyện tập 2 theo tổ trong lớp. + Mỗi tổ thảo luận và cử 1 đại diện lên bảng viết câu trả lời. + GV nhận xét, rút kinh nghiệm cho HS. + GV chốt đáp án cho HS trình bày vào vở. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở. - HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận:	Luyện tập 2 Số đo của các góc lượng giác tia đầu Ou, tia cuối Ov là: $\begin{aligned} sđ(Ou, Ov) &= sđ(Ox, Ov) - sđ(Ox, Ou) + k360^\circ \\ &= -270^\circ - 240^\circ + k360^\circ \\ &= -510^\circ + k360^\circ \\ &= 210^\circ - 720^\circ + k360^\circ \\ &= 210^\circ + (k - 2)360^\circ \\ &= 210^\circ + m360^\circ (m = k - 2, m \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$ Vậy các góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $210^\circ + m360^\circ (m \in \mathbb{Z})$.
---	--

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.	
---	--

Hoạt động 2: Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn.

a) Mục tiêu:

- Nhận biết được các đơn vị đo góc và mối quan hệ giữa chúng.
- Nhận biết công thức tính độ dài cung tròn và áp dụng được công thức để giải quyết các bài toán liên quan.

b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về đơn vị đo góc và độ dài cung tròn theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập trong SGK.

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về đơn vị đo góc và độ dài cung tròn để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 3, 4, Luyện tập 3 và Vận dụng 1.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS nhắc về đơn vị dùng để đo góc, và quy đổi từ độ sang phút. - GV giới thiệu về Đơn vị radian và biểu diễn hình học cho HS nắm được kiến thức mới.	2. Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn a) Đơn vị đo góc và cung tròn - Đơn vị dùng để đo góc là: Độ. - Góc $1^\circ = \frac{1}{180}$ góc bẹt. - Đơn vị độ được chia thành những đơn vị nhỏ hơn: $1^\circ = 60'; 1' = 60''$ Đơn vị radian: Cho đường tròn (O) tâm O, bán kính R và một cung AB trên (O) <i>Ta nói cung tròn AB có số đo bằng 1 radian nếu độ dài của nó đúng bằng bán kính R. Khi đó ta cũng nói rằng góc AOB có số đo bằng 1 radian và viết: $\widehat{AOB} = 1rad$.</i> Quan hệ giữa độ và radian:

- GV dẫn dắt cho HS để hình thành kiến thức về Quan hệ giữa độ và radian: - GV hướng dẫn HS làm Ví dụ 3 - GV cho HS làm phần Luyện tập 3, sau đó: + GV chỉ định 2 HS lên bảng thực hiện. + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV giới thiệu bảng chuyển đổi thông dụng từ độ sang radian trong phần Chú ý cho HS. - GV cho HS thực hiện HD3 để xây dựng được công thức tính độ dài của cung tròn.	Công thức: $1^{\circ} = \frac{\pi}{180} rad \text{ và } 1 rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}$ Ví dụ 3: (SGK – tr.9). <i>Hướng dẫn giải</i> (SGK – tr.9). Luyện tập 3 a) Đổi từ độ sang radian: $360^{\circ} = 360 \cdot \frac{\pi}{180} = 2\pi$ $-450^{\circ} = -450 \cdot \frac{\pi}{180} = -\frac{5\pi}{2}$ b) Đổi từ radian sang độ: $3\pi = 3\pi \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} = 540^{\circ}$ $-\frac{11\pi}{5} = -\frac{11\pi}{5} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} = -396$ b) Độ dài cung tròn. <u>HD3:</u> a) Độ dài cung tròn có số đo bằng 1 radian là R. b) Độ dài của một cung tròn có số đo α rad là αR. Công thức: <i>Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$.</i> Ví dụ 4: (SGK – tr.9).
---	---

- GV yêu cầu HS làm Ví dụ 4. - GV cho HS thảo luận nhóm, tương ứng với mỗi nhóm là một tổ trong lớp phần Vận dụng 1. + Mỗi nhóm thực hiện thảo luận và cử một đại diện lên trình bày câu trả lời. + Những nhóm còn lại quan sát và nêu nhận xét, phân biện lại. + GV nhận xét, rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS. + GV chốt đáp án, HS làm bài vào vở. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở. - HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.	<i>Hướng dẫn giải: (SGK – tr.9).</i> Vận dụng 1 Bán kính quỹ đạo của trạm vũ trụ quốc tế là $R = 6400 + 400 = 6800(km)$ Đổi $45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ Vậy trạm ISS đã di chuyển một quãng đường có độ dài là: $l = R.\alpha = 6800 \cdot \frac{\pi}{4} \approx 5340,708$ $\approx 5341km .$
--	--

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại đơn vị và độ dài cung tròn.	
--	--

Tiết 2 :

GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 3: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

a) Mục tiêu:

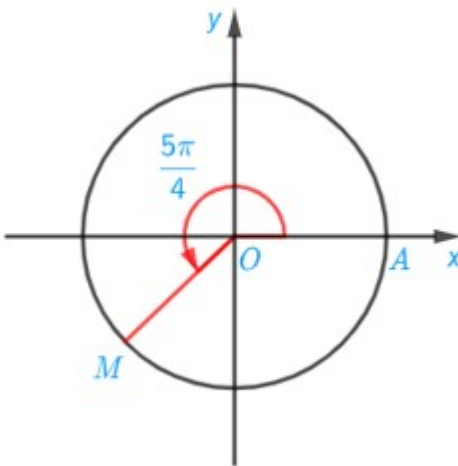
- Nhận biết thế nào là đường tròn lượng giác và các điểm trên đường tròn lượng giác.
- Nắm được các giá trị lượng giác của góc lượng giác và các góc lượng giác đặc biệt.

b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác thức theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng trong SGK.

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về giá trị lượng giác của góc lượng giác để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 5, 6, 7, Luyện tập 4, 5.

d) Tổ chức thực hiện:

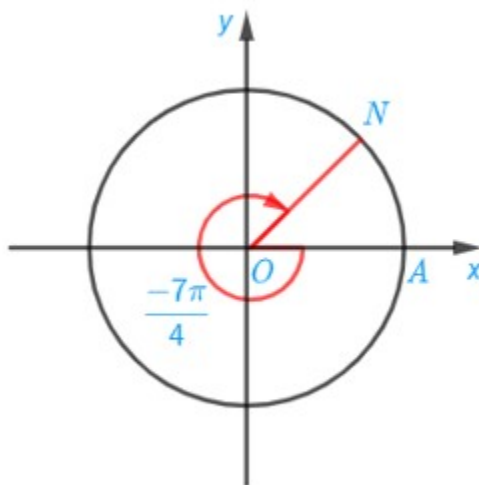
HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS làm HD4 để HS nhận biết được khái niệm về đường tròn lượng giác.	3. Giá trị lượng giác của góc lượng giác a) Đường tròn lượng giác <u>HD4:</u> a) Ta có: $sđ(OA, OM) = \frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$ Điểm M trên đường tròn sao cho $sđ(OA, OM) = \frac{5\pi}{4}$ được xác định như trên hình vẽ dưới đây: 

b) Ta có: $sđ(OA, ON) = -\frac{7\pi}{4}$

$$= -\left(\frac{3\pi}{4} + \pi\right)$$

Điểm N trên đường tròn sao cho $sđ(OA, ON) = -\frac{7\pi}{4}$ được xác định

như trên hình vẽ dưới đây:



Kết luận

- Đường tròn lượng giác là đường có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.

- Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α (độ hoặc radian) là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $sđ(OA, OM) = \alpha$.

Ví dụ 5: (SGK – tr.10).

Hướng dẫn giải: (SGK – tr.10).

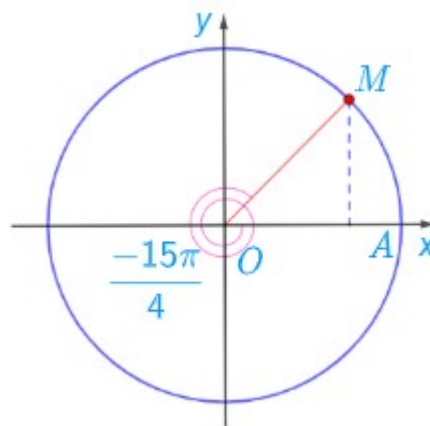
Luyện tập 4

- GV đi vào phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm cho HS nắm được thế nào là đường tròn lượng giác.

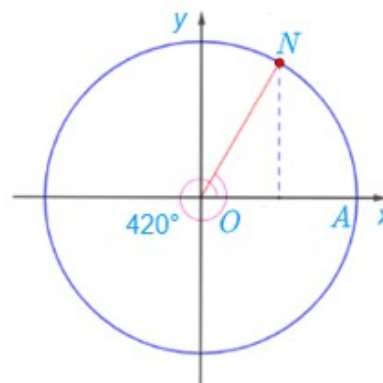
- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 5**, HS làm bài và đối chiếu đáp án với bạn cùng bàn.

- GV cho HS làm phần **Luyện tập 4**.

Ta có: $-\frac{15\pi}{4} = -\left(\frac{3\pi}{4} + 3\pi\right)$, điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{15\pi}{4}$ được xác định trong hình dưới đây:



Ta có: $420^\circ = 60^\circ + 360^\circ$, điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng 420° được xác định trong hình dưới đây:



b) Các giá trị lượng giác của góc lượng giác

HD5:

Kết luận

+ *Hoành độ x của điểm M được gọi là cosin của α , kí hiệu $\cos \alpha$.*

$$\cos \alpha = x$$

+ Tung độ y của điểm M được gọi là sin của α , kí hiệu là $\sin \alpha$.

$$\sin \alpha = y$$

+ Nếu $\cos \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ được gọi là tang của α , kí hiệu là

$\tan \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (x \neq 0)$$

+ Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ được gọi là cotang của α , kí hiệu là

$\cot \alpha$.

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (y \neq 0)$$

+ Các giá trị $\cos \alpha$, $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của α .

+ $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ xác định với mọi giá trị của α và ta có:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha;$$

$$\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$+ \tan \alpha \text{ xác định khi } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$+ \cot \alpha \text{ xác định khi } \alpha \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

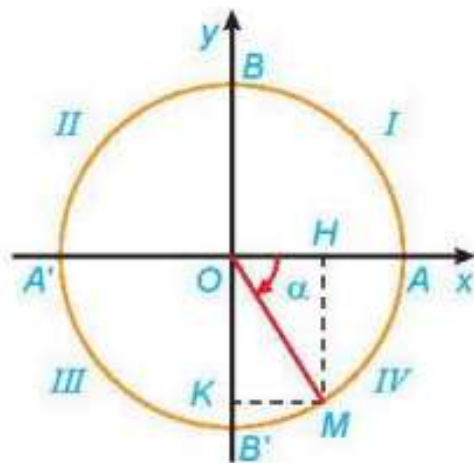
+ Dấu của các giá trị lượng giác của một góc lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm biểu diễn M trên đường tròn lượng giác.

- GV mời HS nhắc lại khái niệm các giá trị lượng giác $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$,

$\cot \alpha$ của góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) đã học ở lớp 10 để thực hiện **HD5**.

- GV dẫn vào phần khung kiến thức trọng tâm các giá trị lượng giác của góc lượng giác.

- GV dẫn dắt: Từ định nghĩa lượng giác của các góc lượng giác, và đường tròn lượng giác. Các em hãy cho biết các giá trị lượng giác được xác định khi nào?



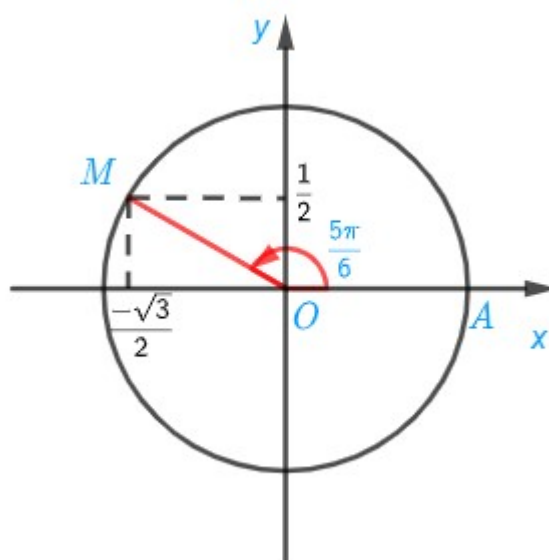
Góc phần tư Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

Ví dụ 6: (SGK – tr.12).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.12).

Luyện tập 5

a) Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{5\pi}{6}$ được xác định trong hình sau:



- GV hướng dẫn HS thực hiện **Ví dụ 6** để nắm được cách tính giá trị của một góc lượng giác.

- GV cho HS làm phần **luyện tập 5**

- GV cho HS tự quan sát vào bảng giá trị của các góc đặc biệt trong SGK – tr.12.

- GV hướng dẫn HS sử dụng MTCT thông qua **Ví dụ 7, Ví dụ 8**.

- GV cho HS tự thực hiện phần **luyện tập 6** để thành thạo kỹ năng sử dụng MTCT.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở.

- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.

Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

b) Ta có:

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{5\pi}{6} = \frac{\sin \frac{5\pi}{6}}{\cos \frac{5\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \frac{5\pi}{6} = \frac{\cos \frac{5\pi}{6}}{\sin \frac{5\pi}{6}} = -\sqrt{3}$$

c) Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Không xác định
$\cot \alpha$	Không xác định	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

d) Sử dụng máy tính cầm tay để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác của góc

Ví dụ 7: (SGK – tr.13).

Tính	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$	$\sin \left(\frac{9\pi}{4} \right)$	-0.707106781	-0,7071
$\tan 63^{\circ}52'41''$	$\tan \left(63^{\circ}52'41'' \right)$	2.039276645	2,0393

Ví dụ 8: (SGK – tr.13).

Đổi số đo	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$33^{\circ}45'$	$\left(33^{\circ}45' \right) \rightarrow \left(\text{DRG} \right) \rightarrow \left(\text{RAD} \right)$	0.589048622	0,5890 (rad)
$\frac{3}{4}$ (rad)	$\left(\frac{3}{4} \right) \rightarrow \left(\text{RAD} \right) \rightarrow \left(\text{DEG} \right)$	42°58'19"	42°58'19"

Luyện tập 6

a) $\cos \frac{3\pi}{7} \approx 0,222520934$.

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại giá trị lượng giác của một góc lượng giác.	$\tan(-37^{\circ}25') = -0,76501876.$ b) Vậy $179^{\circ}23'30'' \approx 3,130975234 \text{ (rad)}.$ c) Vậy $\frac{7}{9} \text{ rad} = 44^{\circ}33'48,18''.$
--	--

Tiết 3

QUAN HỆ GIỮA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 4: Quan hệ giữa các giá trị lượng giác.

a) Mục tiêu:

- Nhận biết và vận dụng được các công thức lượng giác cơ bản trong một số bài toán đơn giản.
- Nhận biết giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về quan hệ giữa các giá trị lượng giác theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập trong SGK.

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về quan hệ giữa các giá trị lượng giác để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 8, 9, Luyện tập 6, 7 và Vận dụng 2.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS quan sát và thực hiện HD5. + GV dẫn dắt HS: <i>Các em hãy quan sát đường tròn lượng giác tâm O với điểm A(1; 0) là tâm. Có điểm M(x, y) nằm trên đường tròn. Áp dụng định nghĩa để xử lý bài toán.</i> + GV yêu cầu HS suy nghĩ và nêu đáp án. + GV chỉ định một số HS nêu đáp án. + GV nhận xét và chốt đáp án cuối cùng.	4. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác a) Các công thức lượng giác cơ bản <u>HD5:</u> a) Theo định nghĩa, ta có: $\sin \alpha = y; \cos \alpha = x$ Do đó, $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = y^2 + x^2$

- GV hướng dẫn cho HS trao đổi phần **HD6** theo tổ trong lớp để đưa ra nhận xét về liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc đối nhau.

+ HS trao đổi, lập luận theo nhóm. Mỗi nhóm cử đại diện trình bày cách làm và kết quả.

+ Các nhóm khác quan sát, lắng nghe và đưa ra nhận xét, phần biện.

+ GV ghi nhận các ý kiến và ghi lời giải lên bảng cho HS hoàn thiện vào vở.

- GV nêu và ghi phần khung kiến thức trọng tâm lên bảng cho HS (SGK – tr.14, 15).

$$\text{Do đó, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ và}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

b) Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.

HD6:

a) Giả sử $M(x_M; y_M); N(x_N; y_N)$.

Từ Hình 1.12a, ta thấy hai điểm M và N đối xứng với nhau qua trục hoành Ox , do đó ta có: $x_M = x_N$ và $y_M = -y_N$.

Theo định nghĩa giá trị lượng giác của một góc, ta lại có:

$$\cos \alpha = x_M \text{ và } \cos(-\alpha) = x_N.$$

$$\text{Suy ra } \cos(-\alpha) = \cos \alpha.$$

$$\sin \alpha = y_M \text{ và } \sin(-\alpha) = y_N.$$

$$\text{Suy ra } \sin \alpha = -\sin(-\alpha) \text{ hay } \sin(-\alpha) = -\sin \alpha.$$

b) Ta có:

$$\tan(-\alpha) = \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\tan \alpha;$$

$$\cot(-\alpha) = \frac{\cos(-\alpha)}{\sin(-\alpha)} = \frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\cot \alpha$$

$$\text{Vậy } \tan(-\alpha) = -\tan \alpha;$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

Góc đối nhau (α và $-\alpha$)

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$)

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \quad \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$)

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

Chú ý (SGK – tr.15)

Ví dụ 9: (SGK – tr.15).

Hướng dẫn giải: (SGK – tr.15).

Luyện tập 7

$$\text{a) } \sin(-675^\circ) = \sin(45^\circ - 2.360^\circ) \quad =$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{b) } \tan\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4} + 4\pi\right)$$

$$= -\tan \frac{\pi}{4} = -1.$$

- GV nêu phần Chú ý cho HS. - GV cho HS đọc Ví dụ 9 hướng dẫn và trình bày mẫu lên bảng cho HS hiểu được cách vận dụng các công thức tính toán. - GV cho HS thảo luận và làm Luyện tập 7 theo từng bàn. - GV cho HS thảo luận nhóm phần Vận dụng 2. + Nhóm nào sau khi thảo luận, tìm ra đáp án nhanh nhất trong thời gian GV quy định sẽ được cộng điểm. + Mỗi nhóm cử 1 đại diện trình bày. + GV nhận xét, rút ra kết luận cho HS. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở. - HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.	Vận dụng 2. a) Thời điểm 6 giờ sáng, tức $t = 6$, khi đó $B(6) = 80 + 7\sin\frac{6\pi}{12} = 87$. Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 6 giờ sáng là 87 mmHg. b) Thời điểm 10 giờ 30 phút sáng, tức $t=10,5$, khi đó: $B(10,5) = 80 + 7\sin\frac{10,5\pi}{12} \approx 82,68$ Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 10 giờ 30 phút sáng xấp xỉ 82,68 mmHg. c) Thời điểm 12 giờ trưa, tức $t=12$, khi đó $B(12) = 80 + 7\sin\frac{12\pi}{12} = 80$ Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 12 giờ trưa là 80 mmHg. d) Thời điểm 8 giờ tối hay 20 giờ, tức $t=20$, khi đó: $B(20) = 80 + 7\sin\frac{20\pi}{12} = \frac{160 - 7\sqrt{3}}{2}$ Vậy huyết áp tâm trương của người đó vào lúc 8 giờ tối là $\frac{160 - 7\sqrt{3}}{2}$.
---	--

- GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại quan hệ giữa các giá trị lượng giác.	
--	--

TÊN BÀI DẠY: CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức biến đổi tổng thành tích, công thức biến đổi tích thành tổng.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác và các phép biến đổi lượng giác.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra sai sót và khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp cận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập
- *Năng lực mô hình hoá toán học* (trong ví dụ và bài tập có nội dung thực tế).
- *Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán*: học sinh sử dụng máy tính cầm tay tính toán.
- *Năng lực tư duy và lập luận* : Tư duy và lập luận logic.
- *Năng lực giao tiếp, hợp tác* : Tiếp thu kiến thức, trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

3. Phẩm chất

- Chăm chỉ hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, chiếm lĩnh tri thức mới, biết làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU.

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Tiết 1: CÔNG THỨC CỘNG, CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

1. Hoạt động 1: Khởi động

- Mục tiêu**: Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến Công thức lượng giác.
- Nội dung**: HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).
- Sản phẩm**: HS nắm được các thông tin trong bài toán và dự đoán câu trả lời cho câu hỏi mở đầu theo ý kiến cá nhân.
- Tổ chức thực hiện**:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV chiếu Slide dẫn dắt, đặt vấn đề qua bài toán mở đầu và yêu cầu HS thảo luận và nêu dự đoán (chưa cần HS giải):

+ “Một thiết bị trễ kỹ thuật số lặp lại tín hiệu đầu vào bằng cách lặp lại tín hiệu đó trong một khoảng thời gian cố định sau khi nhận được tín hiệu. Nếu một thiết bị như vậy nhận được nốt thuần $f_1(t) = 5\sin t$ và phát lại được nốt thuần $f_2(t) = 5\cos t$ thì âm kết hợp là $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$, trong đó t là biến thời gian. Chứng tỏ rằng âm kết hợp viết được dưới dạng $f(t) = k\sin(t + \varphi)$, tức là âm kết hợp là một sóng âm hình sin. Hãy xác định biên độ âm k và pha ban đầu φ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$) của sóng âm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm và thực hiện yêu cầu theo dẫn dắt của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi đại diện một số thành viên nhóm HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học mới: “Để giải quyết được bài toán mở đầu và biết được cách xử lý các bài toán tương tự cũng như mở rộng hơn, chúng ta cùng đi tìm hiểu phần nội dung ngày hôm nay, bài Công thức lượng giác”.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

I. Công thức cộng.

Hoạt động 2.1. Nhận biết công thức cộng

a) Mục tiêu:

- Nhận biết được công thức cộng.

b) Nội dung:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

(giả thiết các biểu thức đều có nghĩa).

c) **Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức cộng để thực hành làm các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Nhiệm vụ: Nhận biết công thức cộng. - GV hướng dẫn cho HS làm HD1 + H1? Tính $a - b; \cos \frac{\pi}{4}; \cos \frac{\pi}{6}$ + H2? chứng minh được ý a. Nhóm 1: làm ý b Nhóm 2: làm ý c theo hướng dẫn trong SGK – tr.17.
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức cộng. - Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.

Hoạt động 2.2. Giải quyết VD1,2; Luyện tập 1 và bài toán vận dụng 1

a) Mục tiêu:

- Vận dụng được công thức cộng để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, chứng minh đẳng thức lượng giác.

b) Nội dung:

Ví dụ 1: (SGK – tr.17). Hướng dẫn giải (SGK – tr.18).

Ví dụ 2: (SGK – tr.18). Hướng dẫn giải (SGK – tr.18).

Luyện tập 1.

a) Ta có:

$$\begin{aligned} VP &= \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) \\ &= \sqrt{2} \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \sin x - \cos x = VT \text{ (đpcm)}. \end{aligned}$$

b) Ta có:

$$VT = \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = VP$$

Vận dụng 1

Ta có: $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$

$$= 5 \sin t + 5 \cos t = 5(\sin t + \cos t)$$

Theo Ví dụ 2 trang 18 SGK Toán lớp 11 Tập 1, ta chứng minh được:

$$\sin t + \cos t = \sqrt{2} \sin \left(t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{Do đó, } f(t) = 5\sqrt{2} \sin \left(t + \frac{\pi}{4} \right)$$

Vậy âm kết hợp viết được dưới dạng $f(t) = k \sin(t + \varphi)$, trong đó biên độ âm $k = 5\sqrt{2}$ và pha ban đầu của sóng âm là $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Chuyển giao	VD1 H1? $75^\circ; \frac{\pi}{12}$ tách thành những góc đặc biệt nào? H2? Sử dụng công thức cộng của cos và tan để tính toán. VD2 H1? Nghiên cứu lời giải SGK H2? Sử dụng công thức nào Luyện tập 1 Vận dụng VD1,2 vào giải quyết
Thực hiện	- HS thực hiện cá nhân VD1;VD2 - Nhóm 1: thực hiện Luyện tập 1a

	- Nhóm 2: Luyện tập 1b - Vận dụng 1: Gv phát vấn, học sinh trả lời - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	* Cá nhân báo cáo * Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức cộng. - Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.

Hoạt động 2.3. Công thức nhân đôi

II. Công thức nhân đôi

a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức nhân đôi từ công thức cộng.
- Vận dụng được công thức nhân đôi để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, chứng minh đẳng thức lượng giác.

b) Nội dung:

* Công thức nhân đôi:

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\text{* Công thức hạ bậc:} \quad \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}; \quad \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

c) **Sản phẩm:** HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức nhân đôi để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 3, Luyện tập 2.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	H1? Nêu công thức cộng. H2? Từ công thức cộng đối với sin và cos nếu thay $a = b$ thì công thức thay đổi ra sao? - $\tan 2\alpha$ cần điều kiện gì? - Tính $\cos^2 \alpha$; $\sin^2 \alpha$; $\tan^2 \alpha$; Theo $\cos 2\alpha$? - Thực hiện ví dụ 3 $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$ $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ - Luyện tập 2 Ta có: $\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \cos \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right)$ $= 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1$ Suy ra $2 \cos^2 \frac{\pi}{8} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$. Do đó: $\cos^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$ Vì $\cos \frac{\pi}{8} > 0$ nên suy ra $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$.
--------------------	--

	- GV phát vấn HS suy ra công thức hạ bậc
Thực hiện	- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vở phần VD3 - HĐ cặp đôi Luyện tập 2
Báo cáo thảo luận	- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức nhân đôi. - Chốt kiến thức và chuẩn hóa công thức.

3. Hoạt động luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức về công thức cộng, công thức nhân đôi thông qua một số bài tập.

b) Nội dung: HS vận dụng các công thức cộng, công thức nhân đôi để thảo luận nhóm hoàn thành bài tập vào phiếu bài tập nhóm/ bảng nhóm.

c) Sản phẩm học tập: HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS về công thức lượng giác.

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài theo nhóm từ **BT1.7 đến BT1.9** (SGK – tr21).

+ **Nhóm 1 +2: BT1.7**

+ **Nhóm 3+4: BT1.8**

+ **Nhóm 5+6: BT1.9**

- GV chiếu Slide cho HS củng cố kiến thức thông qua trò chơi trắc nghiệm. (HĐ Cá nhân)

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{\pi}{30} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{\pi}{5}$ là?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Có bao nhiêu đẳng thức dưới đây là đồng nhất thức?

1) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$. 2) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.

3) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$. 4) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Rút gọn $M = \cos(a + b) \cos(a - b) - \sin(a + b) \sin(a - b)$.

A. $M = 1 - 2 \cos^2 a$. B. $M = 1 - 2 \sin^2 a$.

C. $M = \cos 4a$. D. $M = \sin 4a$.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

Kết quả:

Bài 1.7.

Ta có :

+) $\sin 15^\circ = \sin (45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

+) $\cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

+) $\tan 15^\circ = \tan (45^\circ - 30^\circ) = \frac{(\tan 45^\circ - \tan 30^\circ)}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 2 - \sqrt{3}$

+) $\cot 15^\circ = \frac{1}{\tan 15^\circ} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$

Bài 1.8.

a) Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ nên $\cos a < 0$

Mặt khác, từ $\sin a + \cos a = 1$ suy ra

$$\cos a = -\sqrt{1 - \sin a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Ta có: } \cos\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{6}-1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$$

b) Vì $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin a < 0$, do đó $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} > 0$

Mặt khác từ $1 + a = \frac{1}{a}$

$$\text{Suy ra: } \tan a = \sqrt{\frac{1}{a} - 1} = \sqrt{\frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} - 1} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có: } \tan\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan a - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan a \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{1+2\sqrt{2} \cdot 1} = \frac{9-4\sqrt{2}}{7}$$

Bài 1.9.

a) Vì $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ nên $\cos a < 0$

mặt khác, từ $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ suy ra

$$\cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ta có: } \sin 2a = 2 \sin a \cos a = \frac{2 \cdot 1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$$

$$\tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{-\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$\text{b) Ta có: } (\sin a + \cos a)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \sin^2 a + \cos^2 a + 2 \sin a \cos a = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2a = -\frac{3}{4}$$

Vì $\frac{\pi}{2} < a < \frac{3\pi}{4}$ nên $\pi < 2a < \frac{3\pi}{2}$, do đó $\cos 2a < 0$.

Mặt khác từ $\sin^2 2a + \cos^2 2a = 1$. Ta có:

$$\cos 2a = -\sqrt{1 - \sin^2 2a} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{Do đó: } \tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \frac{-\frac{3}{4}}{-\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

Tiết 2: CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG; TỔNG THÀNH TÍCH

1. Hoạt động 1. Khởi động

- Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú với nội dung bài học thông qua một tình huống liên quan đến Công thức lượng giác.
- Nội dung:** Viết công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc
- Sản phẩm:** HS nhớ được các công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc
- Tổ chức thực hiện:** GV gọi 2 HS lên bảng thi viết công thức nhanh, chính xác (mỗi học sinh một công thức)

2. Hoạt động 2: Công thức biến đổi tích thành tổng

III. Công thức biến đổi tích thành tổng

a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức biến đổi tích thành tổng.
- Vận dụng được công thức biến đổi tích thành tổng để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác

b) Nội dung:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$$

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức biến đổi tích thành tổng để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 4, Luyện tập 3.

d) Tổ chức thực hiện:

<i>Chuyển giao</i>	- GV hướng dẫn HS làm HD3 để hình thành nên công thức biến đổi tích thành tổng. <u>HD3:</u> H1? Nhắc lại công thức cộng lượng giác. $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ (1); $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ (2). H2? Lấy (1) và (2) cộng vế theo vế ta được biểu thức như thế nào? Từ đó suy ra : $\cos a \cos b$ H3? Lấy (2) trừ vế theo vế cho (1), ta được biểu thức nào? Từ đó suy ra: $\sin a \sin b$ H4? Nhắc lại công thức cộng lượng giác. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ (3); $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ (4). H5? Lấy (3) và (4) cộng vế theo vế , ta được biểu thức nào : Từ đó suy ra: $\sin a \cos b$ Ví dụ 4: (SGK – tr.19). <i>Hướng dẫn giải:</i> (SGK – tr.19). Luyện tập 3 Ta có: $A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ$ $= \frac{1}{2} [\cos (75^\circ - 15^\circ) + \cos (75^\circ + 15^\circ)]$ $= \frac{1}{2} (\cos 60^\circ + \cos 90^\circ)$ $= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + 0 \right) = \frac{1}{4}$ $B = \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$ $= \frac{1}{2} \left[\sin \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} \right) + \sin \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} \right) \right]$
---------------------------	---

	$= \frac{1}{2} \left(\sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) + \sin \pi \right)$ $= \frac{1}{2} \left(-\sin \frac{\pi}{6} + \sin \pi \right)$ $= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + 0 \right) = -\frac{1}{4}.$
Thực hiện	- HĐ cá nhân VD4 - HĐ cặp đôi Luyện tập 3 : các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét. - GV: quan sát và trợ giúp HS.
Báo cáo thảo luận	HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng.

3. Hoạt động 3: Công thức biến đổi tổng thành tích.

IV. Công thức biến đổi tổng thành tích.

a) Mục tiêu:

- Xây dựng được công thức biến đổi tổng thành tích.
- Vận dụng được công thức biến đổi tổng thành tích để giải quyết các bài tính giá trị lượng giác, những bài toán thực tế có liên quan.

b) Nội dung:

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

c) Sản phẩm: HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức về công thức biến đổi tích thành tổng để thực hành hoàn thành bài tập Ví dụ 5, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV cho HS thực hiện HĐ4 làm theo hướng dẫn để xây dựng được công thức biến đổi tích thành tổng. H1. Nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng? H2. Từ các công thức biến đổi tích thành tổng ở trên .Nếu đặt $\begin{cases} a+b=u \\ a-b=v \end{cases}$ Ví dụ 5: (SGK – tr.20). Hướng dẫn giải: (SGK – tr.20). Câu hỏi a) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x$
--------------------	--

$$= (\cos 4x + \cos x) + (\cos 3x + \cos 2x)$$

$$= 2\cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + 2\cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$= 2\cos \frac{5x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)$$

$$= 4\cos \frac{5x}{2} \cos x \cos \frac{x}{2}$$

$$= 4\cos x \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}$$

$$b) \sin a + \sin b + \sin (a + b)$$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} + 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \left(\cos \frac{a-b}{2} + \cos \frac{a+b}{2} \right)$$

$$= 2\sin \frac{a+b}{2} \cdot 2\cos \frac{a}{2} \cos \left(-\frac{b}{2} \right)$$

$$= 4\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2}$$

Luyện tập 4

$$\text{Ta có: } B = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9}$$

$$= \left(\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9} \right) + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{\frac{\pi}{9} + \frac{11\pi}{9}}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{9} - \frac{11\pi}{9}}{2} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{2\pi}{3} \cos \left(-\frac{5\pi}{9} \right) + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2\cos \frac{2\pi}{3} \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$$

$$= -\cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} = 0$$

Vận dụng 2



Hình 1.13

	Quan sát Hình 1.13, ta nhận thấy khi nhấn phím 4, âm thanh được tạo ra có tần số thấp $f_1 = 770 \text{ Hz}$ và tần số cao $f_2 = 1209 \text{ Hz}$. Khi đó, hàm số mô hình hóa âm thanh được tạo ra khi nhấn phím 4 là: $y = \sin(2\pi \cdot 770t) + \sin(2\pi \cdot 1209t)$ hay: $y = \sin(1540\pi t) + \sin(2418\pi t).$ Ta có: $\begin{aligned} & \sin(1540\pi t) + \sin(2418\pi t) \\ &= 2\sin \frac{1540\pi t + 2418\pi t}{2} \cos \frac{1540\pi t - 2418\pi t}{2} \\ &= 2\sin(1979\pi t) \cos(-439\pi t) \\ &= 2\sin(1979\pi t) \cos(439\pi t) \end{aligned}$ Vậy ta có hàm số: $y = 2\sin(1979\pi t) \cos(439\pi t).$
Thực hiện	- HĐ Cá nhân Ví dụ 5 - HĐ cặp đôi Luyện tập 4 các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. - GV hướng dẫn Vận dụng 2 - GV: quan sát và trợ giúp HS.
Báo cáo thảo luận	- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng.

3. Hoạt động luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức về công thức biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng

b) Nội dung: HS vận dụng các công thức biến đổi tổng thành tích, tích thành tổng để thảo luận nhóm hoàn thành bài tập vào phiếu bài tập nhóm/ bảng nhóm

c) Sản phẩm học tập: HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS về

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài theo nhóm **bài BT1.10 và BT1.11** (SGK – tr 12).

+ Nhóm 1 +2: **BT1.10a**

+ Nhóm 3+4: **BT1.10b**

+ Nhóm 5+6: **BT1.11**

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

Kết quả:

Bài 1.10.

$$a) A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{15} + \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{10} \right)}{\cos \left(\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{5} \right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

b) Ta có :

$$\begin{aligned} B &= \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \\ &= \frac{1}{2} \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{32} \right) \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \\ &= \frac{1}{4} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \frac{1}{8} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \\ &= \frac{1}{8} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{16} \end{aligned}$$

Bài 1.11.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin(a+b) \sin(a-b) &= \frac{1}{2} [\cos(a+b-a+b) - \cos(a+b+a-b)] \\ &= \frac{1}{2} [\cos 2b - \cos 2a] = \frac{1}{2} [(2 \cos^2 b - 1) - (2 \cos^2 a - 1)] \\ &= \cos^2 b - \cos^2 a \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \sin(a+b) \sin(a-b) = \cos^2 b - \cos^2 a \quad (1)$$

Lại có :

$$\cos 2b - \cos 2a = (1 - 2 \sin^2 b) - (1 - 2 \sin^2 a) = 2(\sin^2 a - \sin^2 b)$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2} [\cos 2b - \cos 2a] = \frac{1}{2} \cdot 2(\sin^2 a - \sin^2 b) = \sin^2 a - \sin^2 b$$

$$\text{Vậy } \sin(a+b) \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b \quad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra :

$$\sin(a+b) \sin(b+a) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a \quad (\text{đpcm}).$$

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

4. Hoạt động vận dụng

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng thực tế để nắm vững kiến thức.
- HS thấy sự gần gũi toán học trong cuộc sống, vận dụng kiến thức vào thực tế, rèn luyện tư duy toán học qua việc giải quyết vấn đề toán học

b) Nội dung: HS vận dụng tính chất của công thức lượng giác, trao đổi và thảo luận hoàn thành các bài toán theo yêu cầu của GV.

c) Sản phẩm: HS hoàn thành các bài tập được giao.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS làm bài tập **1.12, 1.13** cho HS sử dụng kỹ thuật chia sẻ cặp đôi để trao đổi và kiểm tra chéo đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS thực hiện hoàn thành bài tập được giao và trao đổi cặp đôi đối chiếu đáp án.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện một vài HS trình bày miệng.

Kết quả:

Bài 1.12.

a) Định lý sin trong tam giác ABC với $BC = a, AC = b$ và $AB = c$ là:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{Từ đó suy ra } b = \frac{a \sin B}{\sin A}$$

$$\text{Diện tích tam giác ABC là: } S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a \sin B}{\sin A} \cdot \sin C = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$$

$$\begin{aligned} b) \text{ Ta có: } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) \\ &= 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A} = \frac{12^2 \sin 75^\circ \sin 45^\circ}{2 \sin 60^\circ}$$

$$= 144 \cdot \frac{\frac{1}{2}[\cos(75^\circ - 45^\circ) - \cos(75^\circ + 45^\circ)]}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{72(\cos 30^\circ - \cos 120^\circ)}{\sqrt{3}} = \frac{72\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)}{\sqrt{3}} = 36 + 12\sqrt{3}$$

Vậy diện tích ΔABC là $36 + 12\sqrt{3}$

Bài 1.13.

Dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

Suy ra $x(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$

$$= 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \right]$$

$$= 2 \cdot 2 \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)}{2} \cos \frac{\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)}{2}$$

$$= 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) \cos \frac{\pi}{4} = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right)$$

Vậy dao động tổng hợp có phương trình là $x(t) = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right)$ với biên độ $A = 2\sqrt{2}$ và pha ban đầu ;à $\varphi = -\frac{\pi}{12}$.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét, đánh giá khả năng vận dụng làm bài tập, chuẩn kiến thức và lưu ý thái độ tích cực khi tham gia hoạt động và lưu ý lại một lần nữa các lỗi sai hay mắc phải cho học sinh.

* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài
- Ôn tập lại các bài tập đã chữa
- Chuẩn bị bài sau “**Bài 3. Hàm số lượng giác**”.

TÊN BÀI DẠY: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được các khái niệm về hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.
- Nhận biết được các đặc trưng hình học của đồ thị hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.
- Nhận biết được định nghĩa các hàm số lượng giác (HSLG) $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ thông qua đường tròn lượng giác.
- Mô tả được bảng giá trị của bốn HSLG đó trên một chu kì.
- Vẽ được đồ thị của các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$.
- Giải thích được: tập xác định; tập giá trị; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn, chu kì; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ dựa vào đồ thị.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với HSLG.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.
- Mô hình hóa toán học, giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn gắn với hàm số lượng giác.
- Giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc bài toán mở đầu và thực hiện bài toán dưới sự dẫn dắt của GV (HS chưa cần giải bài toán ngay).

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: hàm số lượng giác.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Giả sử vận tốc v (tính bằng lít/giây) của luồng khí trong một chu kì hô hấp (tức là thời gian từ lúc bắt đầu của một nhịp thở đến khi bắt đầu của nhịp thở tiếp theo) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi được cho bởi công thức: $v = 0,85 \frac{\pi t}{3}$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây). Hãy tìm thời gian của một chu kì hô hấp đầy đủ và số chu kì hô hấp trong một phút của người đó.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Bài mới: **Hàm số lượng giác.**

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

TIẾT 1

Hoạt động 1: Định nghĩa hàm số lượng giác.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm hàm số lượng giác;
- Nắm được tập xác định của các hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ 1; Ví dụ 1; Luyện tập 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS trình bày được định nghĩa về các hàm số lượng giác và tìm được tập xác định của những hàm số đó.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN					
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV chỉ định 1 HS nhắc lại <i>cách sử dụng MTCT để tính toán số đo của góc lượng giác?</i> Từ đó HS có thể làm được HD1 .	1. Định nghĩa hàm số lượng giác HD1: <table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>					

+ GV mời một số HS đọc kết quả tính được trong bảng ở HĐ1. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV cho học sinh đọc ĐN sách giáo khoa. - GV ghi tóm tắt kiến thức trọng tâm lên bảng cho HS. - GV cho HS đọc – hiểu phần Ví dụ 1 sau đó: + GV mời 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện. + GV trình bày chi tiết và giảng lại cho HS nắm được cách tìm tập xác định của một hàm số. - GV cho HS tự thực hiện Luyện tập 1 sau đó mời 1 HS lên bảng làm bài. + GV mời 1 HS khác nhận xét bài làm của bạn. + GV chốt đáp án cho HS. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Định nghĩa các hàm số lượng giác. + Tập xác định của hàm số lượng giác.	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> Định nghĩa: (SGK) Ví dụ 1: (SGK – tr.23). Hướng dẫn giải (SGK – tr.23). Luyện tập 1 Biểu thức $\frac{1}{\sin x}$ có nghĩa khi $\sin x \neq 0$, tức là: $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi k \in \mathbb{Z}\}$.															

Hoạt động 2: Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết định nghĩa hàm số chẵn và hàm số lẻ.
- HS phát biểu được tính chẵn lẻ của hàm số.
- HS nắm được thế nào là một hàm số tuần hoàn.
- Xử lý được một số bài toán có liên quan.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ2, 3; Ví dụ 3; Luyện tập 3.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ và hàm số tuần hoàn. HS làm được các HĐ, ví dụ và luyện tập trong phần này.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: Nhiệm vụ 1: Hàm số chẵn, hàm số lẻ - GV cho HS thực hiện lần lượt các yêu cầu trong phần HĐ2 để nhận biết mối quan hệ giữa tính chẵn	1. Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn a) Hàm số chẵn, hàm số lẻ HĐ2: (SGK) Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D.

lẻ của hàm số và tính đối xứng của đồ thị hàm số chẵn lẻ.

- + GV gọi 3 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời.
- + GV nhận xét, trình bày lên bảng cho HS ghi bài.
- + GV mời 1 HS đọc phần khung kiến thức trọng tâm.
- + GV ghi bảng phần định nghĩa hàm số chẵn, lẻ cho HS ghi bài.
- + GV chỉ định 1 HS nêu phỏng đoán, suy nghĩ của mình về cách vẽ.
- + GV nêu phần **Nhận xét** cho HS.
- GV cho HS đọc hiểu phần **Ví dụ 2** và trình bày, giải thích lại.
- GV cho HS hoạt động nhóm đôi phần **Luyện tập 2** và yêu cầu 1 HS lên bảng trình bày lời giải.
- + HS dưới lớp nhận xét bài làm và đối chiếu kết quả.
- + GV chốt đáp án cho HS.

Nhiệm vụ 2: Hàm số tuần hoàn

- GV yêu cầu một số HS nhắc lại *giá trị lượng giác của các góc lượng giác*? Để thực hiện **HĐ3** theo 4 nhóm:
- + HS thực hiện phân tích và so sánh theo 4 nhóm.
- + GV mời đại diện 4 HS của 4 nhóm lên bảng trình bày đáp án.
- + GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.
- GV viết **Định nghĩa** hàm số tuần hoàn trong khung kiến thức lên bảng và yêu cầu HS ghi cẩn thận vào vở.
- GV cho HS làm phần **Câu hỏi SGK** – tr.24
- + GV mời 1 HS đứng tại chỗ trả lời, các HS còn lại lắng nghe và nhận xét.
- + GV chốt đáp án cho HS.
- GV giới thiệu cách vẽ đồ thị của hàm số tuần hoàn bằng cách phát biểu phần **Nhận xét**.
- GV hướng dẫn giải chi tiết cho HS phần **Ví dụ 3** để HS hiểu được cách làm bài.
- GV nêu và nhấn mạnh phần **Chú ý** cho HS.
- GV cho HS làm **Luyện tập 3**, sau đó chỉ định 1 HS lên bảng giải.
- + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS làm bài.
- + GV mời 1 HS khác nhận xét bài làm của bạn.
- + GV chốt đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

+ Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

Đồ thị của một hàm số chẵn nhận trục tung là trục đối xứng.

+ Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Đồ thị của một hàm số lẻ nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng.

Nhận xét : SGK

Ví dụ 2: (SGK – tr.24).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.24).

Luyện tập 2.

Biểu thức $\frac{1}{x}$ có nghĩa khi $x \neq 0$.

Suy ra tập xác định của hàm số $g(x) = \frac{1}{x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có: $g(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -g(x), \forall x \in D$

Vậy $g(x) = \frac{1}{x}$ là hàm số lẻ.

b) Hàm số tuần hoàn

HĐ3 (SGK)

Định nghĩa

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có:

i) $x + T \in D$ và $x - T \in D$

ii) $f(x + T) = f(x)$

Số T dương nhỏ nhất thỏa mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là **chu kỳ của hàm số tuần hoàn** đó.

Nhận xét: (SGK)

Ví dụ 3: (SGK – tr.25).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.25).

Chú ý

Tổng quát, người ta chứng minh được các hàm số $y = A \cdot \sin \omega x$ và $y = A \cdot \cos \omega x$ ($\omega > 0$) là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Luyện tập 3

Biểu thức $\tan 2x$ có nghĩa khi:

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra hàm số $y = \tan 2x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi số thực x , ta có:

$$+) x - \frac{\pi}{2} \in D, x + \frac{\pi}{2} \in D$$

$$+) \tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(2x + \pi) = \tan 2x$$

Vậy $y = \tan 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$.

- GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Tính chẵn lẻ của hàm số và hàm số tuần hoàn. Lưu ý đến: cách vẽ đồ thị các hàm số chẵn, lẻ và tuần hoàn.	
---	--

Hoạt động 3: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \sin x$.

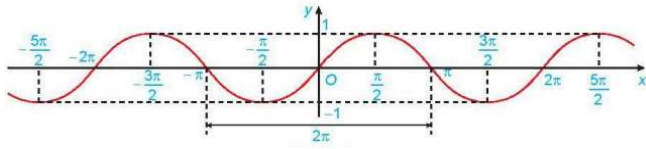
a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \sin x$.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4; Ví dụ 4; Luyện tập 4; Vận dụng 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số $y = \sin x$ và tính chất của nó.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN																														
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS làm phần HĐ4 + HĐ4 a: GV yêu cầu 1 HS nhắc lại <i>cách xác định tính chẵn, lẻ của hàm số?</i>. + HĐ4 b: HS có thể sử dụng MTCT để tính toán các giá trị. + HĐ4 c: GV hướng dẫn cho HS cách vẽ hình dựa trên các giá trị đặc biệt ở câu b. + GV cho HS suy nghĩ làm bài và mời 1 HS lên bảng làm phần a, 1 HS đứng tại chỗ nêu đáp án. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV hướng dẫn HS làm Ví dụ 4 để cho HS biết cách sử dụng đồ thị hàm số để giải phương trình $\sin x = 0$ và bất phương trình $\sin x > 0$. - GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần Luyện tập 4. + HS trao đổi, đưa ra đáp án và đối chiếu với nhau. + GV mời 1 HS lên bảng làm bài. + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS làm bài. + GV nhận xét bài làm và chuẩn hóa đáp án. - GV cho HS làm phần Vận dụng 1	1. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \sin x$. HĐ4. Ta hoàn thành được bảng như sau: <table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> c) Bằng cách làm tương tự câu b cho các đoạn khác có độ dài bằng chu kì $T = 2\pi$, ta được đồ thị của hàm số $y = \sin x$ như hình dưới đây.  Kết luận: Hàm số $y = \sin x$: + Có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $[-1; 1]$. + Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì 2π. + Đồng biến trên mỗi khoảng: $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ + Nghịch biến trên mỗi khoảng: $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$ + Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ và gọi là một đường hình sin.																														

+ HS suy nghĩ và làm bài, GV yêu cầu 2 HS lên bảng làm bài. + GV nhận xét, chốt đáp án và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Đồ thị của hàm số $y = \sin x$, và các tính chất của hàm số $y = \sin x$.	Ví dụ 4: (SGK – tr.26) Hướng dẫn giải (SGK – tr.26). Luyện tập 4 Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $2 \cdot (-1) \leq 2 \sin x \leq 2 \cdot 1$; hay: $-2 \leq 2 \sin x \leq 2$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = 2 \sin x$ có tập giá trị là $[-2; 2]$. Vận dụng 1 a) Thời gian của một chu kì hô hấp đầy đủ chính là một chu kì tuần hoàn của hàm $v(t)$ và là: $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ (giây). Ta có: 1 phút = 60 giây. Do đó, số chu kì hô hấp trong một phút của người đó là $\frac{60}{6} = 10$ (chu kì). b) Ta có: $v = 0,85 \sin \frac{\pi t}{3}$ +) $v > 0$ khi $0,85 \sin \frac{\pi t}{3} > 0 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi t}{3} > 0$ Mà $-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, $0 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$. +) $v < 0$ khi $0,85 \sin \frac{\pi t}{3} < 0 \Leftrightarrow \sin \frac{\pi t}{3} < 0$ Mà $-1 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, $-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} < 0$. +) Với $t \in (0; 3)$ ta có $0 < \sin \frac{\pi t}{3} \leq 1$. +) Với $y \in (3; 5]$ ta có $-1 \leq \sin \frac{\pi t}{3} < 0$. Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, khoảng thời điểm sau 0 giây đến trước 3 giây thì người đó hít vào và khoảng thời điểm sau 3 giây đến 5 giây thì người đó thở ra.
--	---

TIẾT 2:

Hoạt động 4: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cos x$.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn, khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \cos x$.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ5; Ví dụ 5; Luyện tập 5; Vận dụng 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số $y = \cos x$ và tính chất của nó.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV hướng dẫn, đặt câu hỏi cho HS làm HĐ5 + GV nhận xét bài làm và chuẩn hóa đáp án.	1. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cos x$ HĐ5: (SGK) Kết luận Hàm số $y = \cos x$: + Có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $[-1; 1]$; + Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kì 2π.

- GV nêu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS. - GV hướng dẫn HS thực hiện Ví dụ 5 + HS suy nghĩ làm bài theo cặp. + GV mời 1 cặp HS ngẫu nhiên lên bảng trình bày. + GV đi kiểm tra một số HS làm bài. + GV cho nhận xét và chốt đáp án bài làm. - GV cho HS tự thảo luận và làm bài Luyện tập 5 + GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ trình bày hướng giải bài toán này. + GV mời 1 HS lên bảng trình bày bài giải. + GV nhận xét và chốt đáp án. - GV cho HS thảo luận nhóm Vận dụng 2, với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp. + Các nhóm trao đổi, suy nghĩ và thực hiện bài toán. + Mỗi nhóm cử 1 đại diện để phát biểu đáp án. GV nhận xét cho HS và chốt đáp án. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Đồ thị của hàm số $y = \cos x$, và các tính chất của hàm số $y = \cos x$.	+ Đồng biến trên mỗi khoảng: $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$. + Có đồ thị là một đường hình sin đối xứng qua trục tung. Ví dụ 5: (SGK – tr.27). Hướng dẫn giải (SGK – tr.27) Luyện tập 5 Ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ Suy ra: $(-3).(-1) \geq -3 \cos x \geq (-3).1$ Hay: $-3 \leq -3 \cos x \leq 3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = -3 \cos x$ có tập giá trị là $[-3; 3]$. Vận dụng: a) Phương trình tổng quát của vật dao động điều hòa là: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ So sánh với phương trình đã cho: $x(t) = -5 \cos(4\pi t)$ Ta có thể suy ra: $A = 5$; $\omega = 4\pi$; $\varphi = \pi$. Vậy, biên độ của dao động là 5 cm và pha ban đầu là π radian. b) Thay $t = 2$ vào phương trình tổng quát của vật dao động điều hòa: $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ $x(2) = 5 \cos(4\pi.2 + \pi)$ $= 5 \cos(8\pi + \pi) = 5 \cos(9\pi)$ + Để tính giá trị của $\cos(9\pi)$, ta biết rằng: $\cos \pi = -1$, $\cos 2\pi = 1$. Vì chu kỳ của $\cos$ là 2π, nên $\cos 9\pi$ sẽ có giá trị giống như $\cos \pi$, tức là -1. Vậy, $x(2) = -5$. + Ta có: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ Số lần vật thực hiện được dao động toàn phần trong 2 giây là $\frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$. Vậy, vật thực hiện được 4 dao động toàn phần trong khoảng thời gian 2 giây.
---	---

Hoạt động 5: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \tan x$.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn và khoảng đồng biến của hàm số $y = \tan x$.

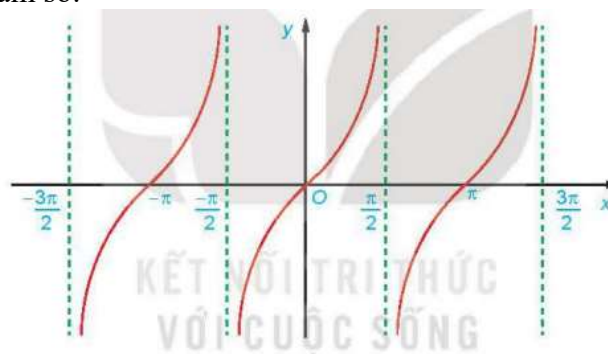
b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ6; Ví dụ 6; Luyện tập 6.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số $y = \tan x$ và tính chất của nó.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN										
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS thực hiện HĐ6 và hướng dẫn HS vẽ đồ thị của hàm số $y = \tan x$. + Các HĐ6a và b HS tự thực hiện. GV quan sát và trợ giúp học sinh nếu HS cần. + GV yêu cầu 2 HS trình bày câu trả lời cho câu a và b.	1. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \tan x$ HĐ6 ta hoàn thành được bảng như sau: <table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>										

c)
Đồ thị hàm số:



Kết luận

Hàm số $y = \tan x$:

+ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$;

+ Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π ;

+ Đồng biến trên mỗi khoảng:

$$\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z};$$

+ Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ.

Ví dụ 6: (SGK – tr.29).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.9).

Luyện tập 6

Hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị âm ứng với phần đồ thị nằm dưới trục hoành. Từ đồ thị ở Hình 1.16 ta suy ra trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$ thì $y < 0$ khi $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

+ GV hướng dẫn HS cách vẽ đồ thị hàm số $y = \tan x$ chi tiết.

+ GV chỉ định một HS đứng tại chỗ trả lời các câu hỏi HD5c về các tính chất cơ bản của hàm $y = \tan x$.

+ GV chính xác hóa câu trả lời của HS bằng cách nêu phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS quan sát, đọc – hiểu **Ví dụ 6**, sau đó chỉ định 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện.

Sau đó GV chính xác hóa câu trả lời.

- GV yêu cầu HS thảo luận với bạn cùng bàn về phần **Luyện tập 6**.

+ HS suy nghĩ, tranh luận và đưa ra đáp án.

+ GV nhận xét và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Đồ thị của hàm số $y = \tan x$, và các tính chất của hàm số $y = \tan x$.

Hoạt động 6: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cot x$.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được đồ thị, tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, tuần hoàn và khoảng đồng biến của hàm số $y = \cot x$.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD7; Ví dụ 7; Luyện tập 7.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được đồ thị của hàm số $y = \cot x$ và tính chất của nó.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS thực hiện HD7 tương tự như các HD trên.	1. Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cot x$. HD7 Kết luận Hàm số $y = \cot x$:

+ GV quan sát, kiểm tra và hỗ trợ những HS yếu, kém phần a và b. → GV mời 2 HS trình bày câu trả lời của mình. GV nhận xét và chốt đáp án. + GV vẽ đồ thị $y = \cot x$ lên bảng và giảng giải lại phần HD7a, b cho HS. + HS ghi vào vào vở. + GV mời 1 HS quan sát hình ảnh và trả lời các câu hỏi về tính chất cơ bản của hàm số $y = \cot x$. → GV chính xác hóa câu trả lời bằng phần Kết luận trong khung kiến thức trọng tâm. - GV cho HS quan sát đồ thị hình 1.17 và tự suy nghĩ và thực hiện Ví dụ 7. + GV mời 2 HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. + GV mời những HS khác để nhận xét câu trả lời của HS. + GV chốt đáp án. - GV mời 1 HS lên bảng làm Luyện tập 7. + GV nhận xét đáp án của HS và chốt đáp án. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Đồ thị của hàm số $y = \cot x$, và các tính chất của hàm số $y = \cot x$.	+ Có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi k \in \mathbb{Z}\}$ và tập giá trị là $\mathbb{R}$; + Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π; + Nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$; + Có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ. Ví dụ 7: (SGK – tr.30). Hướng dẫn giải (SGK – tr.30). Luyện tập 7 Hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị dương ứng với phần đồ thị nằm trên trục hoành. Từ đồ thị ở Hình 1.17 ta suy ra trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ thì $y > 0$ khi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
---	---

TÊN BÀI DẠY: **BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN (2 TIẾT)**

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản bằng cách vận dụng đồ thị hàm số lượng giác tương ứng.
- Tính được nghiệm gần đúng của phương trình lượng giác cơ bản bằng MTCT.
- Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình lượng giác.

2. Về năng lực:

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thể hiện qua việc nhận dạng được các dạng phương trình lượng giác và biến đổi chúng về phương trình lượng giác cơ bản tương ứng rồi viết công thức nghiệm.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc giải quyết một số bài toán thực tiễn, chẳng hạn bài toán bắn đạn pháo ở đầu mục.
- Rèn luyện năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán học thể hiện qua việc sử dụng MTCT để tìm nghiệm của các phương trình lượng giác.

3. Về phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: Phương trình lượng giác.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu có độ lớn v_0 không đổi. Tìm góc bắn α để quả đạn pháo bay xa nhất, bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất.
Thực hiện	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
Báo cáo thảo luận	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Hôm nay chúng ta sẽ bắt đầu một bài học mới về "Phương trình lượng giác" trong môn Toán học. Trong quá trình học về phương trình lượng giác, chúng ta sẽ tìm hiểu về các công thức, tính chất và phương pháp giải phương trình lượng giác. Chúng ta sẽ làm việc với các biểu đồ, bảng giá trị và áp dụng các quy tắc toán học để giải quyết các bài tập thực tế liên quan đến phương trình lượng giác và xử lý được bài toán trong phần mở đầu trên.” Bài mới: Phương trình lượng giác cơ bản.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

1. Khái niệm phương trình tương đương

Hoạt động 1: Khái niệm phương trình tương đương.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm thế nào là hai phương trình tương đương; cách viết phương trình tương đương.
- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ 1; Ví dụ 1; Luyện tập 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được phương trình tương đương; cách viết phương trình tương đương và giải được một số bài toán đơn giản.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	Cho học sinh đọc SGK HDD1, Ví dụ 1, và thực hiện luyện tập 1 theo nhóm cặp đôi và trả lời câu hỏi: - Thế nào là hai phương trình tương đương? - Hãy trình bày cách thực hiện Ví dụ 1. - Nêu cách làm Luyện tập 1: + <i>Ta có hai biểu thức bằng nhau :</i> $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{x^2-x+2}{x+2}$. Nếu nhân cả hai vế với một biểu thức $(x+3)$ thì điều kiện có thay đổi hay không? Phương trình mới có tương đương với phương trình đã cho hay không ? + <i>Các em có thể rút ra kết luận gì từ câu hỏi trên?</i>
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, gọi đại diện nhóm theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. - HS làm việc cặp đôi theo bàn, đọc SGK và trả lời câu hỏi của giáo viên. - GV gọi các đại diện 4 nhóm lên trình bày từng câu hỏi trên bảng
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.2. Phương trình $\sin x = m$.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình $\sin x = m$, và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\sin x = m$.
- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2; Ví dụ 2, 3, 4; Luyện tập 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được công thức nghiệm của phương trình $\sin x = m$ và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\sin x = m$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động nhóm 6 lớn;

Chuyển giao	- GV đặt câu hỏi, hướng dẫn HS thực hiện HĐ2, chú ý, ví dụ 2 Hãy thực hiện câu hỏi sau Câu 1: (Nhóm 1) + Dựa vào đường tròn lượng giác hãy xác định các góc mà điểm M và M' biểu diễn? Sau đó tính $\sin$ của các góc vừa tìm được. + Nhắc lại chu kỳ tuần hoàn của hàm $\sin$? Từ đó sẽ viết được công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$? - Hãy chỉ ra trên đường tròn lượng giác các nghiệm của phương trình $\sin x = m$ trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$? + <i>Gợi ý: Các em cần xét 2 trường hợp với giá trị tuyệt đối của m, tức: $m > 1$ và $m \leq 1$.</i> Câu 2: (Nhóm 2) → Các em hãy áp dụng công thức $\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha$ và đường tròn lượng giác để giải phương trình đặc biệt sau: + $\sin x = 0$ + $\sin x = 1$
--------------------	---

	$+ \sin x = -1$ Nêu cách giải Ví dụ 2 (Nhóm 3) Giải Ví dụ 3 (Nhóm 4) Giải Ví dụ 4. (Nhóm 5) Giải Luyện tập 2 (Nhóm 6) Các nhóm trả lời câu hỏi trên bảng phụ
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm, đại diện nhóm lên trình bày nội dung nhóm thảo luận. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = m$ và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\sin x = m$.

Hoạt động 2.3: Phương trình $\cos x = m$.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình $\cos x = m$, và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\cos x = m$.

- Vận dụng để giải các bài toán đơn giản có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ3; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 3; Vận dụng.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được công thức nghiệm của phương trình $\sin x = m$ và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\sin x = m$.

d) Tổ chức thực hiện: Nhóm 2 bàn

Chuyển giao	- GV cho HS thực hiện thảo luận HĐ3 theo nhóm 4 người để nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$. - GV cho HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm Ví dụ 5 , sau đó mời 2 HS lên bảng để làm bài. - GV yêu cầu HS tiếp tục ứng dụng công thức nghiệm để làm phần Ví dụ 6 . GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần Luyện tập 3 để đưa ra cách làm và kết quả. - GV chia nhóm cho HS thảo luận và thực hiện phần Vận dụng , ứng với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp.
Thực hiện	- GV cho HS thực hiện thảo luận HĐ3 theo nhóm 4 người để nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$. - GV cho HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm Ví dụ 5 , sau đó mời 2 HS lên bảng để làm bài. + GV nhận xét và chữa chi tiết hai phần a, b đó cho HS quan sát. - GV viết công thức nghiệm lên bảng và yêu cầu tất cả HS phải học thuộc. - GV yêu cầu HS tiếp tục ứng dụng công thức nghiệm để làm phần Ví dụ 6 . + GV yêu cầu 1 HS đứng tại chỗ trình bày lại cách làm cho cả lớp. + Các HS còn lại nhận xét bài làm của bạn. - GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần Luyện tập 3 để đưa ra cách làm và kết quả. + HS làm bài và đối chiếu kết quả với nhau. + GV mời 2 HS lên bảng làm bài. + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số bàn HS về bài làm, ghi chép bài.

	+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS. - GV chia nhóm cho HS thảo luận và thực hiện phần Vận dụng, ứng với mỗi nhóm là mỗi tổ trong lớp. + Các nhóm tự vận dụng công thức nghiệm và kỹ năng suy luận giải quyết bài toán để tìm ra đáp án. + Mỗi nhóm cử 1 đại diện trình bày 1 phần câu hỏi; Các nhóm khác lắng nghe và nhận xét. + GV ghi nhận đáp án của HS và chữa chi tiết bài tập cho HS.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Công thức nghiệm của phương trình $\cos x = m$ và một số trường hợp đặc biệt của phương trình $\cos x = m$.

Tiết 2.

Hoạt động 2.4: Phương trình $\tan x = m$

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình $\tan x = m$.
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan đến phương trình $\tan x = m$.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4, Ví dụ 7, Luyện tập 4.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được, nắm được công thức nghiệm của phương trình $\tan x = m$ và áp dụng giải được các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	+ GV có thể vẽ hình (trình chiếu) hình 1.24 lên bảng cho HS quan sát và trả lời câu hỏi. - GV chỉ định 1 HS nêu công thức nghiệm nếu α có đơn vị là độ. - GV yêu cầu HS hoạt động cá nhân vận dụng công thức nghiệm để làm ví dụ 7, Luyện tập 4.
Thực hiện	+ GV có thể vẽ hình (trình chiếu) hình 1.24 lên bảng cho HS quan sát và trả lời câu hỏi. - GV chỉ định 1 HS nêu công thức nghiệm nếu α có đơn vị là độ. - HS tự vận dụng công thức nghiệm để làm ví dụ 7 sau đó GV gọi 1 HS đứng tại chỗ đọc công thức nghiệm và lời giải. - GV cho HS tự luyện phần Luyện tập 4. + GV mời 2 HS lên bảng giải bài tập. + GV nhận xét và có thể chữa bài chi tiết cho HS ghi bài vào vở
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

	- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: + Công thức nghiệm của phương trình $\tan x = m$.

Hoạt động 2.5: Phương trình $\cot x = m$

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được công thức nghiệm của phương trình $\cot x = m$.
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan đến phương trình $\cot x = m$.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HD5, Ví dụ 8, Luyện tập 5.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được, nắm được công thức nghiệm của phương trình $\cot x = m$ và áp dụng giải được các bài tập.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV vẽ (chiếu hình) lên bảng (máy chiếu) cho HS thực hiện lần lượt các phần của HD5. GV quan sát và giúp đỡ HS khi cần. - GV cho HS hoạt động cá nhân Ví dụ 8, luyện tập 5
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. + HS làm bài, rồi đối chiếu, tranh luận đáp án với bạn cùng bàn. + GV mời 2 HS lên bảng giải bài toán. + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS nắm kiến thức chậm. - GV: quan sát và trợ giúp HS.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Công thức nghiệm của phương trình $\cot x = m$.

Hoạt động 2.6: Sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.

a) Mục tiêu:

- Biết cách sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm Ví dụ 9, Luyện tập 6.

c) **Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được cách sử dụng máy tính và hoàn thành được các câu hỏi trong bài.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	- GV cần lưu ý cho HS rằng mỗi loại máy tính hiện nay sẽ có cách bấm khác nhau. - GV có thể tìm hiểu và hướng dẫn HS tùy vào từng loại máy tính. - GV cho HS quan sát phần khung kiến thức trọng tâm. - GV mời 1 HS nêu phần Chú ý. - GV cho HS thực hành theo Ví dụ 9 để biết cách thao tác với MTCT. - GV hướng dẫn để HS làm phần Luyện tập 6.
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + <i>Biết cách sử dụng máy tính cầm tay tìm một góc khi biết giá trị lượng giác của nó.</i>

3. Hoạt động: Luyện tập

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.20; 1.21 (SGK – tr.39), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về thực hiện giải các phương trình lượng giác mức cơ bản.

d) **Tổ chức thực hiện:** Thảo luận cặp đôi, cá nhân

Chuyển giao	- Phát phiếu học tập 1: Trắc nghiệm - Làm bài tập Bài 1.20; 1.21 (SGK)
Thực hiện	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu. - GV quan sát và hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	- Câu hỏi trắc nghiệm : HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai. - Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: 1 tiết

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kĩ năng:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Ôn tập, củng cố và hệ thống lại toàn bộ kiến thức trong chương I.
- HS nắm lại được toàn bộ kiến thức, áp dụng kiến thức để giải các bài tập SGK và của GV.

2. Năng lực

Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học: Các HS sẽ được khuyến khích sử dụng tư duy logic và lập luận toán học để phân tích và suy luận các vấn đề liên quan đến hàm số lượng giác và phương trình lượng giác: được yêu cầu đưa ra các luận điểm, chứng minh và lập luận logic dựa trên các quy tắc và định lý trong lĩnh vực này.
- Giao tiếp toán học: HS sẽ học cách diễn đạt ý tưởng, giải thích các phương pháp giải quyết vấn đề và trình bày các kết quả toán học một cách rõ ràng và logic.
- Mô hình hóa toán học: HS sẽ học cách biểu diễn các tình huống thực tế bằng các phương trình lượng giác và áp dụng các phương pháp giải quyết để tìm ra giải pháp.
- Giải quyết vấn đề toán học: Các HS sẽ được đặt vào các tình huống và bài tập thực tế liên quan đến hàm số lượng giác và phương trình lượng giác: sẽ phải sử dụng kiến thức đã học để phân tích vấn đề, xác định thông tin cần thiết và áp dụng các phương pháp giải quyết để tìm ra đáp án chính xác.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS thực hiện làm và trả lời nhanh phần bài tập trắc nghiệm theo sự hướng dẫn của GV.

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – tr.40 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó.

+ Câu hỏi **1.24 đến 1.31.**

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học: “Để giúp các em tổng kết lại các kiến thức một cách cô đọng nhất và vận dụng được kiến thức một cách linh hoạt trong các bài toán chúng ta cùng thực hiện các bài tập của bài ngày hôm nay”.

Đáp án:

1.24.

A. Ta biểu diễn các góc lượng giác $\alpha = -\frac{5\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}, \gamma = \frac{25\pi}{3}, \delta = \frac{17\pi}{6}$ trên cùng một đường tròn lượng giác, nhận thấy hai góc β và γ có điểm biểu diễn trùng nhau.

1.25.

B. Vì $\pi - \alpha$ và α là hai góc bù nhau nên $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha; \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$. Do đó đáp án *A* đúng và đáp án *B* sai.

Ta có góc $\pi + a$ và a là hai góc hơn kém nhau 1π nên $\sin(\pi + a) = -\sin a, \cos(\pi + a) = -\cos a$. Do đó đáp án *C* và *D* đều đúng.

1.26.

A. Ta có các công thức cộng:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

1.27.

C. Ta có: $M = \cos(a + b)\cos(a - b) - \sin(a + b)\sin(a - b)$

$$= \cos[(a + b) + (a - b)] \text{ (áp dụng công thức cộng)}$$

$$= \cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a \text{ (áp dụng công thức nhân đôi)}$$

1.28.

C. Hàm số $y = \cos x$

- Có tập xác định là $\mathbb{R}$ và tập giá trị là $[-1; 1]$;

- Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kỳ 2π .

1.29.

C. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

1.30.

A Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là nghiệm của phương trình

$$\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \text{ do } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } -2\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{9\pi}{4} \leq k\pi \leq \frac{9\pi}{4} \Leftrightarrow -2,25 \leq k \leq 2,25$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy đồ thị của các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cắt nhau tại 5 điểm có hoành độ thuộc đoạn $\left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

1.31.

B. Biểu thức $\frac{\cos x}{\sin x - 1}$ có nghĩa khi $\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Ôn tập kiến thức đã học trong chương I.

a) Mục tiêu:

- HS hệ thống hóa lại được kiến thức và nắm chắc chắn được kiến thức thông qua những câu hỏi để nhắc lại kiến thức của GV.

- Giải quyết được các bài tập vận dụng xung quanh chương I.

b) Nội dung:

- HS hệ thống hóa kiến thức trong chương I theo yêu cầu, dẫn dắt của GV.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS ghi nhớ và vận dụng kiến thức trong chương I để thực hành làm các bài tập GSK và của GV.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV thực hiện chia lớp thành 4 nhóm. Nhiệm vụ của mỗi nhóm như sau:

* Nhóm 1:

+ Hệ thống kiến thức về Giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

* Nhóm 2:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Công thức lượng giác.

* Nhóm 3:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Hàm số lượng giác.

* Nhóm 4:

+ Hệ thống hóa kiến thức về Phương trình lượng giác.

- Các nhóm có thể hệ thống hóa bằng sơ đồ.

- Các nhóm sau khi hoàn thành, mỗi nhóm cử 2 đại diện lên bảng trình bày.

Các nhóm khác cho ý kiến nhận xét bài của nhóm bạn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

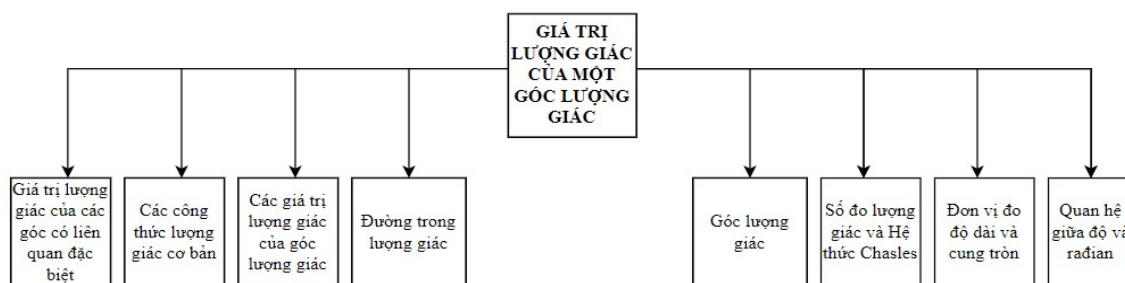
- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

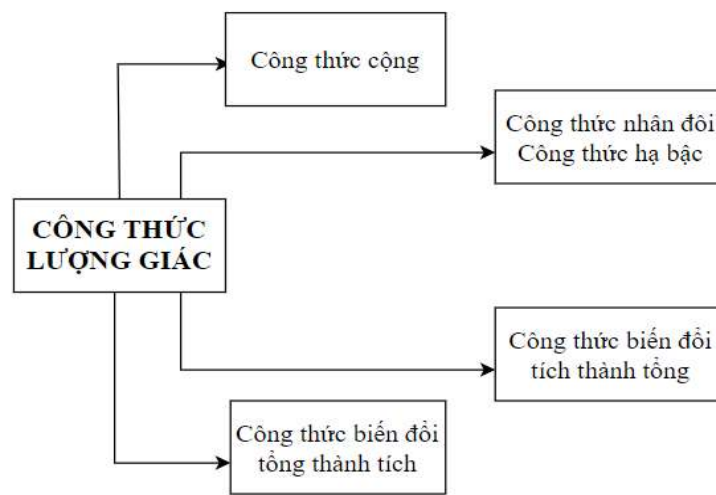
Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm trong chương I.

Ghi chú:

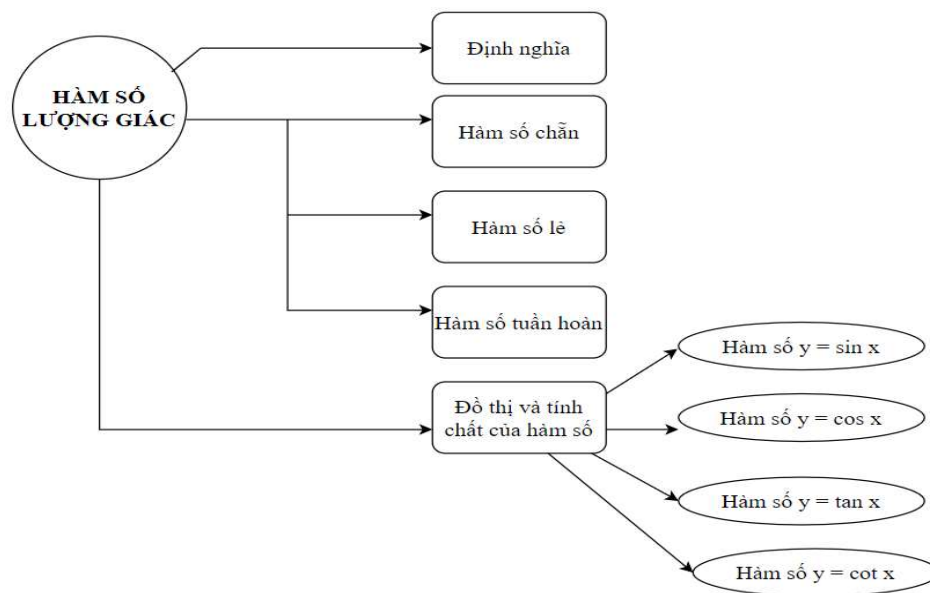
* Nhóm 1:



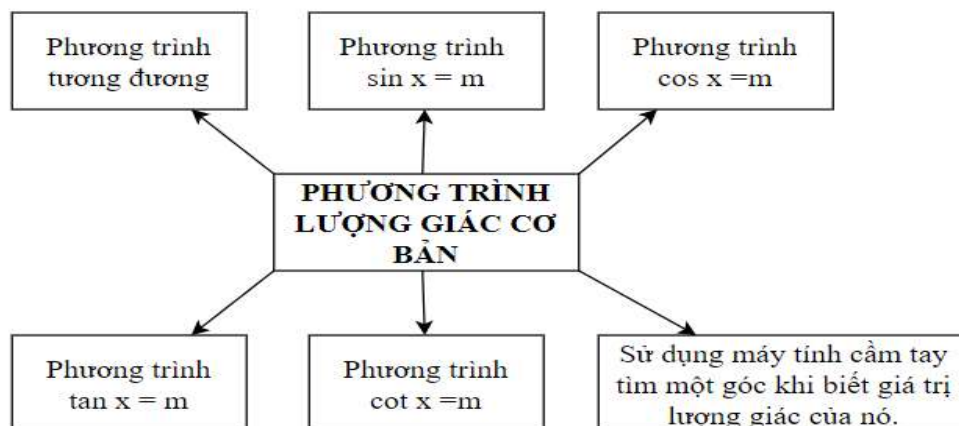
* Nhóm 2:



* Nhóm 3:



* Nhóm 4:



C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) **Nội dung:** HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1.32 đến 1.35 (SGK – tr.41), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) **Sản phẩm học tập:** Câu trả lời của HS về HS giải quyết được tất cả các bài tập liên quan

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Cho biết $\tan a = \frac{1}{2}$. Tính $\cot a$.

- A. $\cot a = 2$ B. $\cot a = \sqrt{2}$ C. $\cot a = \frac{1}{4}$ D. $\cot a = \frac{1}{2}$

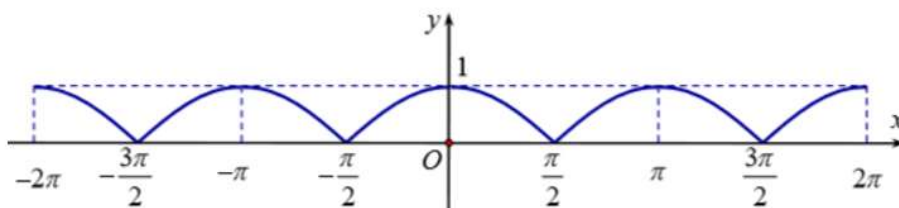
Câu 2. Biểu thức $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Câu 3. Cho $\cot a = 15$, giá trị của $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:

- A. $\frac{11}{113}$ B. $\frac{13}{113}$ C. $\frac{15}{113}$ D. $\frac{17}{113}$

Câu 4. Đồ thị hàm số trên hình vẽ là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = |\tan x|$ B. $y = |\cos 2x|$ C. $y = |\cos x|$ D. $y = |\sin x|$

Câu 5. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin x = m + 1$ có nghiệm

- A. $m \in [-1; 1]$ B. $m \in [-2; 2]$ C. $m \in [-2; 0]$ D. $m \in [0; 2]$

- GV tổ chức cho HS hoàn thành bài cá nhân **BT1.3; BT1.4; BT1.5** (SGK – tr.41).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.

- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

Kết quả:

Kết quả trắc nghiệm

1	2	3	4	5
A	A	C	B	C

Bài 1.32

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$. Mặt khác từ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$$\text{a) } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\alpha \cos\frac{\pi}{6} + \cos\alpha \sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{b) } \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\alpha \cos\frac{\pi}{6} - \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3 - \sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{c) } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\alpha \cos\frac{\pi}{3} - \cos\alpha \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} + 3}{6}.$$

$$\text{d) } \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\alpha \cos\frac{\pi}{6} + \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-3 + \sqrt{6}}{6}$$

Bài 1.33

a) Áp dụng hệ thức lượng giác cơ bản: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ và công thức nhân đôi: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$.

Ta có: $VT = (\sin a + \cos a)^2 = \sin^2 a + \cos^2 a + 2\sin a \cos a = 1 + \sin 2a = VP$ (đpcm).

b) Áp dụng hệ thức Lượng giác cơ bản: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ và công thức nhân đôi: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Ta có: $VT = \cos^4 a - \sin^4 a = (\cos^2 a)^2 - (\sin^2 a)^2$
 $= (\cos^2 a + \sin^2 a)(\cos^2 a - \sin^2 a) = 1 \cdot \cos 2a = \cos 2a = VP$ (đpcm).

Bài 1.34

a) Ta có: $-1 \leq \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow -2 - 1 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 2 - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq y \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số $y = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ là $[-3; 1]$.

b) Ta có: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right)$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Khi đó ta có hàm số $y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lại có: $-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2} \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2} \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \sin x + \cos x$ là $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Bài 1.35

$$\text{a) } \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \pi + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{b) } 2\sin^2 x - 1 + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow -(1 - 2\sin^2 x) + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow -\cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2x + k2\pi \\ 3x = -2x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ 5x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{c) } \tan\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{5} = x - \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{11\pi}{30} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = -\frac{11\pi}{30} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Bài 1.36.

a) Chu kì của hàm số $p(t)$ là $T = \frac{2\pi}{160\pi} = \frac{1}{80}$.

b) Thời gian giữa hai lần tim đập là $T = \frac{1}{80}$ (phút)

Số nhịp tim mỗi phút là $1 : \frac{1}{80} = 80$ nhịp.

c) Ta có: $-1 \leq \sin(160\pi t) \leq 1$ với mọi $t \in \mathbb{R}$

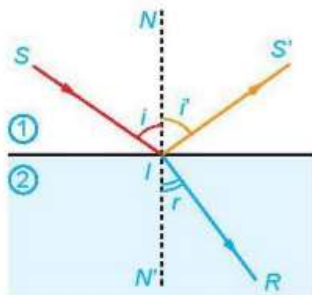
$$\Leftrightarrow -25 \leq 25\sin(160\pi t) \leq 25 \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 115 + (-25) \leq 115 + 25\sin(160\pi t) \leq 115 + 25 \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq p(t) \leq 140 \text{ với mọi } t \in \mathbb{R}$$

Do đó, chỉ số huyết áp của người này là 140/90 và chỉ số huyết áp của người này cao hơn mức bình thường.

Bài 1.37.



Hình 1.26

Theo bài ra ta có: $i = 50^\circ, n_1 = 1, n_2 = 1,33$, thay vào $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$ ta được:

$$\frac{\sin 50^\circ}{\sin r} = \frac{1,33}{1} \text{ (đk } \sin r \neq 0 \text{)}$$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{\sin 50^\circ}{1,33}$$

$$\Leftrightarrow \sin r \approx 0,57597 \text{ (thỏa mãn đk)}$$

$$\Leftrightarrow \sin r \approx \sin(35^\circ 10')$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 35^\circ 10' + k360^\circ \\ r \approx 180^\circ - 35^\circ 10' + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Mà $0^\circ < r < 90^\circ$ nên $r \approx 35^\circ 10'$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 35^\circ 10' + k360^\circ \\ r \approx 144^\circ 50' + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy góc khúc xạ $r \approx 35^\circ 10'$.

CHƯƠNG II. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân

BÀI 5: Dãy số (2 TIẾT)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Học xong bài này, HS đạt các kiến thức:

- Nhận biết được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn.
- Thể hiện được các cách cho một dãy số: bằng liệt kê các số hạng (đối với dãy số hữu hạn và có ít số hạng); bằng công thức của số hạng tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.
- Nhận biết được tính chất tăng, giảm, bị chặn của dãy số trong những trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học*: thông qua việc học sinh thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn ở trong bài học.
- *Năng lực giao tiếp*: Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác*: HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất:

- Chăm chỉ tích cực đọc sách giáo khoa, tìm tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân.
- Trung thực trong quá trình tiếp cận các kiến thức mới, ghi chép, làm bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1: ĐỊNH NGHĨA Dãy số. CÁC CÁCH CHO MỘT Dãy số

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU) ()

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: Học sinh đọc nội dung tình huống mở đầu.

Năm 2020, số dân của một thành phố trực thuộc tỉnh là khoảng 500 nghìn người. Người ta ước tính rằng số dân của thành phố đó sẽ tăng trưởng với tốc độ khoảng 2% mỗi năm. Khi đó số dân P_n (nghìn người) của thành phố đó sau n năm, kể từ năm 2020, được tính bằng công thức $P_n = 500(1 + 0,02)^n$. Hỏi nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2030, số dân của thành phố đó là khoảng bao nhiêu nghìn người?

+ H1: Dân số tăng trưởng theo quy luật $P_n = 500(1 + 0,02)^n$ thì từ năm 2020 đến năm 2023, n bằng bao nhiêu? Tính số dân?

+ H2: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2025?

+ H3: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2027?

+ H4: Tính số dân từ năm 2020 đến năm 2030?

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: dãy số.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cặp đôi.

Chuyển giao nhiệm vụ	+ GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu, yêu cầu HS hoạt động theo bàn để tìm câu trả lời. → GV dẫn dắt để học sinh thấy nhu cầu thực tế cần xét những bài toán như vậy.
Thực hiện	HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu, viết 4 kết quả tìm được lên bảng.
Báo cáo, thảo luận	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở từ 4 kết quả số dân tìm được GV dẫn dắt HS vào bài học mới: “Hôm nay chúng ta sẽ bắt đầu học về một khái niệm quan trọng trong toán học, đó là dãy số”

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

Hoạt động 1: Định nghĩa dãy số.

a) Mục tiêu:

- Giúp HS nhận biết được các định nghĩa về dãy số vô hạn và hữu hạn: Biết được thế nào là dãy số vô hạn; số hạng đầu; số hạng tổng quát của dãy số.
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1, 2; Luyện tập 1.

Nhiệm vụ 1: Nhận biết dãy số vô hạn

- GV cho HS làm phần **HĐ1** để nhận biết dãy số vô hạn.
- + GV yêu cầu 1 HS nhắc lại *thế nào là số chính phương?* và từ đó để hoàn thành HĐ1.
- + GV mời 1 HS thực hiện lần lượt các yêu cầu và GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
- GV nêu phần **Chú ý** cho HS.
- GV cho HS đọc và quan sát **Ví dụ 1** và giải thích chi tiết cho HS hiểu được Ví dụ 1.

Nhiệm vụ 2: Nhận biết dãy số hữu hạn

- GV cho 1 HS lên bảng làm phần **HĐ2a**, và 1 HS đứng tại chỗ trả lời phần b.
- GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.
- GV yêu cầu HS đọc – hiểu **Ví dụ 2** trong SGK.
- GV hướng dẫn HS làm phần **Luyện tập 1**, cho học sinh hoạt động cặp đôi theo bàn.
- + GV: *Ta thấy, nếu a chia cho 5 mà dư 1 thì khi đó sẽ tồn tại một số tự nhiên q khác 0 để $5.q + 1 = a$.*
- + *HS có thể tự làm phần b.*
- + GV mời 1 HS lên bảng trình bày đáp án.
- + GV chốt đáp án cho HS.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS sử dụng được các định nghĩa của dãy số để tính toán các bài toán đơn giản trong SGK.

1. Dãy số vô hạn

HĐ1.

Năm số chính phương đầu theo thứ tự tăng dần là: 0; 1; 4; 9; 16.

Số chính phương thứ nhất là $u_1 = 0^2 = 0$; Số chính phương thứ hai là $u_2 = 1^2 = 1$

Số chính phương thứ ba là $u_3 = 2^2 = 4$; Số chính phương thứ tư là $u_4 = 3^2 = 9$

Số chính phương thứ năm là $u_5 = 4^2 = 16$; Tiếp tục như trên, ta dự đoán được công thức tính số chính phương thứ n là $u_n = (n - 1)^2$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Kết luận:

+ Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số), kí hiệu là $u = u(n)$.

+ Ta thường viết u_n thay cho $u(n)$ và ký hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n) , do đó dãy số (u_n) được viết dưới dạng khai triển $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$. Số u_1 gọi là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và gọi là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý

Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì (u_n) được gọi là dãy số không đổi.

Ví dụ 1: (SGK – tr.43).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.43).

2. Dãy số hữu hạn

HĐ2.

a) Các số chính phương nhỏ hơn 50 được sắp xếp theo thứ tự từ bé đến lớn là 0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.

b) Ta có: $u_n = (n - 1)^2$ với $n \in \mathbb{N}^*$ và $n \leq 8$.

Kết luận:

+ Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1; 2; 3; \dots; m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

+ Dạng khai triển của dãy số hữu hạn là $u_1, u_2, \dots, u_m$. Số u_1 gọi là số hạng đầu, số u_m gọi là số hạng cuối.

Ví dụ 2: (SGK – tr.43).

Luyện tập 1.

- a) Xét số tự nhiên a khác 0, ta có a chia cho 5 dư 1, khi đó tồn tại số tự nhiên q khác 0 để $a = 5q + 1$. Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên chia cho 5 dư 1 theo thứ tự tăng dần. Khi đó, số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 5n + 1$ ($n \in \mathbb{N}^*$).
- b) Dãy gồm năm số hạng đầu của dãy số trong câu a là: 6; 11; 16; 21; 26.
Số hạng đầu của dãy là $u_1 = 6$, số hạng cuối của dãy là $u_5 = 26$.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân, cặp đôi

Chuyển giao nhiệm vụ	- GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi
Thực hiện	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
Báo cáo, thảo luận	- GV gọi hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Hoạt động 2: Cách cho một dãy số.

a) Mục tiêu:

- HS biết được cách cho một dãy số như: Liệt kê các số hạng; Công thức số hạng tổng quát; Phương pháp mô tả; Phương pháp truy hồi.
- Giải quyết được một số bài toán có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ3; Ví dụ 3, 4, 5, 6; Luyện tập 2.

- GV cho HS tự suy nghĩ và thực hiện lần lượt các yêu cầu **HĐ3** để HS nhận biết được cách cho một dãy số.
- + GV mời 2 HS trả lời câu hỏi.
- + GV nhận xét câu trả lời của HS và chốt đáp án.
- GV cần lưu ý cho HS rằng ở đây cũng là một dãy số nhưng có thể cho bằng những cách khác nhau và dẫn đến khung kiến thức trọng tâm.
- GV cho HS thực hiện **Ví dụ 3** theo bàn. HS thực hiện và đối chiếu đáp án với bạn cùng bàn.
- GV cho HS đọc phần **Ví dụ 4** và đưa ra câu hỏi cho HS: *Thế nào là số nguyên tố?*
- GV mời 1 HS đọc phần **Chú ý** cho cả lớp cùng nghe – hiểu.
- GV giới thiệu cho HS biết thế nào là hệ thức truy hồi và làm **Ví dụ 5**.
- GV hướng dẫn cho HS làm **Ví dụ 6** để giải quyết được bài toán mở đầu.
- + GV: *ta tính được $n = 2030 - 2020 = 10$. Thay 10 vào công thức ta tìm được số dân năm 2030.*
- GV cho HS thảo luận nhóm (6 – 7 học sinh) **Luyện tập 2**.
- + GV mời 2 HS đại diện 2 nhóm lên bảng làm bài, HS khác làm bài vào vở và đối chiếu đáp án.
- + GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.
- GV nêu phần **Chú ý** cho HS hiểu được cách biểu diễn các số hạng trên trục số.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS sử dụng được các cách cho một dãy số để tính toán các bài toán đơn giản trong SGK.

HĐ3:

- a) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 5n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).
- b) Số hạng đầu của dãy số là $u_1 = 5$.
- Công thức tính số hạng thứ n theo số hạng thứ $n - 1$ là $u_n = u_{n-1} + 5$ ($n \in \mathbb{N}^*, n > 1$).

Kết luận:

Một dãy số có thể cho bằng:

- + Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng).
- + Công thức của số hạng tổng quát.
- + Phương pháp mô tả.
- + Phương pháp truy hồi.

Ví dụ 3: (SGK – tr.44)

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

Ví dụ 4: (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

- Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 mà chỉ có hai ước số là 1 và chính nó.

Chú ý:

Dãy số gồm tất cả các số nguyên tố ở Ví dụ 4 được cho bởi phương pháp mô tả (số hạng thứ n là số nguyên tố thứ n). Cho đến nay người ta vẫn chưa biết có hay không một công thức tính số nguyên tố thứ n theo n (với n bất kì), hoặc là một hệ thức tính số nguyên tố thứ n theo vào số nguyên tố đứng trước nó.

- Hệ thức truy hồi là hệ thức biểu thị số hạng thứ n của dãy số qua số hạng (hay vài số hạng) đứng trước nó.

Ví dụ 5: (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

Ví dụ 6: (SGK – tr.44).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.44).

Luyện tập 2

a) Năm số hạng đầu của dãy số (u_n) với số hạng tổng quát $u_n = n!$ là

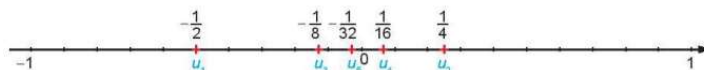
$$u_1 = 1! = 1; u_2 = 2! = 2; u_3 = 3! = 6; u_4 = 4! = 24; u_5 = 5! = 120$$

b) Năm số hạng đầu của dãy số Fibonacci (F_n) là

$$F_1 = 1; F_2 = 1; F_3 = F_2 + F_1 = 1 + 1 = 2; F_4 = F_3 + F_2 = 2 + 1 = 3;$$

$$F_5 = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5.$$

Chú ý



Để có hình ảnh trực quan về dãy số, ta thường biểu diễn các số hạng của nó trên trục số. Chẳng hạn, xét dãy số (u_n)

với $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số này là:

$$u_1 = -\frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{4}, u_3 = -\frac{1}{8}, u_4 = \frac{1}{16}, u_5 = -\frac{1}{32} \text{ và được biểu diễn trên trục số như trên.}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao nhiệm vụ	GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi
Thực hiện	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
Báo cáo, thảo luận	- GV gọi hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

TIẾT 2: Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn

Hoạt động 3: Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được thế nào là dãy số tăng và dãy số giảm.

- HS nhận biết được dãy số bị chặn: Bị chặn trên, bị chặn dưới và bị chặn.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4, 5; Ví dụ 7, 8; Luyện tập 3, 4; Vận dụng.

- GV yêu cầu HS tự thực hiện **HĐ4** và nêu đáp án cho GV để nhận biết dãy số tăng, dãy số giảm. Từ đó GV ghi bảng hoặc trình chiếu phần kết luận trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV hướng dẫn cho HS làm **Ví dụ 7**, để xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) .

+ GV: Các em cần tính được $u_{(n+1)} - u_n$ nếu hiệu này nhỏ hơn 0 thì là dãy số giảm, còn nếu hiệu lớn hơn 0 thì là dãy số tăng.

- GV cho HS tự thực hiện **luyện tập 3** (HS hoạt động nhóm cặp đôi) và sau đó GV mời 1 HS đại diện lên bảng làm bài, và mời HS khác nhận xét bài làm của bạn.

+ GV chốt đáp án cho HS.

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và thực hiện **HD5** để nhận biết dãy số bị chặn. GV quan sát HS làm bài và hỗ trợ HS khi cần.

+ GV mời 2 HS nêu cách làm và đáp án.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

→ Từ đó dẫn ra phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS tự đọc - hiểu **Ví dụ 8** sau đó mời 1 HS trình bày lại cách thực hiện cho cả lớp nghe. GV cung cấp một **Câu hỏi phụ** tương tự để cho HS vận dụng kiến thức để làm (Học sinh hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh):

Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$. Xét tính bị chặn dãy số (u_n) .

+ GV cho HS thảo luận nhóm, chỉ định 1 HS đại diện 1 nhóm bất kì lên bảng làm bài, các HS khác làm bài vào vở.

+ GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số nhóm HS làm bài.

+ GV nhận xét bài làm trên bảng và chốt đáp án.

- GV mời 1 HS nhận xét nhanh tính bị chặn của bài **Luyện tập 4** và mời chính HS đó lên bảng làm bài để chứng minh câu trả lời của mình.

+ GV mời 1 HS khác nhận xét và GV chốt đáp án cho HS.

- GV cho HS làm **Vận dụng** theo tổ trong lớp. Thi đua xem tổ nào làm nhanh và chính xác nhất.

+ Tổ nhanh nhất dơ tay phát biểu cách làm và đáp án cho các tổ còn lại lắng nghe và nhận xét bài làm.

+ GV ghi nhận kết quả và chốt đáp án cuối cùng.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được khái niệm dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn để hoàn thiện các bài tập.

HD4.

a) Ta có:

$$u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 3 - 1 = 3n + 2$$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ ta có: $u_{n+1} - u_n = (3n + 2) - (3n - 1) = 3 > 0$, tức là $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Ta có: $v_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$.

Xét hiệu $v_{n+1} - v_n$ ta có:

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \\ &= \frac{n^2 - (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{n^2 - (n^2 + 2n + 1)}{n^2(n+1)^2} \\ &= -\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Tức là $v_{n+1} < v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $v_{n+1} < v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Kết luận:

+ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có: $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

+ Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 7: (SGK – tr.45).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.45).

Luyện tập 3

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{1}{n+1}, u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)+1} = \frac{1}{n+2}$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{(n+1) - (n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Tức là $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số giảm.

2. Nhận biết dãy số bị chặn

HD5.

a) Ta có: $u_n = \frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Ta có: $\frac{1}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

suy ra $1 + \frac{1}{n} \leq 1 + 1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Do đó, $u_n = 1 + \frac{1}{n} \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Kết luận

+ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

+ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

+ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 8: (SGK – tr.45).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.46).

Câu hỏi phụ

Ta có: $u_n = \frac{4n+5}{n+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$u_n = \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4(n+1)+1}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1} \leq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Suy ra $0 < u_n < \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) bị chặn.

Luyện tập 4

Ta có: $u_n = 2n - 1 \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Dãy số (u_n) không bị chặn trên vì không có số M nào thỏa mãn:

$u_n = 2n - 1 \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên nên không bị chặn.

Vận dụng

a) Ta có:

$$s_2 = s_1 + 25 = 200 + 25 = 225$$

$$s_3 = s_2 + 25 = 225 + 25 = 250$$

$$s_4 = s_3 + 25 = 250 + 25 = 275$$

$$s_5 = s_4 + 25 = 275 + 25 = 300$$

Vậy lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty là 300 triệu đồng.

b)

Ta có:

$$s_n = s_{n-1} + 25 \Leftrightarrow s_n - s_{n-1} = 25 > 0 \text{ với mọi } n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$$

Tức là $s_n > s_{n-1}$ với mọi $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (s_n) là dãy số tăng. Điều này có nghĩa là mức lương hàng năm của anh Thanh tăng dần theo thời gian làm việc.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao nhiệm vụ	GV nêu lần lượt từng câu hỏi và tổ chức cho học sinh hoạt động cá nhân, hoạt động nhóm để thảo luận trả lời các câu hỏi.
Thực hiện	- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời. - Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.
Báo cáo, thảo luận	- GV gọi hs đại diện nhóm đứng tại chỗ trả lời câu hỏi, lên bảng làm bài. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 2.1 ; 2.2 ; 2.3 ; 2.4 (SGK – tr.46), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS về các bài tập của dãy số.

Bài 2.1.

a) Ta có: $u_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$;

$$u_2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4;$$

$$u_3 = 3 \cdot 3 - 2 = 7;$$

$$u_4 = 3 \cdot 4 - 2 = 10;$$

$$u_5 = 3 \cdot 5 - 2 = 13;$$

$$u_{100} = 3 \cdot 100 - 2 = 298.$$

b) Ta có: $u_1 = 3 \cdot 2^1 = 6$;

$$u_2 = 3 \cdot 2^2 = 12;$$

$$u_3 = 3 \cdot 2^3 = 24;$$

$$u_4 = 3 \cdot 2^4 = 48;$$

$$u_5 = 3 \cdot 2^5 = 96;$$

$$u_{100} = 3 \cdot 2^{100}.$$

c) Ta có: $u_1 = \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 = 2$

$$u_2 = \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$u_3 = \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$$

$$u_4 = \left(1 + \frac{1}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}$$

$$u_5 = \left(1 + \frac{1}{5}\right)^5 = \frac{7776}{3125}$$

$$u_{100} = \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{100} = \left(\frac{101}{100}\right)^{100}$$

Bài 2.2.

a) Năm số hạng đầu của dãy số là

$$u_1 = 1;$$

$$u_2 = 2u_1 = 2 \cdot 1 = 2;$$

$$u_3 = 3u_2 = 3 \cdot 2 = 6;$$

$$u_4 = 4u_3 = 4 \cdot 6 = 24;$$

$$u_5 = 5u_4 = 5 \cdot 24 = 120.$$

b) Nhận xét thấy $u_1 = 1 = 1!$;

$$u_2 = 2 \cdot 1 = 2!;$$

$$u_3 = 3u_2 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!;$$

$$u_4 = 4u_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!;$$

$$u_5 = 5u_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!;$$

...

Cứ tiếp tục làm như thế, ta dự đoán được công thức số hạng tổng quát của u_n là

$$u_n = n!.$$

Bài 2.3.

a) Ta có: $u_{n+1} = 2(n + 1) - 1 = 2n + 2 - 1 = 2n + 1$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = (2n + 1) - (2n - 1) = 2 > 0$, tức là $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

b)

Ta có: $u_{n+1} = -3(n + 1) + 2 = -3n - 3 + 2 = -3n - 1$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = (-3n - 1) - (-3n + 2) = -3 < 0$, tức là $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) là dãy số giảm.

$$c) u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$$

Nhận xét thấy: $u_1 = \frac{(-1)^{1-1}}{2^1} = \frac{1}{2} > 0$; $u_2 = \frac{(-1)^{2-1}}{2^2} = -\frac{1}{4} < 0$;

$u_3 = \frac{(-1)^{3-1}}{2^3} = \frac{1}{8} > 0$; $u_4 = \frac{(-1)^{4-1}}{2^4} = -\frac{1}{16} < 0$; ...

Vậy dãy số (u_n) không tăng, cũng không giảm.

Bài 2.4.

a) Ta có: $u_n = n - 1 \geq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) bị chặn dưới với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số (u_n) không bị chặn trên vì không có số M nào thỏa mãn:

$u_n = n - 1 \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên nên không bị chặn.

b) Ta có: $u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{n+2-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Vì $0 < \frac{1}{n+2} \leq \frac{1}{3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $-\frac{1}{3} \leq -\frac{1}{n+2} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra $1 - \frac{1}{3} < 1 - \frac{1}{n+2} < 1$ hay $\frac{2}{3} \leq u_n < 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

c) Ta có: $-1 \leq \sin n \leq 1$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, $-1 \leq u_n \leq 1$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (u_n) bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

d) $u_n = (-1)^{n-1} \cdot n^2$

Ta có: $(-1)^{n-1} = 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ và n lẻ.

$(-1)^{n-1} = -1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ và n chẵn.

$n^2 \geq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Do đó, $-1 \cdot n^2 \leq (-1)^{n-1} \cdot n^2 \leq 1 \cdot n^2$ hay $-n^2 < u_n \leq n^2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) bị chặn trên, bị chặn dưới nên dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao nhiệm vụ	GV yêu cầu học sinh - Giáo viên yêu học sinh làm bài tập 2.1; 2.2; 2.3; 2.4 trong sgk trang 56.
Thực hiện	HS hoạt động cá nhân.
Báo cáo, thảo luận	GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

D. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 2.5; 2.6; 2.7 (SGK – tr.46, 47).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các công thức dãy số vào các bài toán thực tế.

Bài 2.5

a) Các số nguyên dương chia hết cho 3 là: 3; 6; 9; 12; ...

Các số này có dạng $3n$ với n với $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó đều chia hết cho 3 là

$u_n = 3n$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Các số nguyên dương chia cho 4 dư 1 có dạng là $4n + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy số hạng tổng quát của dãy số tăng gồm tất cả các số nguyên dương mà mỗi số hạng của nó khi chia cho 4 dư là

$u_n = 4n + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 2.6

a) Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ nhất là:

$$A_1 = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^1 = 100,5 \text{ (triệu đồng).}$$

Số tiền ông An nhận được sau tháng thứ hai là:

$$A_2 = 100. \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^2 = 101,0025 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Số tiền ông An nhận được sau 1 năm (12 tháng) là:

$$A_{12} = 100. \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} \approx 106,17 \text{ (triệu đồng)}.$$

Bài 2.7

a) Ta có: $A_0 = 100$ (triệu đồng)

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 1 tháng là: $100 \cdot 0,8\% = 0,8$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 1 tháng là: $2 - 0,8 = 1,2$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 1 tháng là:

$$A_1 = 100 - 1,2 = 98,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 2 tháng là: $98,8 \cdot 0,8\% = 0,7904$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 2 tháng là: $2 - 0,7904 = 1,2096$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 2 tháng là:

$$A_2 = 98,8 - 1,2096 = 97,5904 \text{ (triệu đồng)}.$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 3 tháng là: $97,5904 \cdot 0,8\% = 0,7807232$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 3 tháng là: $2 - 0,7807232 = 1,2192768$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 3 tháng là:

$$A_3 = 97,5904 - 1,2192768 = 96,3711232 \text{ (triệu đồng)}.$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 4 tháng là: $96,3711232 \cdot 0,8\% \approx 0,77097$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 4 tháng là: $2 - 0,77097 = 1,22903$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 4 tháng là:

$$A_4 = 96,3711232 - 1,22903 = 95,1420932 \text{ (triệu đồng)}.$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 5 tháng là: $95,1420932 \cdot 0,8\% \approx 0,76114$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 5 tháng là: $2 - 0,76114 = 1,23886$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 5 tháng là:

$$A_5 = 95,1420932 - 1,23886 = 93,9032332 \text{ (triệu đồng)}.$$

+) Tiền lãi chị Hương phải trả sau 6 tháng là: $93,9032332 \cdot 0,8\% \approx 0,75123$ (triệu đồng).

Do đó, số tiền gốc chị Hương trả được sau 6 tháng là: $2 - 0,75123 = 1,24877$ (triệu đồng).

Khi đó, số tiền còn nợ của chị Hương sau 6 tháng là:

$$A_6 = 93,9032332 - 1,24877 = 92,6544632 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Dự đoán hệ thức truy hồi đối với dãy số (A_n) là:

$$A_0 = 100; A_n = A_{n-1} - (2 - A_{n-1} - 1.0,8\%) = 1,008A_{n-1} - 2.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao nhiệm vụ	- GV tổ chức HD HS hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh thực hiện bài tập 2.5 và 2.6. - GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.7 trong sgk trang 46,47.
Thực hiện	- HS hoạt động nhóm 6 – 7 học sinh tìm đáp án. - HS hoạt động cá nhân ở nhà bài 2.7, thảo luận nhóm thống nhất đáp án khi đến lớp.
Báo cáo, thảo luận	- Học sinh đại diện các nhóm lên bảng chia sẻ bài 2.5 và 2.6. - Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà 2.7 cho giáo viên.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kết quả.

HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.

- Hoàn thành các bài tập trong SBT
- Chuẩn bị bài mới: "**Cấp số cộng**".

TÊN BÀI DẠY: CẤP SỐ CỘNG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Định nghĩa cấp số cộng.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phấn, thước kẻ, máy chiếu

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ 3 và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Tính tổng số ghế của nhà hát đó.

Câu 1: Với các kiến thức đã học, em có thể giải quyết được yêu cầu bài toán trên không?

Câu 2: Theo quy luật bài toán đưa ra, em hãy xác định số ghế ở hàng thứ 4, hàng thứ 5, hàng thứ 6, ...?

Câu 3: Số ghế ở mỗi hàng, tính từ hàng đầu tiên lập thành một dãy số, dãy số đó có gì đặc biệt?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, bước đầu có hình dung về nội dung bài học.

(TL1) Chưa thể giải quyết ngay bài toán.

(TL2) Số ghế ở hàng thứ 4 là: 22.

Số ghế ở hàng thứ 5 là: 24.

Số ghế ở hàng thứ 6 là: 26.

...

(TL3) Số ghế ở mỗi hàng, tính từ hàng đầu tiên lập thành một dãy số: 16, 18, 20, 22, 24, 26, ... Dãy số này có số sau hơn số trước 2 đơn vị.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	- GV : Trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	* HS quan sát và chú ý lắng nghe, suy nghĩ trả lời câu hỏi.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức
-------------------------------------	--

Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

1. Định nghĩa

Hoạt động 2.1. Nhận biết cấp số cộng

a) Mục tiêu:

- Nhận biết được một dãy số là cấp số cộng.
- Biết được các khái niệm: công sai, số hạng đầu của cấp số cộng và xác định được chúng.

b) Nội dung: HĐ 1, ví dụ 1, ví dụ 2, Luyện tập 1

c) Sản phẩm: Câu trả lời của Hs. Hs hình thành được kiến thức bài học, nhận biết được dãy số là cấp số cộng, công sai và số hạng đầu của cấp số cộng.

Hoạt động 1:

a) Năm số hạng đầu của dãy số (u_n) là năm số tự nhiên lẻ đầu tiên và đó là: 1; 3; 5; 7; 9.

b) Nhận thấy trong dãy số (u_n) , số hạng sau hơn số hạng liền trước 2 đơn vị. Do đó, ta dự đoán công thức biểu diễn số hạng u_n theo số hạng u_{n-1} là $u_n = u_{n-1} + 2$.

Kết luận: Định nghĩa về cấp số cộng, công sai của cấp số cộng (**SGK - tr 48**).

Ví dụ 1 (SGK -tr48).

Ví dụ 2 (SGK – tr49).

- Để chứng minh (u_n) là một cấp số cộng, hãy chứng minh hiệu hai số hạng liên tiếp $u_n - u_{n-1}$ không đổi.

Luyện tập 1:

Ta có: $u_{n-1} = -2(n-1) + 3 = -2n + 2 + 3 = -2n + 5$

Do đó,

$u_n - u_{n-1} = (-2n + 3) - (-2n + 5) = -2$, với mọi $n \geq 2$.

Vậy dãy số (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = -2 \cdot 1 + 3 = 1$ và công sai $d = -2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV cho HS làm HĐ1 theo hướng dẫn từng bước ở SGK. - Từ HĐ1 trên GV yêu cầu một HS nêu định nghĩa “cấp số cộng” theo cách hiểu của bản thân? - Từ đó GV nhận xét và nêu định nghĩa “cấp số cộng”. - GV nêu Câu hỏi trang 48, yêu cầu HS thảo luận theo nhóm và trình bày. - HS đọc hiểu Ví dụ 1: Rèn luyện kỹ năng xác định các số hạng của cấp số cộng khi biết số hạng đầu và công sai của cấp số cộng. - GV cho HS đọc hiểu Ví dụ 2: Chứng minh một dãy số là cấp số cộng, rèn luyện cách xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng khi biết số hạng tổng quát của dãy số. - Từ định nghĩa về cấp số cộng và Ví dụ, GV cho 1 HS nêu cách chứng minh một dãy số là một cấp số cộng theo ý hiểu của bản thân. Sau đó cho HS khác nhận xét. Cuối cùng, chốt cách chứng minh. - GV cho HS làm Luyện tập 1, thảo luận nhóm đôi.
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu. - HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HĐ1, Câu hỏi, đọc hiểu các Ví dụ. - HS thảo luận nhóm Luyện tập 1
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài.

	- Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo. - HS lắng nghe, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: Định nghĩa cấp số cộng, số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

2. Số hạng tổng quát

Hoạt động 2.2: Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

a) Mục tiêu:

- Xác định và giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng.

b) Nội dung: HĐ 2, ví dụ 3, ví dụ 4, luyện tập 2

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh. HS hình thành được kiến thức bài học, xác định được công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

Hoạt động 2:

a) Ta có: $u_2 = u_1 + d$;

$u_3 = u_2 + d = (u_1 + d) + d = u_1 + 2d$;

$u_4 = u_3 + d = (u_1 + 2d) + d = u_1 + 3d$;

$u_5 = u_4 + d = (u_1 + 3d) + d = u_1 + 4d$.

b) Từ câu a, ta dự đoán công thức tính số hạng tổng quát u_n theo u_1 và d là

$$u_n = u_1 + (n - 1)d.$$

Kết luận: (SGK - tr 49).

Ví dụ 3 (SGK - tr 49).

Ví dụ 4 (SGK - tr 49).

Luyện tập 2:

Ta có: $u_n - u_{n-1} = (4n - 3) - [4(n - 1) - 3] = 4n - 3 - (4n - 4 - 3) = 4$, với mọi $n \geq 2$.

Do đó, dãy số (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$ và công sai $d = 4$.

Số hạng tổng quát là: $u_n = 1 + (n - 1) \cdot 4$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV cho HS làm HĐ2 theo hướng dẫn từng bước ở SGK. - Từ HĐ2 nhận xét và suy ra công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng. - HS đọc hiểu Ví dụ 3: Rèn luyện kỹ năng xác định các số hạng của cấp số cộng. - GV cho HS đọc hiểu Ví dụ 4: Rèn luyện cách xác định số hạng bất kì của cấp số cộng dựa vào công thức số hạng tổng quát. - GV cho HS làm Luyện tập 2, thảo luận nhóm đôi.
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu. - HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HĐ2, đọc hiểu các Ví dụ. - HS thảo luận nhóm Luyện tập 2.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài. - Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo. - HS lắng nghe, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

Tiết 2.

3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng

Hoạt động 2.3: Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng

a) Mục tiêu:

- Nắm được công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.
- Vận dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng để giải quyết các bài toán thực tiễn liên quan.
- Biết sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng n số hạng liên tiếp của một dãy số khi biết công thức số hạng tổng quát.

b) Nội dung: Hđ 3, ví dụ 5, ví dụ 6, vận dụng, góc công nghệ. (Lưu ý: đối tượng yếu kém không tổ chức Hđ 3)

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh. HS hình thành được kiến thức bài học, xác định được công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.

Hoạt động 3:

a) Ta có: $u_2 = u_1 + d$; ...;

$$u_{n-1} = u_1 + (n-1-1)d = u_1 + (n-2)d;$$

$$u_n = u_1 + (n-1)d.$$

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$$

$$= u_1 + (u_1 + d) + \dots + [u_1 + (n-2)d] + [u_1 + (n-1)d]$$

$$b) S_n = u_n + u_{n-1} + \dots + u_2 + u_1$$

$$= [u_1 + (n-1)d] + [u_1 + (n-2)d] + \dots + (u_1 + d) + u_1$$

c) Ta có:

$$S_n + S_n = \{u_1 + (u_1 + d) + \dots + [u_1 + (n-2)d] + [u_1 + (n-1)d]\} + \{[u_1 + (n-1)d] + [u_1 + (n-2)d] + \dots + (u_1 + d) + u_1\}$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = \{u_1 + [u_1 + (n-1)d]\} + \{(u_1 + d) + [u_1 + (n-2)d]\} + \dots + \{[u_1 + (n-2)d] + (u_1 + d)\} + \{[u_1 + (n-1)d] + u_1\}$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d] + \dots + [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = n \cdot [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] .$$

Kết luận: (SGK – tr50).

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\text{Chú ý: } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} .$$

Ví dụ 5 (SGK – tr50).

Ví dụ 6 (SGK – tr50).

Vận dụng:

Số tiền lương anh Nam nhận được mỗi năm lập thành một cấp số cộng, gồm 10 số hạng, với số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 20$.

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng này là

$$S_{10} = u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$$

$$S = \frac{10}{2} [2u_1 + (10-1)d] = \frac{10}{2} [2 \cdot 100 + 9 \cdot 20] = 1900 .$$

Vậy số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc ở công ty này là 1 900 triệu đồng hay 1 tỷ 900 triệu đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV cho HS làm HĐ3 theo hướng dẫn từng bước ở SGK để xây dựng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng. - Từ HĐ3 chốt kiến thức và đưa ra công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng. - GV đặt câu hỏi để HS nắm được phần Chú ý: Nếu sử dụng công thức số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n - 1)d$ thì tổng S_n sẽ được tính như thế nào? - HS đọc hiểu Ví dụ 5: Giải bài toán ở tình huống mở đầu. - GV cho HS đọc hiểu Ví dụ 6: Vận dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng để giải quyết bài toán liên quan. - GV cho HS làm Vận dụng, thảo luận nhóm đôi: Giải quyết bài toán thực tiễn liên quan đến cấp số cộng. - Gv hướng dẫn học sinh cách sử dụng máy tính cầm tay để tính tổng n số hạng liên tiếp của một dãy số khi biết công thức số hạng tổng quát.
Thực hiện	- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu. - HS suy nghĩ trả lời câu hỏi, làm HĐ3, đọc hiểu các Ví dụ. - HS thảo luận nhóm Vận dụng.
Báo cáo thảo luận	- HS giơ tay phát biểu, trình bày bài. - Đại diện nhóm trình bày các câu trả lời, các nhóm kiểm tra chéo. - HS lắng nghe, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm và yêu cầu HS ghi chép đầy đủ vào vở, nhấn mạnh các ý chính của bài về: công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.

Hoạt động 3 : Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học của bài.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm Bài 2.8 a, 2.9b, 2.10

c) Sản phẩm học tập: Lời giải bài tập. HS nhận biết được khái niệm cơ bản về cấp số cộng, công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng, công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng.

Bài 2.8:

a) Ta có: công sai của cấp số cộng đã cho là $d = 9 - 4 = 5$.

Số hạng đầu của cấp số cộng là $u_1 = 4$.

Số hạng thứ 5 của cấp số cộng là $u_5 = u_1 + (5 - 1)d = 4 + 4 \cdot 5 = 24$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 4 + (n - 1) \cdot 5 = 4 + 5n - 5 = 5n - 1 \text{ hay } u_n = 5n - 1.$$

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là $u_{100} = 5 \cdot 100 - 1 = 499$.

Bài 2.9

b) $u_n = 6n - 4$

+) Năm số hạng đầu của dãy số (u_n) là:

$$u_1 = 6 \cdot 1 - 4 = 2;$$

$$u_2 = 6 \cdot 2 - 4 = 8;$$

$$u_3 = 6 \cdot 3 - 4 = 14;$$

$$u_4 = 6 \cdot 4 - 4 = 20;$$

$$u_5 = 6 \cdot 5 - 4 = 26.$$

+) Ta có: $u_n - u_{n-1} = (6n - 4) - [6(n - 1) - 4] = 6$, với mọi $n \geq 2$.

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 6$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng này là $u_n = u_1 + (n - 1)d = 2 + (n - 1) \cdot 6$.

Bài 2.10:

Ta biểu diễn số hạng thứ 5 và số hạng thứ 12 theo số hạng thứ nhất u_1 và công sai d .

Ta có: $u_5 = u_1 + (5 - 1)d$ hay $18 = u_1 + 4d$.

$u_{12} = u_1 + (12 - 1)d$ hay $32 = u_1 + 11d$.

Khi đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ u_1 + 11d = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Số hạng thứ 50 của cấp số cộng là $u_{50} = u_1 + (50 - 1)d = 10 + 49 \cdot 2 = 108$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi bài 2.8 a, 2.9b, 2.10.
Thực hiện	HS quan sát và chú ý lắng nghe. - HS tự phân công nhóm trưởng, thảo luận nhóm. - HS hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.
Báo cáo thảo luận	- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác. - GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải.

4. Hoạt động 4 : Vận dụng

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: Bài 2.12, 2.13, 2.14

c) Sản phẩm: HS vận dụng kiến thức đã học giải quyết được bài toán về cấp số cộng.

Bài 2.12:

Giá của chiếc xe ô tô sau một năm sử dụng là $680 - 55 = 625$ (triệu đồng)

Giá của chiếc xe ô tô sau mỗi năm sử dụng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là $u_1 = 625$ và công sai $d = -55$ (do giá xe giảm).

Do đó, giá của chiếc ô tô sau 5 năm sử dụng là

$u_5 = u_1 + (5 - 1)d = 625 + 4 \cdot (-55) = -405$ (triệu đồng).

Bài 2.13:

Số ghế ở mỗi hàng của hội trường lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 15$ và công sai $d = 3$. Giả sử cần thiết kế tối thiểu n hàng ghế để hội trường có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi.

Ta có: $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] = \frac{n}{2} [2 \cdot 15 + (n - 1) \cdot 3] \geq 870$

Do đó, $n(30 + 3n - 3) \geq 1740$

$$\Leftrightarrow n(3n + 27) - 1740 \geq 0 \Leftrightarrow 3n^2 + 27n - 1740 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq -29 \\ n \geq 20 \end{cases}.$$

Vậy cần thiết kế tối thiểu 20 hàng ghế để thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 2.14:

Ta có: 1,2 triệu người = 1 200 nghìn người.

Dân số mỗi năm của thành phố từ năm 2020 đến năm 2030 lập thành một cấp số cộng, gồm 11 số hạng ($2030 - 2020 + 1 = 11$), với số hạng đầu $u_1 = 1200$ và công sai $d = 30$.

Ta có: $u_{11} = u_1 + (11 - 1)d = 1200 + 10 \cdot 30 = 1500$.

Vậy dân số của thành phố này vào năm 2030 khoảng 1 500 nghìn người hay 1,5 triệu người.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.12, 2.13, 2.14 trong sgk trang 51
Thực hiện	HS hoạt động cá nhân.
Báo cáo thảo luận	Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà cho giáo viên.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

BÀI 3: CẤP SỐ NHÂN

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - GT: 11

Thời gian thực hiện: 02 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Định nghĩa cấp số nhân.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học:* Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Phân tích được tình huống trong học tập, trong cuộc sống; phát hiện và nêu được tình huống có vấn đề trong học tập và trong cuộc sống. Biết đặt nhiều câu hỏi có giá trị, nêu được nhiều ý tưởng mới trong học tập.
- *Năng lực tự quản lý:* HS làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập, trong cuộc sống hàng ngày; hợp tác nhóm, trưởng nhóm phải biết phân công nhiệm vụ cho từng thành viên của nhóm, các thành viên của nhóm phải ý thức được nhiệm vụ và hoàn thành nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp:* Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác:* HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ:* Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất:

- *Trách nhiệm:* Không đổ lỗi cho người khác, có ý thức và tìm cách khắc phục thiếu sót của bản thân; quan tâm đến các công việc chung. Tìm hiểu và chấp hành những quy định chung của tập thể; tránh những hành vi vi phạm kỷ luật.
- *Chăm chỉ:* Tích cực học tập, rèn luyện để chuẩn bị cho nghề nghiệp tương lai. Luôn cố gắng vươn lên đạt kết quả tốt trong học tập. Ham học hỏi, thích đọc sách để mở rộng hiểu biết.
- *Trung thực:* Thật thà, thẳng thắn trong học tập, lao động và sinh hoạt hằng ngày; mạnh dạn nói lên ý kiến của mình. Luôn giữ lời hứa; mạnh dạn nhận lỗi, sửa lỗi và bảo vệ cái đúng, cái tốt.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức về cấp số nhân
- Máy chiếu
- Bảng phụ
- Phiếu học tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC:

TIẾT 1:

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Giúp học sinh xác định được nhiệm vụ cụ thể cần giải quyết trong bài học.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.

H1- Hãy tính số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

H2- Nếu xem số số tiền lương năm thứ 1, thứ 2, thứ 3, thứ 4, thứ 5 là các số hạng của một dãy số thì các số hạng của dãy số có quy tắc gì?

H3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân được hay không?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- Số tiền lương thu được ở năm thứ 2, năm thứ 3, thứ 4, thứ 5

L2- Quy tắc đó là: Từ số hạng thứ hai trở đi đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với 1 giá trị không đổi 0,05

L3- Có thể khái quát quy tắc trên bằng phép nhân với một số không đổi.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ:** *Giới thiệu bài toán*

Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó. Tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng).

***) Thực hiện:** Học sinh tính số tiền lương của 5 năm đầu tiên và thấy được sự liên quan của số tiền thu được sau các năm liên tiếp nhau, hình thành phương pháp xác định số tiền lương và tìm hiểu nội dung bài học để trả lời được câu hỏi tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm

***) Báo cáo, thảo luận:**

- HS trả lời nhanh các câu hỏi của giáo viên.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- Học sinh tham gia tích cực và trình bày hướng để giải quyết vấn đề.

- Dẫn dắt vào bài mới.

CẤP SỐ NHÂN

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1: Tìm hiểu định nghĩa

a) **Mục tiêu:** Học sinh biết được khái niệm cấp số nhân

b) **Nội dung:**

- Học sinh làm việc nhóm thực hiện các yêu cầu sau

Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3 \cdot 2^n$.

a) Viết năm số hạng đầu của dãy số này.

b) Dự đoán hệ thức truy hồi liên hệ giữa u_n và u_{n-1} .

- Học sinh thực hiện yêu cầu

+ Viết 5 số hạng đầu

+ Dự đoán mối liên hệ giữa các số hạng từ đó dự đoán hệ thức truy hồi

- Học sinh trả lời câu hỏi:

Câu hỏi 1: Từ định nghĩa, nêu phương pháp chứng minh dãy số là cấp số nhân?

Câu hỏi 2: Từ định nghĩa, nêu phương pháp tìm công bội q của cấp số nhân.

c) **Sản phẩm:**

- Hình thành định nghĩa CSN

- Biết tìm công bội của CSN dựa vào số hạng đã biết

- Biết cách chứng minh 1 dãy số là CSN

I. Định nghĩa của cấp số nhân

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q . Số q được gọi là **công bội** của cấp số nhân.

Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} \cdot q$ với $n \geq 2$

Đặc biệt:

Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1; 0; 0; 0; \dots$

Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng $u_1; u_1; u_1; u_1; \dots; u_1; \dots$

Khi $u_1 = 0$ thì với mọi q , cấp số nhân có dạng $0; 0; 0; 0; \dots$

- Xét $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q = \text{hằng số}$ thì (u_n) là cấp số nhân có công bội q .

d) **Tổ chức thực hiện**

*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** Giao nhiệm vụ cho các nhóm thực hiện

*) **Thực hiện:** Hoạt động nhóm thực hiện yêu cầu của giáo viên

*) **Báo cáo thảo luận:**

- GV gọi lần lượt hs đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.
- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận: Định nghĩa cấp số nhân

Hoạt động 2.2: Tìm hiểu số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) Mục tiêu: Học sinh biết công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

b) Nội dung:

- Yêu cầu học sinh thực hiện bài toán : Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu u_1 và công bội q .

a) Tính các số hạng u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q .

b) Dự đoán công thức tính số hạng thứ n theo u_1 và q .

H1: Để tính được u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q . Ta dựa vào điều gì?

H2: Tính các số hạng u_2, u_3, u_4, u_5 theo u_1 và q ?

H3: Hãy tính số tiền mà nhà ti phú phải trả cho nhà toán học ở ngày thứ 20?

H4: Dự đoán công thức tính số hạng thứ n theo u_1 và q .

c) Sản phẩm:

- Đáp án các câu hỏi trong VD

$$u_2 = u_1 \cdot q; u_3 = u_1 \cdot q^2; u_4 = u_1 \cdot q^3$$

- Dự đoán công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$

II. Số hạng tổng quát

Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$ với $n \geq 2$

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ**

- Giáo viên chiếu (hoặc dùng bảng phụ) cho học sinh quan sát và các câu hỏi. Cho học sinh 4 nhóm cùng trả lời các câu hỏi.

***) Thực hiện nhiệm vụ**

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.
- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.

***) Báo cáo, thảo luận**

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên treo bảng phụ và gọi một học sinh bất kì của nhóm đó giải thích câu trả lời.
- Học sinh giải thích câu trả lời. Các học sinh ở nhóm khác nhận xét, bổ sung.

***) Kết luận, nhận định**

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân.

Giao nhiệm vụ về nhà

- Biết định nghĩa cấp số nhân, các trường hợp đặc biệt
 - Tính các số hạng $u_2, u_3, u_4, u_5, \dots$ theo u_1 và q theo công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$ với $n \geq 2$
 - Đọc phần công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân,
-

TIẾT 2:

Hoạt động 2.3: Tìm hiểu tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

a) Mục tiêu: Học sinh biết công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

b) Nội dung:

- Học sinh hoàn thành phiếu học tập

Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = a$ và công bội $q \neq 1$. Để tính tổng của n số hạng đầu $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$ Thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:

- a) Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo u_1 và q để được biểu thức tính tổng S_n chỉ chứa u_1 và q .
- b) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với q để được biểu thức tính tích $q \cdot S_n$ chỉ chứa u_1 và q .
- c) Trừ từng vế hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính $(1-q)S_n$ theo u_1 và q . Từ đó suy ra công thức tính S_n .

H1: Biểu diễn mỗi số hạng trong tổng trên theo u_1 và q ?

H2:) Từ kết quả phần a, nhân cả hai vế với q để được biểu thức tính tích $q \cdot S_n$ chỉ chứa u_1 và q ?

H3: Trừ từng vế hai đẳng thức nhận được ở a và b và giản ước các số hạng đồng dạng để tính $(1-q)S_n$ theo u_1 và q . Từ đó suy ra công thức tính S_n ?

c) Sản phẩm:

- Thực hiện theo yêu cầu của GV hoàn thiện phiếu học tập
- Hình thành công thức tính tổng n số hạng đầu của CSN

III. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

d) Tổ chức thực hiện:

**)Chuyển giao nhiệm vụ*

- Giáo viên cho 4 nhóm hoàn thành phiếu học tập

**)Thực hiện nhiệm vụ*

- Học sinh thảo luận, đưa ra câu trả lời, viết câu trả lời vào bảng phụ.

- Giáo viên quan sát, theo dõi các nhóm.

- Học sinh các nhóm thảo luận, tìm câu trả lời

**)Báo cáo,thảo luận*

- Các nhóm nộp sản phẩm. Giáo viên chọn sản phẩm của 1 nhóm để treo, và gọi thành viên nhóm khác nhận xét.

- Các học sinh đặt câu hỏi để hiểu bài hơn.

- Nhóm nào nhanh nhất, lên bảng trình bày

**)Kết luận, nhận định*

Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên kết luận

3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

Hoạt động 3.1: Học sinh thực hành theo nhóm

a) **Mục tiêu:** Vận dụng các kiến thức đã học giải các ví dụ

b) **Nội dung:** Giải quyết được các yêu cầu giáo viên đưa ra

Ví dụ 1: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân này.

Ví dụ 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$. Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

Ví dụ 3: Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của cấp số nhân: $8, -4, \dots$

Ví dụ 4: Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 10 bằng 1536 và số hạng thứ 12 bằng 6144. Tìm số hạng thứ 20 của cấp số nhân đó.

Ví dụ 5: Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

Ví dụ 6: Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số nhân $2, 6, 18, \dots$ để được kết quả bằng 728

c) **Sản phẩm:** Học sinh làm trình bày.

TL1:

Năm số hạng đầu của cấp số nhân này là:

$$u_1 = 5, u_2 = u_1 \cdot q = 5 \cdot (-2) = -10, u_3 = u_2 \cdot q = (-10) \cdot (-2) = 20$$

$$u_4 = u_3 \cdot q = 20 \cdot (-2) = -40, u_5 = u_4 \cdot q = (-40) \cdot (-2) = 80$$

TL2: Với mọi $n \geq 2$, ta có $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{3^{n-1}} \cdot \frac{3^{n-2}}{1} = \frac{1}{3}$ tức là $u_n = \frac{1}{3} \cdot u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$.

Vậy (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3^0} = 1$ và công bội $q = \frac{1}{3}$.

TL3:

Cấp số nhân này có số hạng đầu $u_1 = 8$ và công bội $q = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$.

Do đó năm số hạng đầu là: $8, -4, 2, -1, \frac{1}{2}$.

Số hạng thứ 100 là: $u_{100} = u_1 \cdot q^{99} = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{99} = -\frac{1}{2^{96}}$.

TL4:

Giả sử u_1 là số hạng đầu và q là công bội của cấp số nhân đã cho. Ta có: $\begin{cases} u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1536 \\ u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 6144 \end{cases}$

Từ đây suy ra $q^2 = 4$, tức là $q = 2$ hoặc $q = -2$.

Với $q = 2$, ta tính được $u_1 = 3$.

Với $q = -2$ ta tính được $u_1 = -3$ (trường hợp này loại vì $u_1 > 0$ theo giả thiết).

Do đó $u_1 = 3$ và $q = 2$.

Vậy số hạng thứ 20 của cấp số nhân đã cho là $u_{20} = u_1 \cdot q^{19} = 3 \cdot 2^{19} = 1572864$.

TL5:

Lương hằng năm (triệu đồng) của chuyên gia lập thành một cấp số nhân, với số hạng đầu $u_1 = 240$ và công bội $q = 1,05$. Tổng số lương của chuyên gia đó sau 10 năm chính là tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân này và bằng

$$S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{240[1-(1,05)^{10}]}{1-1,05} \approx 3019.$$

Vậy tổng số lương (làm tròn đến triệu đồng) của chuyên gia đó sau 10 năm là 3019 triệu đồng hay 3,019 tỉ đồng.

TL6:

Cấp số nhân này có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Gọi n là số các số hạng đầu cần lấy. Ta có

$$728 = S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2(1-3^n)}{1-3} = 3^n - 1.$$

Từ đây ta được $3^n = 729 = 3^6$. Suy ra $n = 6$.

Vậy phải lấy 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho để được tổng bằng 728.

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV yêu cầu học sinh

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm các ví dụ theo sự phân công

*) **Thực hiện**: HS hoạt động độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận**:

GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Hoạt động 3.2: Học sinh thực hành cá nhân.

a) **Mục tiêu**: HS biết áp dụng các kiến thức về cấp số nhân. HS thực hiện được cơ bản các dạng bài tập về cấp số nhân.

b) **Nội dung**:

Luyện tập 1: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 \cdot 5^n$. Chứng minh rằng dãy số này là một cấp số nhân. Xác định số hạng đầu và công bội của nó.

Luyện tập 2: Trong một lọ nuôi cấy vi khuẩn, ban đầu có 5000 con vi khuẩn và số lượng vi khuẩn tăng lên thêm 8% mỗi giờ. Hỏi sau 5 giờ thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

c) **Sản phẩm**: học sinh thể hiện trên phiếu học tập kết quả bài làm của mình.

TL1: Để chứng minh dãy số (u_n) gồm các số khác 0 là một cấp số nhân, ta cm tỉ số $\frac{u_n}{u_{n-1}}$ không đổi.

TL2: chuyển đổi ngôn ngữ bài toán về CSN, Tính được số vi khuẩn dựa vào công thức số hạng tổng quát

d) Tổ chức thực hiện

*) **Chuyển giao** HS: Nhận nhiệm vụ

*) **Thực hiện** HS: Thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào phiếu học tập.

*) **Báo cáo thảo luận**

- Từng học sinh trình bày kết quả các câu hỏi.

- Các học sinh khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu đúng và nhanh nhất.

- Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG.

a) **Mục tiêu:** Giải quyết một số bài toán ứng dụng cấp số nhân trong thực tế.

b) **Nội dung: GV đưa ra bài toán**

Một nhà máy tuyển thêm công nhân vào làm việc trong thời hạn ba năm và đưa ra hai phương án lựa chọn về lương như sau:

- Phương án 1: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng.

- Phương án 2: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý, lương tháng sẽ tăng thêm 5%.

Với phương án nào thì tổng lương nhận được sau ba năm làm việc của người công nhân sẽ lớn hơn?

c) **Sản phẩm:** Sản phẩm trình bày của 4 nhóm học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện**

*)**Chuyển giao** GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập 5 cuối tiết 2 của bài

HS: Nhận nhiệm vụ, làm câu hỏi theo số thứ tự nhóm.

*)**Thực hiện** Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và thảo luận và ghi kết quả vào bảng trả lời của nhóm.

*)**Báo cáo thảo luận**

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm vào tiết sau.

Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

*)**Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

Giao nhiệm vụ về nhà

- Biết công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân,

- Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Thời gian thực hiện: 01 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Học sinh ôn lại và củng cố về:

- Nhận biết được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn.
- Nhận biết các cách cho một dãy số: bằng liệt kê các số hạng (đối với dãy số hữu hạn và có ít số hạng); bằng công thức của số hạng tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.
- Nhận biết được tính chất tăng, giảm, bị chặn của dãy số trong những trường hợp đơn giản.
- Định nghĩa cấp số cộng.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng.
- Định nghĩa cấp số nhân.
- Công sai, số hạng đầu và số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: Học sinh luôn chủ động, tích cực thực hiện những công việc của bản thân khi được GV giao nhiệm vụ trong học tập.
- *Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học*: thông qua việc học sinh thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn ở trong bài học. Trong các lời giải của các bài tập.
- *Năng lực giao tiếp*: Hoàn thiện khả năng lắng nghe, phân tích và tiếp thu ý kiến của người khác
- *Năng lực hợp tác*: HS xác định rõ nhiệm vụ của nhóm và trách nhiệm của bản thân trong quá trình hoạt động
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.
- *Năng lực tư duy và lập luận Toán học*: So sánh, phân tích dữ liệu tìm ra mối liên hệ giữa các đối tượng đã cho và nội dung bài học, từ đó có thể áp dụng kiến thức đã học để giải quyết các bài toán.

3. Phẩm chất:

- Chăm chỉ tích cực đọc sách giáo khoa, tìm tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân.
- Có trách nhiệm trong hoạt động nhóm, chủ động thực hiện các nhiệm vụ.
- Trung thực trong quá trình tiếp cận các kiến thức mới, ghi chép, làm bài tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên tổng hợp kiến thức bài dãy số; cấp số cộng; cấp số nhân
- Giáo viên giải các bài tập phần trắc nghiệm và bài tập phần tự luận trong sgk trang 56,57.
- Mỗi học sinh tự tổng hợp lại kiến thức bài Dãy số; Cấp số cộng; Cấp số nhân và làm các bài tập 2.22 đến 2.26; 2.27; 2.28; 2.30; 2.31 ra vở ghi.

III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC :

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Nhớ lại tên các bài học và mục lục chính của từng bài học thuộc chương II.

b) Nội dung: Học sinh hoạt động cá nhân và nhắc lại các định nghĩa và các tính chất

H1- Nhắc lại tên các bài học của chương II?

H2- Nhắc lại các mục lục chính của bài dãy số?

H3- Nhắc lại các mục lục chính của bài cấp số cộng?

H4- Nhắc lại các mục lục chính của bài cấp số nhân?

c) Sản phẩm:

Học sinh trả lời các câu hỏi.

TL1: Bài 1: Dãy số; Bài 2: Cấp số cộng; Bài 3: Cấp số nhân.

TL2: Bài **Dãy số** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Cách cho một dãy số; 3. Dãy số tăng, dãy số giảm và dãy số bị chặn)

TL3: Bài **Cấp số cộng** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Số hạng tổng quát; 3. Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng)

TL4: Bài **Cấp số nhân** gồm: (1. Định nghĩa; 2. Số hạng tổng quát; 3. Tổng n số hạng đầu của cấp số nhân)

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu lần lượt từng câu hỏi

- GV mời 4 học sinh lần lượt trả lời câu hỏi

***) Thực hiện:** HS hoạt động cá nhân.

***) Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 4 hs đứng tại chỗ trả lời câu hỏi.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

2. HOẠT ĐỘNG 2: HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

a) Mục tiêu: Nhớ lại định nghĩa dãy số, cách cho một dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn; Nhớ lại định nghĩa Cấp số cộng, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của cấp số cộng; Nhớ lại định nghĩa Cấp số nhân, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của cấp số nhân.

b) Nội dung: Học sinh hoạt động cá nhân và nhắc lại

H1- Nhắc lại định nghĩa dãy số, cách cho một dãy số, dãy số tăng, dãy số giảm, dãy số bị chặn?

H2- Nhắc lại định nghĩa Cấp số cộng, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của cấp số cộng?

H3- Nhắc lại định nghĩa Cấp số nhân, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của cấp số nhân?

c) Sản phẩm:

Học sinh trả lời các câu hỏi.

TL1

Định nghĩa

□ Một hàm số u xác định trên tập hợp các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (hay gọi tắt là dãy số). Kí hiệu dãy số là $u(n)$.

□ Dạng khai triển của dãy số $u(n)$ là $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

□ Mỗi giá trị của hàm số u được gọi là một số hạng của dãy số. Chẳng hạn:

□ $u_1 = u(1)$: số hạng thứ nhất (hay còn gọi là số hạng đầu).

□ $u_2 = u(2)$: số hạng thứ hai.

□ $u_n = u(n)$: số hạng thứ n (hay còn gọi là số hạng tổng quát).

Cách cho một dãy số

Có 4 cách để cho một dãy số

Cách 1: Liệt kê tất cả các số hạng (thường dùng với dãy hữu hạn)

Cách 2: Công thức của số hạng tổng quát.

Cách 3: Phương pháp mô tả.

Cách 4: Phương pháp truy hồi, nghĩa là:

□ Cho số hạng thứ nhất u_1 (hoặc một vài số hạng đầu tiên);

□ Cho một công thức tính u_n theo u_{n-1} (hoặc theo vài số hạng đứng ngay trước nó).

Dãy số tăng, dãy số giảm

□ Dãy số (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow n \in \mathbb{N}^*, u_n < u_{n+1}$.

□ Dãy số (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow n \in \mathbb{N}^*, u_n > u_{n+1}$.

TL2.

Định nghĩa

□ Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hay hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi, nghĩa là: (u_n) là cấp số cộng $u_n = u_{n-1} + d$, $n \geq 2$

□ Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

Tính chất

Định lý 1. Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$$

Hệ quả. Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$.

Số hạng tổng quát

Định lý 2. Nếu một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức sau: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng

Định lý 3. Giả sử (u_n) là 1 cấp số cộng có công sai d . Gọi $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng). Khi đó $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

TL3

Định nghĩa

□ Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó và một số q không đổi, nghĩa là: (u_n) là cấp số nhân $u_n = u_{n-1} \cdot q$, $n \geq 2$

□ Số q được gọi là công bội của cấp số nhân, với $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$; $n \geq 1$

Tính chất

Định lý 1. Nếu (u_n) là một cấp số nhân thì kể từ số hạng thứ hai, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số nhân hữu hạn) bằng tích của hai số hạng đứng kề nó trong dãy. Tức là:

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, \quad k \geq 2.$$

Hệ quả. Nếu a, b, c là ba số khác 0, thì “ba số a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân khi và chỉ khi $b^2 = ac$ ”.

Số hạng tổng quát

Định lý 2. Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$ thì số hạng tổng quát u_n của nó được tính bởi công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$, $n \geq 2$.

Tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân

Định lý 3. Giả sử (u_n) là cấp số nhân có công bội q . Gọi $S_n = \sum_{k=1}^n u_k = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Nếu $q = 1$ thì $S_n = nu_1$. Nếu $q \neq 1$ thì $S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV chia lớp ra làm ba nhóm, giao cho mỗi nhóm một câu hỏi và yêu cầu các nhóm thực hiện trên giấy A0.

*) **Thực hiện**: HS làm theo nhóm

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi lần lượt 3 hs, lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- GV Chốt lại một số kiến thức đã học.

3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu**: Vận dụng các kiến thức đã học giải các bài tập phần trắc nghiệm và bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 56,57.

b) **Nội dung**: Làm bài tập phần trắc nghiệm và bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 56,57.

c) **Sản phẩm**: Học sinh làm trình bày .

- Bài tập phần trắc nghiệm, GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

2.22.C	2.23.D	2.24.A	2.25.B	2.26.C
--------	--------	--------	--------	--------

- Bài tập phần tự luận: 2.27, 2.28, 2.30, 2.31

Bài 2.27: Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, số tiếng chuông đồng hồ quả lắc báo giờ lập thành một cấp số cộng gồm 12 số hạng, với số hạng đầu là 1 và công sai là 1 .

Tổng của 12 số hạng này là $S = 78$.

Bài 2.28: Ta có: 24 giờ = $24 \cdot 3 \cdot 20 = 72 \cdot 20$ (phút).

Như vậy, sau 24 giờ, tức là sau 72 chu kì phân chia, từ tế bào ban đầu sẽ phân chia thành 2^{72} tế bào.

Bài 2.30: Giả sử ba số đã cho theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $x, y, 21 - (x + y)$ (vì tổng của ba số bằng 21). Do ba số này lập thành cấp số cộng nên

$$y - x = [21 - (x + y)] - y \Leftrightarrow 3y = 21 \Leftrightarrow y = 7.$$

Khi đó 3 số đã cho có dạng: $x, 7, 14 - x$.

Bởi vì nếu lần lượt thêm các số 2 ; 3 ; 9 vào ba số đó thì được ba số $x + 2; 10; 23 - x$ lập thành một cấp số nhân nên

$$\frac{10}{x+2} = \frac{23-x}{10} \Leftrightarrow (x+2)(23-x) = 100 \Leftrightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Leftrightarrow x \in \{3; 18\}.$$

Vậy ta có hai bộ số cần tìm là $(3; 7; 11)$ và $(18; 7; -4)$.

Bài 2.31: a) Gọi $u_n (1 \leq n \leq 25)$ là độ cao của bậc cầu thang thứ n so với sàn tầng một.

Nhận thấy u_n là cấp số cộng với $u_1 = 16$ và công sai $d = 16$.

Suy ra $u_n = u_1 + (n-1)d = 16n$.

Vậy độ cao của bậc cầu thang thứ n so với mặt sân là $v_n = u_n + 50 = 16n + 50$ (cm).

b) Độ cao của sàn tầng thứ hai so với mặt sân chính là độ cao của bậc cầu thang thứ 25 so với mặt sân và bằng $v_{25} = 16 \cdot 25 + 50 = 450$ (cm).

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV yêu cầu học sinh

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập phần trắc nghiệm trang 56.

- Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập 2.27; 2.28; 2.31; 2.31 phần tự luận trong sgk trang 57.

***) Thực hiện:** HS hoạt động cá nhân.

***) Báo cáo, thảo luận:**

GV gọi 1 học sinh đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

GV gọi 4 học sinh lên bảng trình bày câu trả lời. Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

4. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG, TÌM TÒI, MỞ RỘNG

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức đã học giải các bài tập 2.23 trong sgk trang 57.

b) Nội dung: Làm bài tập 2.32

c) Sản phẩm: Học sinh làm trình bày.

Bài 2.32. Gọi S_n là tổng diện tích hình vuông được tô ở bước thứ n . Ta có $S_1 = \frac{1}{9}$.

Bước 2 nhiều hơn bước 1 là 8 hình vuông có diện tích $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^2}$.

Suy ra $S_2 = S_1 + 8 \cdot \frac{1}{9^2}$.

Bước 3 nhiều hơn bước 2 là $8 \cdot 8 = 8^2$ hình vuông diện tích $\frac{1}{9^2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^3}$.

Suy ra $S_3 = S_2 + 8^2 \cdot \frac{1}{9^3}$.

Bước 4 nhiều hơn bước 5 là $8^2 \cdot 8 = 8^3$ hình vuông diện tích $\frac{1}{9^3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^4}$.

Suy ra $S_4 = S_3 + 8^3 \cdot \frac{1}{9^4}$.

Bước 5 nhiều hơn bước 2 là $8^3 \cdot 8 = 8^4$ hình vuông diện tích $\frac{1}{9^4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9^5}$.

Suy ra $S_5 = S_4 + 8^4 \cdot \frac{1}{9^5}$. Vậy sau 5 bước thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh là

$$S_5 = \frac{1}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8^2}{9^3} + \frac{8^3}{9^4} + \frac{8^4}{9^5} \approx 0,445 \text{ (đơn vị diện tích)}.$$

Chú ý. Tổng quát, nếu quá trình lặp lại n lần thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh sẽ là

$$S_n = \frac{1}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8^2}{9^3} + \dots + \frac{8^{n-1}}{9^n}.$$

Nhận thấy S_n là tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{9}$, công bội $q = \frac{8}{9}$.

$$\text{Do đó } S_n = \frac{1}{9} \cdot \frac{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n}{1 - \frac{8}{9}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n}{\frac{1}{9}} = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n.$$

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV yêu cầu học sinh về nhà làm bài tập 2.32 trong sgk trang 57.

*) **Thực hiện**: HS hoạt động cá nhân.

*) **Báo cáo, thảo luận**:

Học sinh nộp ảnh bài tập về nhà cho giáo viên.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

TÊN BÀI DẠY: Bài 8 - MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức, kỹ năng:

- Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm.

- Ghép nhóm mẫu số liệu.

2. Về năng lực:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.
- Rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Về phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, tài liệu giảng dạy, giáo án PPT.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. Tiến trình dạy học

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về vai trò và lợi ích của việc sử dụng các mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: Hãy quan sát bảng số liệu và trả lời câu hỏi: Biểu diễn dãy số liệu về tổng điểm ba môn của các thí sinh này thế nào để các trường thấy được bức tranh tổng thể về kết quả thi?

STT	Điểm Toán	Điểm Vật lí	Điểm Hoá học	Tổng điểm
1	8,00	7,25	7,75	23,00
2	6,00	7,75	6,50	20,25
...	...	...	...	...
344 752	4,50	5,75	6,25	16,50

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV đưa vấn đề: Biểu diễn dãy số liệu về tổng điểm ba môn của các thí sinh này thế nào để các trường thấy được bức tranh tổng thể về kết quả thi?
Thực hiện	HS chú ý lắng nghe, suy nghĩ câu trả lời.
Báo cáo thảo luận	GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: " Mẫu số liệu ghép nhóm"

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1. GIỚI THIỆU VỀ MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

a) Mục tiêu: Học sinh biết được thế nào là mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: - HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm HD1, thực hiện Ví dụ 1, củng cố bằng trả lời Luyện tập 1 SGK.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, HS hình thành được kiến thức bài học, nhận biết được mẫu số liệu ghép nhóm

Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định. Nhóm số liệu thường được cho dưới dạng $[a, b]$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyên giao	- GV cho HS đọc HD1 . Xét dữ liệu cho trong tình huống mở đầu.																
	a) Mẫu số liệu về tổng điểm, kí hiệu là (T) 43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56 53 50 42 55 có bao nhiêu giá trị?																
	b) Nếu lập bảng tần số cho mẫu số liệu (T) thì có dễ hình dung được bức tranh tổng thể về kết quả thi không? Vì sao?																
	c) Mẫu số liệu (T) được mô tả dưới dạng bảng thống kê sau:																
	<table><tr><td>Tổng điểm</td><td>< 6</td><td>[6; 7)</td><td>[7; 8)</td><td>...</td><td>[28; 29)</td><td>[29; 30]</td></tr><tr><td>Số thí sinh</td><td>23</td><td>69</td><td>192</td><td>...</td><td>216</td><td>12</td></tr></table>	Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30]	Số thí sinh	23	69	192	...	216	12		
Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30]											
Số thí sinh	23	69	192	...	216	12											
	Hãy đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trong bảng thống kê.																
	- GV hướng dẫn HS làm Ví dụ 1 : Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.																
	<table><tr><td>Độ tuổi</td><td>Dưới 15</td><td>Từ 15 đến dưới 65 tuổi</td><td>Từ 65 tuổi trở lên</td></tr><tr><td>Số người</td><td>23 371 882</td><td>65 420 451</td><td>7 416 651</td></tr></table>	Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65 tuổi	Từ 65 tuổi trở lên	Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651								
Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65 tuổi	Từ 65 tuổi trở lên														
Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651														
	a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm hay không? Nêu các nhóm và tần số tương ứng. Dân số Việt Nam năm 2019 là bao nhiêu?																
	- HS làm Luyện tập 1 , theo nhóm đôi.																
	Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:																
	<table><tr><td>Thời gian</td><td>[15; 20)</td><td>[20; 25)</td><td>[25; 30)</td><td>[30; 35)</td><td>[35; 40)</td><td>[40; 45)</td><td>[45; 50)</td></tr><tr><td>Số nhân viên</td><td>6</td><td>14</td><td>25</td><td>37</td><td>21</td><td>13</td><td>9</td></tr></table>	Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9
Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)										
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9										
	Đọc và giải thích mẫu số liệu này.																
	GV gọi một số HS trả lời câu hỏi.																
Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.																
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.																

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức Nhận xét: • Mẫu số liệu ghép nhóm được dùng khi ta không thể thu thập được số liệu chính xác hoặc do yêu cầu của bài toán mà ta phải biểu diễn mẫu số liệu dưới dạng ghép nhóm để thuận lợi cho việc tổ chức, đọc và phân tích số liệu. • Trong một số trường hợp, nhóm số liệu cuối cùng có thể lấy đầu mút bên phải.
-------------------------------------	---

Hoạt động 2.2. GHÉP NHÓM MẪU SỐ LIỆU

a) Mục tiêu: Học sinh biết chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung: - HS đọc SGK và trả lời câu hỏi, thảo luận nhóm xây dựng kiến thức bài mới, làm HD2, thực hiện

Ví dụ 2, củng cố bằng trả lời Luyện tập 2 SGK

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, HS hình thành được kiến thức bài học, biết chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	- GV cho HS đọc HD2. Chỉ số BMI (đo bằng w/h^2, trong đó w là cân nặng đơn vị là kilôgam, h là chiều cao đơn vị là mét) của các học sinh trong một tổ được cho như sau: 19.2 21.1 16.8 23.5 20.6 25.2 18.7 19.1 Một người có chỉ số BMI nhỏ hơn 18,5 được xem là thiếu cân; từ 18,5 đến dưới 23 là có cân nặng lí tưởng so với chiều cao; từ 23 trở lên là thừa cân. Hãy lập mẫu số liệu ghép nhóm cho mẫu số liệu trên để biểu diễn tình trạng cân nặng so với chiều cao của các học sinh trong tổ. - GV hướng dẫn HS làm Ví dụ 2. Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon. <table><tr><td>Thời gian</td><td>129</td><td>130</td><td>133</td><td>134</td><td>135</td><td>136</td><td>138</td><td>141</td><td>142</td><td>143</td><td>144</td><td>145</td></tr><tr><td>Số VĐV</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>5</td></tr></table> Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3. - HS làm Luyện tập 2, theo nhóm đôi. Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư được cho như sau: 43 51 47 62 48 40 50 62 53 56 40 48 56 53 50 42 55 52 48 46 45 54 52 50 47 44 54 55 60 63 58 55 60 58 53. Chuyển mẫu số liệu trên thành dạng ghép nhóm, các nhóm có độ dài bằng nhau, trong đó có nhóm [40;45).	Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145	Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5
	Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145														
	Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5														
	Thực hiện	- HS thảo luận nhóm, suy nghĩ để trả lời các vấn đề được đưa ra. - HS suy nghĩ, đọc SGK - GV hỗ trợ, quan sát.																									
	Báo cáo	- Đại diện nhóm trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. - HS trả lời câu hỏi của GV để xây dựng bài.																									

thảo luận	
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nêu nhận xét, tổng quát lại kiến thức. - Chốt kiến thức: Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau Bước 1. Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước Bước 2. Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

3. Hoạt động 3: *Hoạt động Luyện tập*

a) Mục tiêu: Học rèn luyện kỹ năng nhận biết mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

BT 3.1. Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)
Số ngày	7	15	12	6

c) Sản phẩm: lời giải của học sinh

Lời giải dự kiến BT 3.1

a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng, gồm có 5 nhóm. Cụ thể:

- Nhóm thanh toán với số tiền từ 0 đến dưới 50 nghìn đồng, có 5 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 50 đến dưới 100 nghìn đồng, có 12 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng, có 23 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 150 đến dưới 200 nghìn đồng, có 17 sinh viên;
- Nhóm thanh toán với số tiền từ 200 đến dưới 250 nghìn đồng, có 3 sinh viên;

b) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Mẫu số liệu này mô tả về nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, gồm 4 nhóm nhiệt độ: từ 19 °C đến dưới 22 °C; từ 22 °C đến dưới 25 °C; từ 25 °C đến dưới 28 °C; từ 28 °C đến dưới 31 °C. Cụ thể:

- Có 7 ngày có nhiệt độ từ 19 °C đến dưới 22 °C;
- Có 15 ngày có nhiệt độ từ 22 °C đến dưới 25 °C;
- Có 12 ngày có nhiệt độ từ 25 °C đến dưới 28 °C;
- Có 6 ngày có nhiệt độ từ 28 °C đến dưới 31 °C.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi;

Chuyển giao	- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV tổ chức cho HS làm bài tập Bài 3.1 - GV phân công HS thảo luận cặp đôi + Tổ 1, 2 làm ý a + Tổ 3, 4 làm ý b
Thực hiện	- HS suy nghĩ, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu. - GV quan sát và hỗ trợ, hướng dẫn.
Báo cáo thảo luận	- Mỗi bài tập GV mời 1 đến 2 HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các HS trên bảng.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

4. Hoạt động 4: Hoạt động Vận dụng

a) Mục tiêu: Học vận dụng kiến thức về mẫu số liệu ghép nhóm để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

BT 3.2. Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18 25 39 12 54 27 46 25 19 8 36 22

20 19 17 44 5 18 23 28 15 34 46 27 16.

a) Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

BT 3.3. Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653 632 609 572 565 535 516 514 508 505 504 504 503 499 496 492

(Theo: <https://www.premierleague.com/>)

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

c) Sản phẩm: Sản phẩm thảo luận của các nhóm

- Lời giải dự kiến BT 3.2

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 5, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 54, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 54 - 5 = 49$. Ta cần chia thành sáu nhóm với độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 3 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 57 và độ dài của mỗi nhóm bằng 9 ta được các nhóm là [3; 12), [12; 21), [21; 30), [30; 39), [39; 48), [48; 57). Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số sản phẩm	[3; 12)	[12; 21)	[21; 30)	[30; 39)	[39; 48)	[48; 57)
Số công nhân	2	8	8	2	4	1

- Lời giải dự kiến BT 3.3

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 492, giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 653, do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 653 - 492 = 161$. Ta cần chia thành bảy nhóm có độ dài bằng nhau. Để cho thuận tiện, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 485 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng bằng 660 và độ dài của mỗi nhóm bằng 25 ta được các nhóm là [485; 510), [510; 535), [535; 560), [560; 585), [585; 610), [610; 635), [635; 660]. Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	[485; 510)	[510; 535)	[535; 560)	[560; 585)	[585; 610)	[610; 635)	[635; 660]

Số cầu thủ	8	2	1	2	1	1	1
------------------	---	---	---	---	---	---	---

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động thảo luận nhóm lớn.

Chuyển giao	- GV tổng hợp các kiến thức cần ghi nhớ cho HS. - GV yêu cầu HS hoạt động nhóm hoàn thành bài 3.2, 3.3 + Tổ 1,2 làm bài 3.2 + Tổ 3,4 làm bài 3,3
Thực hiện	- HS hợp tác thảo luận đưa ra ý kiến. hoàn thành bài tập. - GV điều hành, quan sát, hỗ trợ.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận, các nhóm khác theo dõi, đưa ý kiến.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét, đánh giá, đưa ra một vài ý mà HS còn thiếu, chốt đáp án.

*** HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ**

- Ghi nhớ kiến thức trong bài.
- Hoàn thành các bài tập trong SBT.
- Chuẩn bị bài mới: Bài 9 - CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM.

TÊN BÀI DẠY: Bài 9 - CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm: số TB cộng, trung vị, tứ phân vị, mốt và cách tính.

- Hiểu ý nghĩa, vai trò của các số đặc trưng của mẫu số liệu thực tế.

2. Về năng lực:

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.

- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.

- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong việc thảo luận nhóm làm bài tập.

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Tiếp thu tích cực ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.

- Có tinh thần trách nhiệm, có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ được giao.

- Cẩn thận trong tính toán và trình bày vấn đề.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, máy chiếu, phần mềm thống kê.

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1: Số trung bình cộng, trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Cho HS thấy được yêu cầu cần có các số đặc trưng cho mẫu số liệu ghép nhóm

b) Nội dung:

Một cửa hàng đã ghi lại số tiền bán xăng cho 35 khách hàng đi xe máy. Mẫu số liệu gốc có dạng: $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ trong đó x_i là số tiền bán xăng cho khách hàng thứ i . Vì một lí do nào đó, cửa hàng chỉ có mẫu số liệu ghép nhóm dạng sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

Dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này, làm thế nào để ước lượng các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) cho mẫu số liệu gốc?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh các nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm 2 người * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm giải quyết câu hỏi, ghi chép câu trả lời ra nháp. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện 3 đến 4 nhóm nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Số trung bình cộng, trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

2.1. Hoạt động 2.1: Số trung bình cộng

a) Mục tiêu: HS biết số TB cộng của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

Trong đó, $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$

(với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

➤ **Ví dụ 1.** Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng 3.5

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Bảng 3.5. Cân nặng của học sinh lớp 11D

Giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là

$$\bar{X} = \frac{10.43 + 7.48 + 16.53 + 4.58 + 2.63 + 3.68}{42} \approx 51,81 \text{ (kg)}$$

c) Sản phẩm: HS viết được công thức tính số TBC, HS tự trình bày lại được ví dụ minh họa.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (5-6 học sinh).

Chuyển giao	* GV tổ chức cho nhóm HS đọc sách giáo khoa, tìm hiểu công thức tính số TBC, tìm hiểu VD1, giải thích cách tính, kết quả. * GV cho đại diện 2 nhóm lên viết công thức, giải thích công thức, giải thích kết quả VD1.
Thực hiện	- HS đọc Sgk, thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ của GV đưa ra. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Các nhóm còn lại nhận xét, bổ sung (nếu có)
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có kết quả trình bày tốt nhất. - Chốt kiến thức.

2.2. Hoạt động 2.2: Luyện tập 1

a) Mục tiêu: Tính được số trung bình cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

➤ **Luyện tập 1.** Tìm giờ xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem tivi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

Giải

Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tổng số học sinh là $n = 32$. Thời gian xem tivi trung bình của nhóm học sinh đó là

$$\bar{X} = \frac{8.2,5 + 16.7,5 + 4.12,5 + 2.17,5 + 2.22,5}{32} \approx 8,43 (h)$$

Ý nghĩa: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

c) Sản phẩm: Lời giải bài tập của HS và lý giải kết quả đó.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (5-6 học sinh).

Chuyển giao	- GV phân nhóm hoạt động, mỗi nhóm 5-6 học sinh. - Phát phiếu BT Luyện tập 1. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS vận dụng công thức đã biết, và dựa vào VD1, trình bày lời giải ra giấy A4.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ, ý thức làm việc, của các nhóm. - Chốt kiến thức, lời giải, kết quả.

2.3. Hoạt động 2.3: Hình thành kiến thức mới: trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

a) Mục tiêu: HS biết số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Để tính **trung vị** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1. Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2. Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ví dụ 2. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này?

Giải:

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó,

trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm $[15,5;18,5)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó,

$$p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3 \text{ và ta có } M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1.$$

c) Sản phẩm: HS tự viết được công thức trung vị, giải thích được công thức đó.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính trung vị, đọc hiểu VD2, nêu ý nghĩa của trung vị. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK theo yêu cầu, hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

2.4. Hoạt động 2.4: Luyện tập 2.

a) Mục tiêu: Tính được số trung vị cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

► **Luyện tập 2.** Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

Giải: Cỡ mẫu là $n = 200$.

Gọi $x_1, \dots, x_{200}$ là vận tốc giao bóng trong 200 lần của vận động viên và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165; 170)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó,

$$p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + \dots + m_4 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 5 \text{ và ta có } M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 \approx 167,2 \text{ (km/h)}.$$

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện 1 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc và kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức

* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong tiết học
- Hoàn thành các bài tập trong 3.4 a), b); 3.5 b) SGK.
- Đọc, tìm hiểu nội dung tiếp theo của bài 9.

Tiết 2: Tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm

1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: HS suy ngẫm cách tìm tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 21 cây na giống

Chiều cao (cm)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số cây	3	8	7	3

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{21}$ là chiều cao của các cây giống, đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, $x_1, \dots, x_3$ thuộc $[0; 5)$, $x_4, \dots, x_{11}$ thuộc $[5; 10)$, ...

Cho biết tứ phân vị thứ nhất Q_1 và thứ ba Q_3 thuộc nhóm nào?

Cho biết có xác định được một của mẫu số liệu không, nếu có xác định như thế nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- Giáo viên hướng dẫn học sinh hoạt động nhóm 2 người, dựa vào cách tính tứ phân vị, một đã học ở lớp 10, với mẫu không ghép nhóm, suy ngẫm cách làm với mẫu ghép nhóm.
--------------------	---

Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc theo nhóm suy nghĩ thảo luận tìm câu trả lời.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét kết quả làm việc của các nhóm. - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Tứ phân vị, một của mẫu số liệu ghép nhóm

2.1. Hoạt động 2.1: Tứ phân vị

a) Mục tiêu: HS biết tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính, ý nghĩa của nó.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Để tính **tứ phân vị thứ nhất** Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ

$p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với

$p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính **tứ phân vị thứ ba** Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ

$p: [a_p; a_{p+1})$. Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với

$p=1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Ví dụ 3. Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong Ví dụ 2.

Giải

Cỡ mẫu là $n=56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5; 15,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó,

$$p=2; a_2=12,5; m_2=12; m_1=3; a_3-a_2=3 \text{ và ta có } Q_1=12,5 + \frac{\frac{56}{4}-3}{12} \cdot 3 = 15,25.$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5; 21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó,

$$p=4; a_4=18,5; m_4=24; m_1+m_2+m_3=3+12+15=30; a_5-a_4=3 \text{ và ta có } Q_3=18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4}-30}{24} \cdot 3 = 20.$$

c) Sản phẩm: Công thức tính mà HS viết ra, HS trình bày lại được ví dụ đọc hiểu.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính tứ phân vị, đọc hiểu VD3, nêu ý nghĩa của tứ phân vị. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK, hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

2.2. Hoạt động 2.2: Luyện tập 3

a) Mục tiêu: Tính được tứ phân vị cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

➤ **Luyện tập 3.** Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm ở L.Tập 2.

Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Giải: Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó,

$$p = 3; a_3 = 160; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 46; a_4 - a_3 = 5 \text{ và ta có } Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 30}{35} \cdot 5 = 162,85.$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó,

$$p = 5; a_5 = 170; m_5 = 41; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124; a_6 - a_5 = 5 \text{ và ta có}$$

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 = 173,17.$$

Ý nghĩa. Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức, lời giải.

2.3. Hoạt động 2.3: Một của mẫu số liệu ghép nhóm

a) Mục tiêu: HS biết tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, cách tính và ý nghĩa của nó.

b) Nội dung: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Để tìm **mốt** của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa mốt), giả sử là nhóm j : $[a_j; a_{j+1})$.

Bước 2. Mốt được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý. Người ta chỉ định nghĩa mốt của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có mốt hoặc có nhiều hơn một mốt.

Ví dụ 4. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này. Có thể kết luận gì từ giá trị được?

Giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa mốt là nhóm $[150;155)$.

Ta có $j = 2; a_2 = 150; m_2 = 14; m_1 = 7; m_3 = 10; h = 5$. Do đó $M_0 = 150 + \frac{14 - 7}{(14 - 7) + (14 - 10)} \cdot 5 \approx 153,18$.

Số học sinh có chiều cao khoảng 153,18 cm là nhiều nhất.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm 4,5 người

Chuyển giao	- GV yêu cầu các nhóm thảo luận tìm hiểu công thức tính mốt, đọc hiểu VD3, nêu ý nghĩa của mốt trong mẫu số liệu ghép nhóm.
--------------------	---

	- GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - HS đọc SGK , hoạt động cá nhân sau đó trao đổi nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận. - Nhận xét, bổ sung của các nhóm còn lại (nếu có)
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét kết quả thảo luận của các nhóm. - Chốt kiến thức.

2.4. Hoạt động 2.4: Luyện tập 4

a) Mục tiêu: Tính được một cho mẫu số liệu ghép nhóm và nêu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

► **Luyện tập 4.** Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này?

Giải: Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5;20,5)$.

Ta có $j = 2; a_2 = 10,5; m_2 = 10; m_1 = 2; m_3 = 6; h = 10$. Do đó $M_0 = 10,5 + \frac{10-2}{(10-2)+(10-6)} \cdot 10 \approx 17,17$.

Số học sinh có thời gian hoàn thành khoảng 17,17 phút là nhiều nhất.

Ý nghĩa: Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm 4,5 HS

Chuyển giao	* GV nêu yêu cầu của BT LT4, cho hs hoạt động nhóm 4,5 người để giải toán. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ cá nhân, * Thảo luận theo nhóm trình bày lời giải ra giấy.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện 2 nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. - Chốt kiến thức, lời giải.

3. Hoạt động 3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng các số đặc trưng đo xu thế trung tâm đã học vào một bài tập cụ thể và giải thích được ý nghĩa của các số đặc trưng đó.

b) Nội dung:

Vận dụng. Cho Bảng 3.1 ở phần mở đầu

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Bảng 3.1. Số tiền khách hàng mua xăng

Dựa trên mẫu số liệu ghép nhóm này, hãy tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) và giải thích ý nghĩa của các giá trị thu được?

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm ở nhà của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tìm hiểu yêu cầu của phần vận dụng. - GV giao nhiệm vụ về nhà cho HS thực hiện.
Thực hiện	- HS đọc trên lớp, tìm hiểu yêu cầu của hoạt động, suy nghĩ cách tính. - HS thực hiện yêu cầu của hoạt động ở nhà.
Báo cáo thảo luận	- Cá nhân HS báo cáo kết quả thực hiện ở tiết sau (BT cuối chương 3)
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- Gv kiểm tra bài tập ở nhà của HS, nhận xét kết quả làm bài ở nhà của HS - Chốt kết quả.

* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong cả bài.
- Hoàn thành các bài tập 3.6; 3.7 trong SGK.
- Chuẩn bị cho bài ôn cuối chương: ôn tập các kiến thức bài 8,9, làm các BT cuối chương III trong Sgk.

TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Mẫu số liệu ghép nhóm.
- Các số liệu đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm: Giá trị đại diện, Số TB, trung vị, tứ phân vị, mốt.

2. Về năng lực:

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong việc thảo luận nhóm làm bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Tiếp thu tích cực ý kiến thảo luận, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong hoạt động nhóm.

- Có ý thức hỗ trợ, hợp tác với các thành viên trong nhóm để hoàn thành nhiệm vụ, có tinh thần trách nhiệm, hợp tác, xây dựng cao.

- Trách nhiệm, cố gắng làm hoàn thành các nhiệm vụ được giao.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, máy chiếu, phần mềm thống kê.

III. Tiến trình dạy học

1. Hoạt động 1: Khởi động (Ôn tập kiến thức cơ bản của chương)

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em có hứng thú với việc ôn lại KTCB của chương.

b) Nội dung: HS quan sát ô chữ, chọn ô để lật, nêu khái niệm, ý nghĩa về từ ghi ở ô đó (với dãy số liệu ghép nhóm):

1. Giá trị đại diện?

2. Một ?

3. Số trung bình?

4. Trung vị?

5. Tứ phân vị?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh ô số
Thực hiện	- HS chọn ô số, click chuột để lật từ. - HS nêu câu trả lời (khái niệm, ý nghĩa). - Mong đợi: HS nêu được khái niệm và ý nghĩa.
Báo cáo thảo luận	* Các cá nhân nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét việc chuẩn bị cho tiết ôn tập, đáp án của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức cơ bản trong chương. Nhấn mạnh rõ phân biệt các khái niệm, cách đọc mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Hoạt động 2: Luyện tập củng cố kiến thức

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng nhận biết kiến thức cơ bản.

b) Nội dung: HS thực hiện câu hỏi trắc nghiệm từ 3.8 đến 3.12

A-TRẮC NGHIỆM

Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

Bài 3.8. Giá trị đại diện của nhóm [20;40) là

- A. 10. B. 20. C. 30. D. 40.

Bài 3.9. Mẫu số liệu ghép nhóm này có số một là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Bài 3.10. Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [20;40) . B. [40;60) . C. [60;80) . D. [80;100) .

Bài 3.11. Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0;20) . B. [20;40) . C. [40;60) . D. [60;80) .

Bài 3.12. Nhóm chứa trung vị là

- A. [0;20) . B. [20;40) . C. [40;60) . D. [60;80) .

Đáp án: 3.8 - C; 3.9=>3.11 – B; 3.12 – C

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh, có giải thích cách tính.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu các câu trắc nghiệm
Thực hiện	- HS liên hệ KTCB nêu đáp án, giải thích CT sử dụng. - Mong đợi: HS nhận biết số đặc trưng của mẫu số liệu theo yêu cầu.
Báo cáo thảo luận	- Các cá nhân nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét ý thức chuẩn bị của HS, ghi nhận và tuyên dương học sinh có nhiều câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo. - Chốt kiến thức, phân biệt các khái niệm, cách đọc mẫu số liệu ghép nhóm.

2. Hoạt động 3: Luyện tập thực hành áp dụng vào giải bài toán thực tế

a) Mục tiêu: Luyện tập kỹ năng giải bài toán thực tế có số liệu ghép lớp.

b) Nội dung: HS thực hiện bài tập từ 3.13 đến 3.15

B-TỰ LUẬN

Bài 3.13. Cơ cấu dân số Việt Nam năm 2020 theo độ tuổi được cho trong bảng sau:

Độ tuổi	Dưới 5 tuổi	5–14	25–14	25–64	Trên 65
Số người (triệu)	7,89	14,68	13,32	53,78	7,66

(Theo: <http://ourworldindata.org>)

Chọn 80 là giá trị đại diện cho nhóm trên 65 tuổi. Tính tuổi trung bình của người Việt Nam năm 2020.

HD: **H1?** Hãy chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu? => Mẫu số liệu ?

H2? Tổng số người: $n = 7,89 + \dots + 7,66 = 97,33$ triệu người.

H3? Tuổi TB = ?

LG: Bảng mẫu số liệu:

Tuổi	2,5	9,5	19,5	44,5	80
Số người (triệu)	7,89	14,68	13,32	53,78	7,66

+ Tổng số người: $n = 7,89 + \dots + 7,66 = 97,33$ (triệu người)

+ Tuổi TB là: $\bar{x} = \frac{7,89 \cdot 2,5 + \dots + 7,66 \cdot 80}{97,33} = 35,3$

Bài 3.14. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số lượng	5	12	23	31	29

Tìm một của mẫu số liệu. Giải thích ý nghĩa của giá trị nhận được.

HD: **H1?** Xác định cỡ mẫu số liệu? => Nhóm chứa một? Độ dài ?

H2? Tính một của mẫu số liệu ?

H3? Tuổi Thọ cao nhất = ?

LG:

+ Có $n=100$

+ Nhóm chứa một [60; 80), độ dài $h=20$

+ Một của mẫu số liệu là: $M_0 = 60 + \frac{8}{8+2} \cdot 20 = 76$

⇒ Ong có tuổi thọ khoảng 76 ngày là nhiều nhất.

Bài 3.15. Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Xác định điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam.

HD: **H1?** Xác định Q_3 ?

H2? Điểm chuẩn theo yêu cầu DS 25% trường ?

LG:

+ $Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \cdot 35}{4} - 23}{6} \cdot 10 = 35,42$

=> Điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trường có điểm chuẩn lớn hơn hoặc bằng 35,42.

c) Sản phẩm: Bài làm của HS theo nhóm, phản biện.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên giao nhiệm vụ cho 6 nhóm cùng giải quyết BT
Thực hiện	HS hiểu nhiệm vụ, thảo luận, trao đổi đưa ra phương án giải quyết, ghi vào bảng phụ. Trao đổi trong nhóm thống nhất bài làm. - Báo cáo sản phẩm. Các nhóm treo bài làm của mình vào vị trí quy định. - Mong đợi: HS xác định dc mẫu số liệu với giá trị đại diện, đúng số đặc trưng theo yêu cầu.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm lên báo cáo, các nhóm khác lắng nghe, nhận xét, bổ sung.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét ý thức thực hiện nhiệm vụ của HS từng nhóm. - GV chốt kiến thức, đưa ra kết quả, lời giải đúng để học sinh chữa hoặc đối chiếu với bài làm ở nhà

Hoạt động 3: Hướng dẫn về nhà

- Nhiệm vụ bắt buộc:

BT 3.16. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thu nhập của các công nhân tại một doanh nghiệp lớn:

Mức thu nhập (triệu đồng/ tháng)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số công nhân	7	18	35	57	28

a) Tìm giá trị đại diện cho mỗi nhóm.

b) Tính số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm và mẫu số liệu ghép nhóm. Giá trị nào chính xác hơn?

c) Xác định nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán học ; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức, kỹ năng:

Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết các quan hệ liên thuộc cơ bản giữa điểm, đường thẳng với mặt phẳng trong không gian.

- Mô tả ba cách xác định mặt phẳng: Mặt phẳng được xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng đó, hoặc nếu biết một điểm và một đường thẳng (không đi qua điểm đó) nằm trong mặt phẳng đó, hoặc biết hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng đó.
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng và vận dụng vào giải bài tập.
- Nhận biết được hình chóp và hình tứ diện.
- Mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn có liên quan đến đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

2. Năng lực

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.
 - Tư duy và lập luận toán học: HS cần áp dụng kiến thức để suy nghĩ, phân tích và đưa ra lập luận logic về tính chất, quy tắc và tương quan giữa chúng.
 - Giao tiếp toán học: HS cần thể hiện khả năng diễn đạt ý kiến và ý tưởng toán học một cách rõ ràng và chính xác khi trao đổi và thảo luận với giáo viên và bạn bè.
 - Mô hình hóa toán học: HS cần áp dụng kiến thức để mô hình hóa các vấn đề toán học, cần chuyển đổi các vấn đề và tình huống thực tế thành dạng toán học.

3. Phẩm chất

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV chiếu hoặc dẫn dắt cho HS tình huống mở đầu:

“Hãy tưởng tượng rằng chúng ta là một nhóm kiến trúc sư và có nhiệm vụ thiết kế một căn nhà. Để bắt đầu, chúng ta cần xác định đường thẳng để xây móng và vẽ mặt phẳng để biểu diễn các phòng trong căn nhà. Sử dụng các khái niệm hình học trong toán học, chúng ta có thể tính toán và vẽ các đường thẳng và mặt phẳng này.

Nếu các em là một kiến trúc sư trong nhóm, cùng nhau áp dụng kiến thức hình học không gian giữa đường thẳng và mặt phẳng trong toán học để xác định và vẽ các đường thẳng và mặt phẳng này. Chúng ta sẽ tạo ra một bản thiết kế chính xác và hợp lý cho căn nhà của mình.

Vậy cách vẽ, cách xác định mặt phẳng và đường thẳng trong không gian như thế nào? Mối quan hệ giữa chúng là gì để ta có thể vẽ được bản thiết kế?”.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Bài học ngày hôm nay sẽ giúp các em biết được thế nào là đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, cách xác định một mặt phẳng. Những kiến thức về bài học này có tính ứng dụng rất cao trong thực tế.”

Bài mới: **Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.**

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

TIẾT 1: KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU.

CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN (đến Vận dụng 1)

Hoạt động 1: Khái niệm mở đầu.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được các khái niệm về điểm; đường thẳng; mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng nhận biết từ lý thuyết đến thực tế.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc các khái niệm về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV lưu ý cho HS rằng: <i>Cũng giống như điểm và đường thẳng, mặt phẳng là một đối tượng rất khó để định nghĩa.</i> - GV cần hướng dẫn cho HS hiểu được và nhận diện được mặt phẳng trong thực tế. - GV nêu một số ví dụ như trong SGK và yêu cầu một số HS tìm thêm các hình ảnh khác.	1. Khái niệm mở đầu 

→ GV gợi ý: Những hình biểu diễn cho mặt phẳng trong thực tế thường có bề mặt nhẵn và phẳng.

- GV lưu ý cho HS: Trong toán học mặt phẳng là vô hạn, nên các hình ảnh biểu diễn cho mặt phẳng chỉ thể hiện được 1 phần của mặt phẳng.

- GV hướng dẫn HS cách biểu diễn một mặt phẳng trong không gian thông qua phần Chú ý.



Chú ý

- Để biểu diễn mặt phẳng ta thường dùng một hình bình hành và viết tên của mặt phẳng vào một góc của hình. Ta cũng có thể sử dụng một góc và viết tên của mặt phẳng ở bên trong góc đó.



Hình 4.1

- Để kí hiệu mặt phẳng ta dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp đặt trong dấu ngoặc (). Trong hình 4.1 ta có mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α).

Câu hỏi

Một số hình ảnh của mặt phẳng trong thực tế: mặt bàn, mặt gương phẳng, mặt sàn phẳng, trần nhà phẳng,...

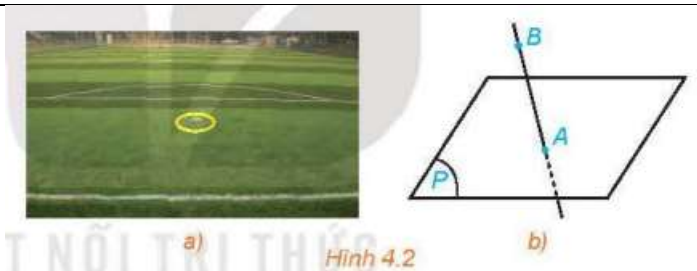
HĐ1

- GV cho HS tự tìm hiểu phần **Câu hỏi** trong SGK – tr.70 và nêu đáp án cho cả lớp cùng nghe và nhận xét.

- GV triển khai **HĐ1** dựa theo SGK. GV có thể lấy thêm các hình ảnh khác về điểm thuộc mặt phẳng, và yêu cầu HS tìm thêm ví dụ từ đó GV đưa đến phần khung kiến thức trọng tâm trong SGK.

- GV triển khai phần **Chú ý** cho HS nhận biết được những quy tắc biểu diễn hình học trong không gian.

+ GV cần lưu ý: Ở lớp dưới các Em đã được học cách biểu diễn hình trong không gian, tuy nhiên cách biểu diễn đó chưa được phát biểu một cách hệ thống. Chú ý này sẽ nhắc lại và làm rõ hơn cho các em.



- Ví dụ thêm: Một chấm mực trên tờ giấy trắng.

Kết luận

+ Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.

+ Điểm B không thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \notin (P)$.

Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P) , hoặc (P) chứa A , hoặc (P) đi qua A .

Chú ý:

- Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.

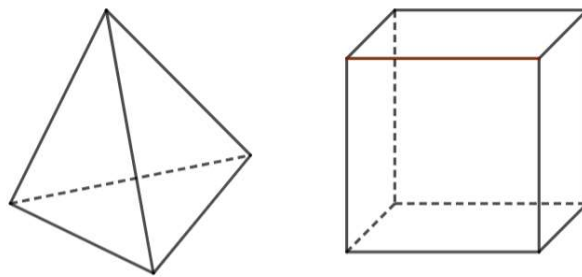
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.

- Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.

- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.

+ GV có thể lấy ví dụ minh họa cho các quy tắc mà HS đã học ở lớp dưới: *Hình lập phương, hình lăng trụ tam giác, hình chóp tam giác đều.*



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.
- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

+ Khái niệm về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian	
--	--

Hoạt động 2: Các tính chất thừa nhận.

a) Mục tiêu:

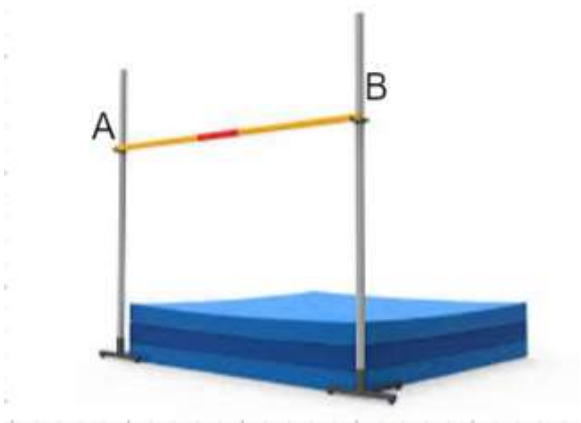
- HS nhận biết được các tính chất về điểm; đường thẳng; mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng nhận biết để hoàn thành các bài tập đơn giản trong SGK.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2, 3; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc các tính chất về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian và đáp án chính xác cho các bài tập SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV triển khai HĐ2 cho HS thực hiện. GV mời một số HS nêu câu trả lời của mình và chính hóa đáp án bằng phần Kết luận trong khung kiến thức trọng tâm trong SGK. - HS có thể thấy tính chất này quen thuộc vì tính chất tương tự như ở lớp dưới đã học trong hình học phẳng. → GV cần nhấn mạnh: <i>Tính chất đã biết trong hình học phẳng cũng đúng trong hình học không gian.</i> - GV cho HS thảo luận nhóm đôi phần Câu hỏi trong SGK – tr.72. GV có thể gọi 3	1. Các tính chất thừa nhận HĐ2  Không thể tìm được đường thẳng nào khác đi qua hai điểm A, B đã cho ngoài đường thẳng tạo bởi xà ngang. Kết luận <i>Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.</i> Câu hỏi

điểm là A, B, C để tiện cho việc gọi tên các đường thẳng.

+ GV lưu ý: *Dù không đề cập tới nhưng chúng ta cần hiểu rằng 3 điểm không thẳng hàng trong không gian là ba điểm không cùng thuộc một đường thẳng.*

+ GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ phát biểu đáp án.

- GV cho HS đọc và thảo luận phần **HD3**. GV mời 1 HS trình bày câu trả lời của mình về phần a.

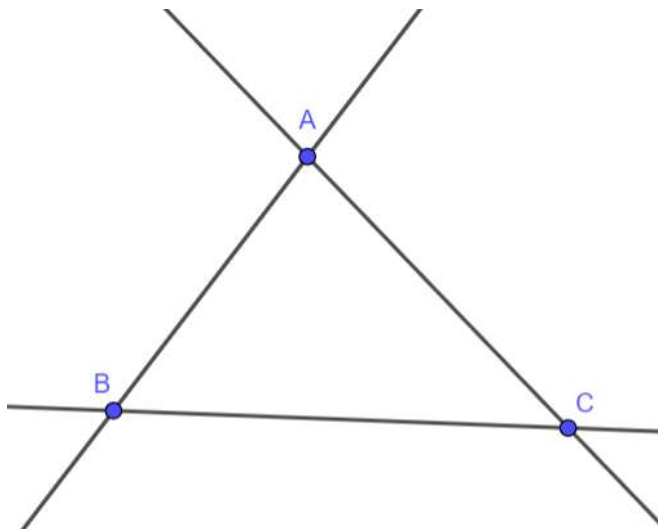
+ GV nhận xét và khái quát lại đáp án để dẫn đến phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm: “*Có đúng một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng*”.

+ GV nhấn mạnh: *Nếu không có điều kiện “không thẳng hàng” thì tính chất này không còn đúng.*

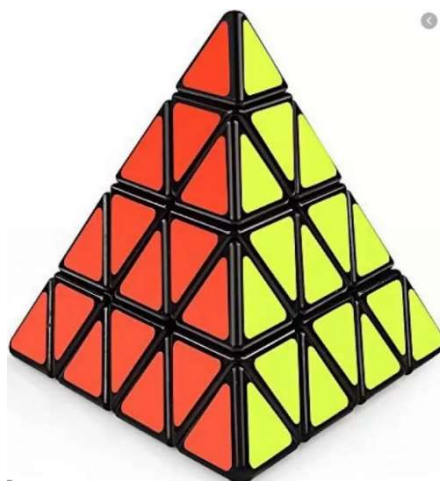
- GV tiếp tục mời 1 HS trả lời câu hỏi b và nhận xét, từ đó dẫn ra phần **Kết luận** trong khung kiến thức trọng tâm.

+ GV mời 1 HS đọc phần khung kiến thức trọng tâm trong SGK.

Cho 3 điểm không thẳng hàng, để tạo được 1 đường thẳng từ 2 trong 3 điểm đó, ta lấy 2 điểm bất kì và xác định đường thẳng đi qua 2 điểm đó. Khi đó số đường thẳng tạo thành 3 đường thẳng.



HD3



a) Khi đặt khối rubik sao cho ba đỉnh của mặt màu đỏ đều nằm trên mặt bàn, mặt màu đỏ của khối rubik nằm trên mặt bàn.

b) Không thể đặt khối rubik sao cho 4 đỉnh của nó đều nằm trên mặt bàn.

Kết luận

- *Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.*

- *Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.*

Nhận xét

- GV trình bày cho HS hiểu thế nào là những điểm đồng phẳng hoặc không đồng phẳng thông qua phần **Nhận xét**.

- GV cho HS vận dụng kiến thức để trả lời **Câu hỏi** trong SGK – tr.72.

+ GV chỉ định một số HS nêu đáp án và tự lấy ví dụ minh họa cho đáp án của mình.

- GV cho HS nhắc lại kiến thức: *Qua ba điểm không thẳng hàng thì xác định được bao nhiêu mặt phẳng?* Từ đó áp dụng để hoàn thành **Ví dụ 1**.

+ GV mời 1 HS trình bày lại cách làm.

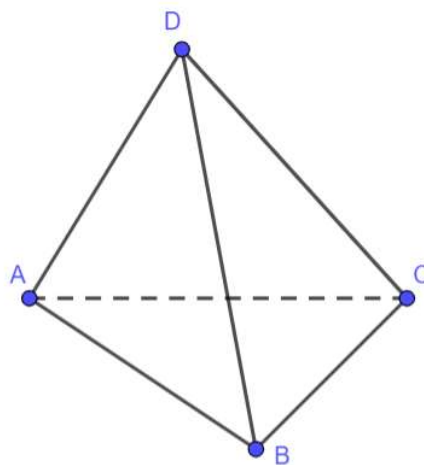
- GV cho HS thảo luận theo bàn về phần **Luyện tập 1**. Sau đó GV gọi một số HS trình bày câu trả lời và vẽ hình minh họa.

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng đó. Ta kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C là (ABC) . Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó đồng phẳng. Nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói những điểm đó không đồng phẳng.

Câu hỏi

Qua ba điểm thẳng hàng, ta xác định được duy nhất một đường thẳng. Có vô số mặt phẳng đi qua đường thẳng này nên có vô số mặt phẳng đi qua ba điểm thẳng hàng.

Ví dụ 1: (SGK – tr.72).



Hướng dẫn giải (SGK – tr.72).

Luyện tập 1

Vì 4 điểm A, B, C, D tạo thành 1 tứ giác, khi đó 4 điểm A, B, C, D đã đồng phẳng và tạo thành 1 mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy có 1 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vận dụng 1

- GV có thể chuẩn bị sẵn một đồ vật 2 chân (compa,...) một đồ vật 3 chân và yêu cầu HS lên đặt hai đồ vật đó đứng trên sàn nhà để thực hiện phần Vận dụng 1. + GV mời 1 HS nhận xét tình trạng của hai đồ vật đó sau khi đặt đứng trên sàn nhà. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Tính chất về điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.	Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng. Do đó, khi thiết kế các đồ vật gồm ba chân như chân đỡ máy ảnh, giá treo tranh, kiềng ba chân treo nồi,... ta thấy các đồ vật này có thể đứng thẳng mà không bị đổ trên các bề mặt bởi vì các ba chân của các đồ vật này giống như 3 điểm không thẳng hàng.
---	---

TIẾT 2: CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN (từ HD4). CÁCH XÁC ĐỊNH MỘT MẶT PHẪNG.

Hoạt động 3: Các tính chất thừa nhận.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thẳng thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ4, 5; Ví dụ 2, 3; Luyện tập 2, 3.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV chuẩn bị 1 cái dây và yêu cầu 1 HS đứng tại chỗ thực hiện HĐ4 cho cả lớp cùng quan sát. Từ đó nêu nhận xét. → GV nhấn mạnh: <i>Khi căng sợi dây ta được một đường thẳng</i>, và dẫn đến khái niệm đường thẳng nằm trong mặt phẳng. - GV trình bày và giảng phần Chú ý lên bảng cho HS quan sát và ghi bài vào vở.	1. Các tính chất thừa nhận (tiếp). HĐ4  Căng một sợi dây sao cho hai đầu của sợi dây nằm trên mặt bàn. Khi đó, sợi dây nằm trên mặt bàn. Kết luận <i>Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì tất cả các điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.</i> Chú ý Nếu mọi điểm của đường thẳng d đều thuộc mặt phẳng (P) thì ta nói đường thẳng d nằm trong (P) hoặc (P) chứa d. Khi đó ta kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$. Ví dụ 2: (SGK – tr73).

- GV cho HS đọc – hiểu phần **Ví dụ 2** theo nhóm đôi và yêu cầu một số HS đứng tại chỗ trình bày lại cách thực hiện.

- GV gợi ý cho HS làm **Luyện tập 2**

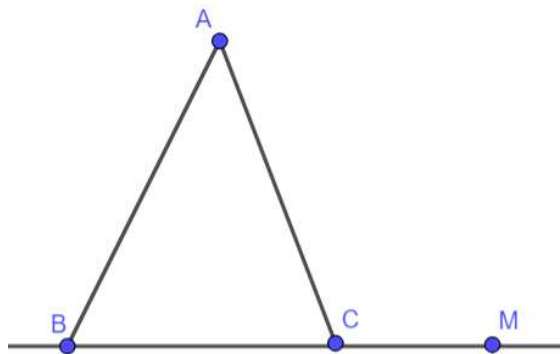
+ GV: Điểm $N \in AB$ không? AB có nằm trong mặt phẳng (ABC) không? Vậy ta suy ra được mối liên hệ gì giữa điểm N và mặt phẳng (ABC) ?

+ GV: Đường thẳng MN chứa M và $N \in mp(ABC)$. Vậy đường thẳng MN có thuộc $mp(ABC)$ không?

- GV cho HS quan sát **HD5** và thực hiện HĐ này như một thí nghiệm với một dụng cụ đựng nước hình hộp chữ nhật và nước màu.

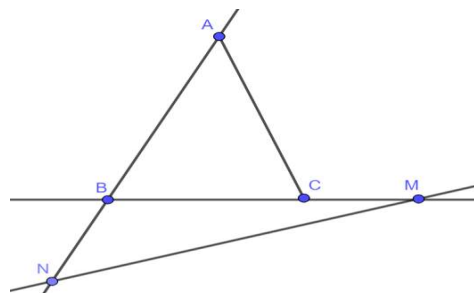
+ GV thực hiện thí nghiệm này nhiều lần, mỗi lần đổ một lượng nước khác nhau hoặc đặt nghiêng dụng cụ chứa nước so với mặt bàn để HS quan sát đường mực nước.

+ GV nhấn mạnh rằng *mặt nước (lúc tĩnh lặng) và thành bể là hai mặt phẳng và phân giao của hai mặt phẳng này là đường mực*



Hướng dẫn giải (SGK – tr.73).

Luyện tập 2

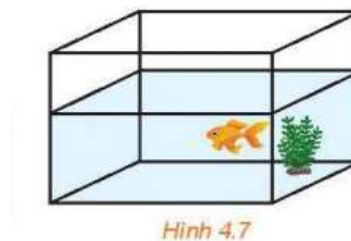


Đường thẳng AB có hai điểm phân biệt $A, B \in mp(ABC) \Rightarrow AB \subset mp(ABC)$.

Vì $N \in AB \Rightarrow N \in mp(ABC)$.

Ta có điểm $M \in mp(ABC)$. Khi đó đường thẳng MN có hai điểm phân biệt $M, N \in mp(ABC) \Rightarrow MN \subset mp(ABC)$.

HD5



Hình 4.7

Trong Hình 4.7, mặt nước và thành bể giao nhau theo đường thẳng.

Kết luận

nước trên thành bể. Từ đó giới thiệu cho HS về **khái niệm** giao tuyến của hai mặt phẳng.

- GV cho HS thực hiện đọc – hiểu **Ví dụ 3a** và mời 1 HS trình bày lại cách thực hiện.

+ GV đặt câu hỏi gợi ý cho HS thực hiện **Ví dụ 3b**: Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta cần xác định những gì của hai mặt phẳng đó.

- GV nhấn mạnh với HS tính chất “hiển nhiên” trong phần **Nhận xét**.

- GV cho HS thực hiện trao đổi, thảo luận theo nhóm 4 HS để hoàn thành được **Luyện tập 3**.

+ GV quan sát HS và gợi ý nếu cần.

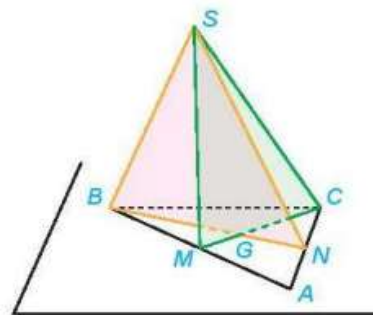
Nếu hai mặt phẳng phân biệt có điểm chung thì các điểm chung của hai mặt phẳng là một đường thẳng đi qua điểm chung đó.

Chú ý

Đường thẳng chung d (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) được gọi là **giao tuyến** của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là:

$$d = (P) \cap (Q).$$

Ví dụ 3: (SGK – tr.74).



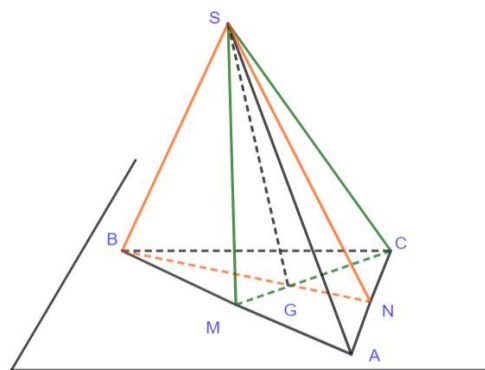
Hướng dẫn giải (SGK – tr.74).

- Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta cần xác định hai điểm chung của hai mặt phẳng đó.

Nhận xét

Trên mỗi mặt phẳng, tất cả các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

Luyện tập 3



+ GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và trình bày kết quả. + GV đi kiểm tra ngẫu nhiên một số HS trong lớp làm bài. + GV nhận xét và chốt đáp án. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng, giao tuyến của hai mặt phẳng.	Ta có hai đường thẳng BM và CN cắt nhau tại điểm A. Do đó, điểm $A \in BM \Rightarrow A \in mp(SBM)$, điểm $A \in CN \Rightarrow A \in mp(SCN)$. Vậy A là một điểm chung của $mp(SBM)$ và $mp(SCN)$. Vì S và A là hai điểm chung của $mp(SBM)$ và $mp(SCN)$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng SA. Ta viết $SA = (SBM) \cap (SCN)$.
--	---

Hoạt động 4: Cách xác định một mặt phẳng.

a) Mục tiêu:

- HS nắm được cách xác định một mặt phẳng trong không gian.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ 6; Ví dụ 4; Luyện tập 4; Vận dụng 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được tính chất về các điểm thuộc mặt phẳng; các đường thuộc mặt phẳng; điểm chung của hai mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:	1. Cách xác định một mặt phẳng

- GV nêu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS. GV lưu ý cho HS rằng Kết quả này chỉ cần thừa nhận không cần chứng minh. - GV cho HS thực hiện HD6 + GV mời 2 HS lên bảng trình bày lời giải cho hai câu hỏi trong phần HD này. + GV có thể nhấn mạnh thêm rằng: $mp(ABC)$ là mặt phẳng duy nhất chứa A và d, đồng thời cũng là mặt phẳng duy nhất chứa AB và BC. - GV dẫn: “Thực hiện HD6 chính là cách để xác định một mặt phẳng. Vậy một mặt phẳng được xác định khi nào?”. + GV chỉ định 1 HS nêu câu trả lời. + GV nhận xét và chính xác hóa bằng cách nêu phần Kết luận trong khung kiến thức trọng tâm. - GV nêu phần Chú ý cho HS biết được cách kí hiệu của mặt phẳng chứa điểm và đường thẳng. - GV cho HS đọc – hiểu Ví dụ 4 theo bản. Các HS thực hiện và trình bày lại cách làm.	Kết quả <i>Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.</i> HD6  Đường thẳng d đi qua hai điểm phân biệt $B, C \in mp(ABC) \Rightarrow$ đường thẳng $d \subset mp(ABC)$ hay $mp(ABC)$ chứa đường thẳng d. $A \in mp(ABC)$ hay $mp(ABC)$ chứa điểm A. $mp(ABC)$ chứa các điểm A, B, C nên $mp(ABC)$ chứa hai đường thẳng AB và BC. Kết luận + Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó. + Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau. Chú ý Mặt phẳng được xác định bởi điểm A và đường thẳng d không chứa A được kí hiệu là $mp(A, d)$. Mặt phẳng được xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau a và b được kí hiệu là $mp(a, b)$. Ví dụ 4: (SGK – tr.75). <i>Hướng dẫn giải</i> (SGK – tr.75). Luyện tập 4.
---	--

- GV chia nhóm 4 HS cho HS thảo luận

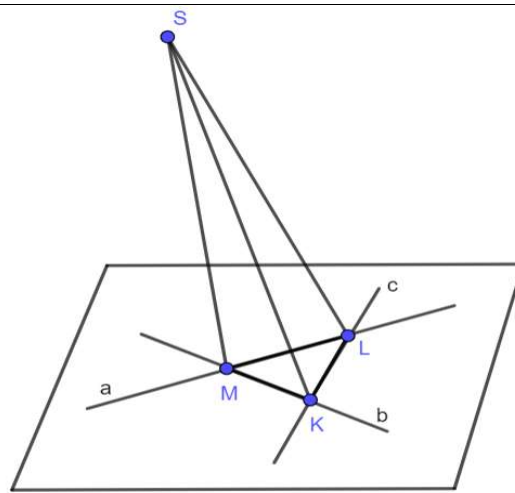
Luyện tập 4. GV gợi ý:

+ Gọi L, K lần lượt là giao điểm của c với a, b . Khi đó giao tuyến của $mp(S, a)$ và $mp(S, c)$ là đường thẳng nào? Giao tuyến của $mp(S, b)$ và $mp(S, c)$ là đường thẳng nào?

+ GV cho HS thảo luận với mỗi 2 HS lên bảng trình bày.

+ Các HS khác trình bày vào vở và đối chiếu đáp án với trên bảng.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.



Gọi $a \cap c = L; b \cap c = K$

$L \in a \Rightarrow L \in mp(S, a)$

$L \in c \Rightarrow L \in mp(S, c)$

Mà $L, S \in mp(S, a)$ và $mp(S, c)$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng đó là đường thẳng SL .

Vì $K \in b$ nên $K \in mp(S, b)$.

Vì $K \in c$ nên $K \in mp(S, c)$. Hai điểm S và K cùng thuộc $mp(S, b)$ và $mp(S, c)$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng đó là đường thẳng SK .

Vận dụng 2



- GV dẫn dắt, gợi ý bằng cách đặt câu hỏi cho HS làm phần Vận dụng 2. <i>“Tại sao chỉ cần một miếng nam châm nhỏ là cửa có thể được giữ cố định?”</i> + GV mời 1 HS nêu câu trả lời. - GV tiếp tục đặt câu hỏi: <i>“Vậy nếu cửa không được giữ bởi bản lề thì miếng nam châm có giữ cửa cố định được hay không?”</i>. + GV cho HS suy nghĩ và trình bày câu trả lời cho cả lớp cùng nghe và nhận xét. + GV chốt đáp án cho HS. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày. - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Cách xác định một mặt phẳng trong không gian.	Phụ kiện hít cửa nam châm đại diện cho 1 điểm cố định, một cạnh của cánh cửa đại diện cho một đường thẳng không chứa điểm phụ kiện hít cửa nam châm. Chính vì vậy có một mặt phẳng được xác định khi phụ kiện hít cửa và một cạnh của cánh cửa, khi đó cánh cửa luôn được giữ cố định.
--	---

TIẾT 3: HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN

Hoạt động 5: Hình chóp và hình tứ diện.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được thế nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.
- Ứng dụng tính chất để trả lời được các câu hỏi có trong phần này.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ 7, 8; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 5, 6.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được thể nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV mời 1 HS nhớ và nhắc lại thế nào là một hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều để hoàn thành được HĐ7. Từ đó GV tổng quát về hình chóp là gì cho HS. - GV ghi bảng hoặc chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS quan sát và ghi chép.	1. Hình chóp và hình tứ diện. HĐ7 Các hình ảnh đã cho đều có các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh. Kết luận

- Cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$ và một điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ để được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$. Hình gồm n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_nA_1$ và đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ được gọi là **hình chóp** và kí hiệu là $S.A_1A_2 \dots A_n$.

- Trong hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$, điểm S được gọi là đỉnh và đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ được gọi là mặt đáy, các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots,$

SA_nA_1 được gọi là các mặt bên; các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ được gọi là các cạnh bên; các cạnh $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ được gọi là các cạnh đáy.

Chú ý

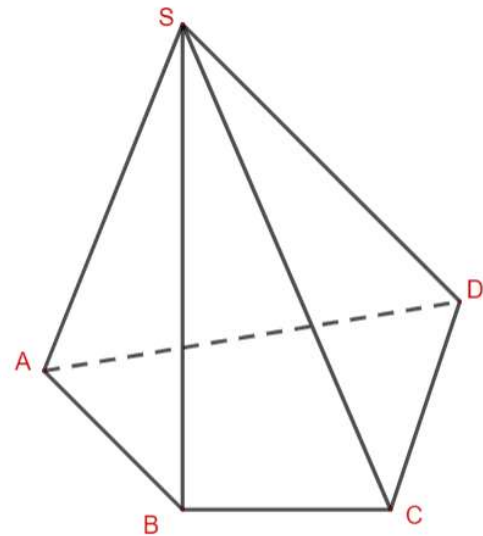
Tên của hình chóp được gọi dựa theo tên của đa giác đáy, ví dụ hình chóp có đáy là tứ giác được gọi là hình chóp tứ giác.

Ví dụ 5: (SGK – tr.76).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.76).

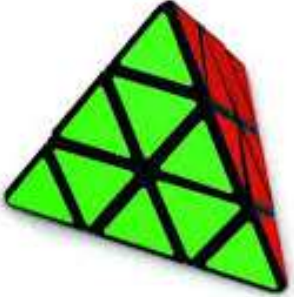
Luyện tập 5.

- GV lưu ý cách gọi tên hình chóp cho HS.
- GV cho HS đọc – hiểu phần **Ví dụ 5** và yêu cầu một số HS đứng tại chỗ trả lời Ví dụ 5.
- GV yêu cầu cả lớp làm tập thể phần **Luyện tập 5**.
- + GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình.



Hình chóp $S.ABCD$ có

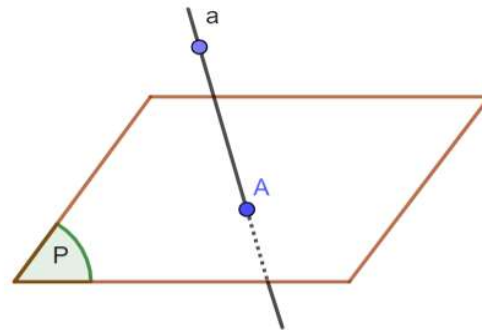
+ Bốn mặt bên là các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA .

- GV cho HS thực hiện HĐ8 và mời một số HS đứng tại chỗ trả lời nhanh phần HĐ này. + GV nhận xét và chốt đáp án cho HS. - GV trình chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS đọc và nhận biết được các khái niệm về Hình tứ diện, và các khái niệm liên quan.	+ Một mặt đáy là tứ giác $ABCD$. HĐ8 Trong các hình chóp ở HĐ7, hình chóp thứ ba tính từ trái sang (hình khối rubik) có ít mặt nhất.  Hình chóp này có 6 cạnh và 4 mặt. Kết luận - Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ACD, ABD và BCD được gọi là hình tứ diện, kí hiệu là $ABCD$. - Trong hình tứ diện $ABCD$: + Các điểm A, B, C, D : các đỉnh của tứ diện, + Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, AC, BD : các cạnh của tứ diện, + Các tam giác ABC, ACD, ABD, BCD : các mặt của tứ diện. - Trong hình tứ diện, hai cạnh không có đỉnh chung được gọi là hai cạnh đối diện, đỉnh không nằm trên một mặt được gọi là đỉnh đối diện với mặt đó. Nhận xét Hình tứ diện là một hình chóp tam giác mà mặt nào của hình tứ diện cũng có thể được coi là mặt đáy. Ví dụ 6: (SGK – tr.76).
---	--

GV triển khai phần Bài tập 4.1; 4.3; 4.5 cho HS thực hiện.

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và gọi ngẫu nhiên 4 bạn trả lời cho 4 đáp án cho **bài tập 4.1**. Các HS khác còn lại lắng nghe và đưa ra nhận xét.

+ GV nhận xét và chốt đáp án và giải thích cho HS.



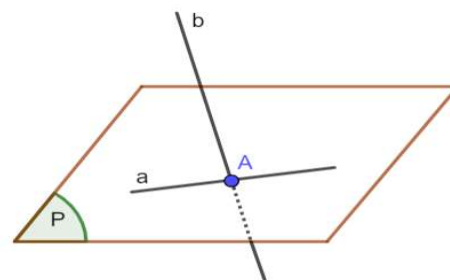
b) Mệnh đề b) là mệnh đề đúng (theo tính chất thừa nhận).

c) Mệnh đề c) là mệnh đề đúng.

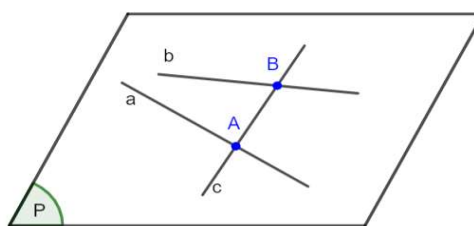
Giả sử giao điểm của a và b là H , vì H thuộc a và a nằm trong (P) nên H thuộc (P) .

d) Mệnh đề d) là mệnh đề sai.

Chẳng hạn trường hợp như trong hình dưới đây có thể xảy ra: đường thẳng b cắt đường thẳng a tại giao điểm A nhưng đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (P) .



Bài tập 4.3.



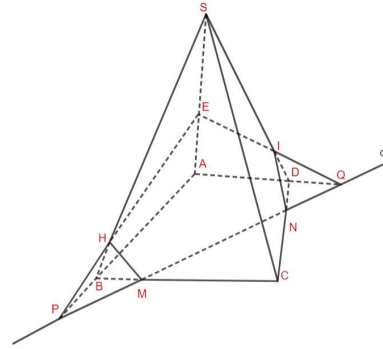
Giả sử $c \cap a = A; c \cap b = B$

Vì $A \in a; a \in (P) \Rightarrow A \in (P)$

Vì $B \in b; b \in (P) \Rightarrow B \in (P)$

Đường thẳng c có hai điểm phân biệt A và B cùng thuộc mặt phẳng (P) nên tất cả các điểm của đường thẳng c đều thuộc (P) hay đường thẳng c nằm trong mặt phẳng (P) .

Bài tập 4.5.



a)

+) Vì $E \in SA \Rightarrow E \in mp(SAB)$. $P \in AB \Rightarrow P \in mp(SAB)$

$\Rightarrow S, A, B, E, P \in mp(SAB)$.

Trong ΔSAB : $EP \cap SB = H$. Do $P \in d$

$\Rightarrow EP \subset mp(E, d)$ và $H \in EP$

$\Rightarrow H \in mp(E, d)$.

Vậy $SB \cap mp(E, d) = H$.

+) Vì $E \in SA \Rightarrow E \in mp(SAD)$. $Q \in AD$

$\Rightarrow Q \in mp(SAD)$

$\Rightarrow S, A, D, E, Q \in mp(SAD)$

Trong ΔSAD : $EQ \cap SD = I$. Do $Q \in d$

$\Rightarrow EQ \subset mp(E, d)$.

Vậy $SD \cap mp(E, d) = I$.

b)

+) $d \cap CB = M$; $d \cap CD = N \Rightarrow M, N \in d$ mà $d \in mp(E, d) \Rightarrow MN \subset mp(E, d)$

- GV gợi ý cho HS thực hiện **bài tập 4.3** bằng cách đặt câu hỏi như sau: *Làm thế nào để chứng minh c nằm trong (P) ? Một cách cụ thể hơn là: c và (P) có điểm nào chung?*

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + HS nhận biết được thể nào là hình chóp và hình tứ diện, các mặt bên, mặt đáy và các cạnh của hình chóp và hình tứ diện.	Vậy $mp(SCD) \cap mp(E, d) = IN$
---	--

BÀI 11:

HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - HH: 11

Thời gian thực hiện: 03 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết vị trí của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, cắt nhau, song song và chéo nhau
- Giải thích tính chất cơ bản của hai đường thẳng song song trong không gian: Qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho; định lí ba đường giao tuyến
- Nhận biết một vài tính chất của hai đường thẳng song song và biết áp dụng để giải một số bài tập đơn giản. Các tính chất thừa nhận bao gồm: hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau; hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó, hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó
- Mô tả và giải thích một số hình ảnh thực tiễn có liên quan đến vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

2. Năng lực, phẩm chất

- 1.1. Năng lực mô hình hóa toán học (thông qua việc thực hiện các Vận dụng 1, 2 về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian và về tính chất của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song)
 - 1.2. Năng lực giao tiếp toán học: Trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
 - 1.3. Năng lực tư duy và lập luận toán học: So sánh, tìm sự tương đồng để khái quát hóa thành quy tắc từ hoạt động trải nghiệm thực tế để tìm vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian, áp dụng giải quyết các bài toán thực tiễn.
 - 1.4. Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học
 - 1.5 Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực, yêu nước (chẳng hạn thông qua việc tìm hiểu nghề dệt vải bằng khung cửi, các em hiểu rõ hơn về đất nước Việt Nam và có cảm hứng học tập góp phần xây dựng Tổ quốc)
- Trách nhiệm: Biết chia sẻ, có trách nhiệm với bản thân, gia đình, cộng đồng.

- Chăm chỉ: Người học chăm chỉ trong học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

-**Phương tiện, học liệu:** Kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong mặt phẳng.

- **Giáo viên:** SGK, giáo án, hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học; file trình chiếu.

- **Học sinh:** Bút màu, bút chì, thước kẻ

III. Thời lượng

+ Tiết 1: vị trí tương đối của hai đường thẳng(hết mục 1)

+ Tiết 2: Tính chất của hai đường thẳng song song(hết mục 2)

+ Tiết 3: “ Em có biết”. Bài tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Tiết 1: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Hoạt động 1: Khởi động hoặc trải nghiệm

a) **Mục tiêu:** Giới thiệu sơ lược về hình ảnh của các đường thẳng trong không gian, giúp HS bước đầu có cảm nhận về vị trí tương đối của các đường thẳng trong không gian

b) **Nội dung:**

Quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi

CH1. Quan sát bốn tuyến đường trong Hình 4.13 và trả lời các câu hỏi sau:

a) Hai tuyến đường nào giao nhau?

b) Hai tuyến đường nào không giao nhau?

c) Hai tuyến đường nào song song?



Hình 4.13

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

<i>Chuyển giao</i>	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
<i>Thực hiện</i>	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Nêu được một số thông tin về tuyến đường + Huy động các kiến thức đã học để xét vị trí tương đối của các tuyến đường
<i>Báo cáo thảo luận</i>	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

a) Mục tiêu: HS quan sát được các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian và chỉ ra được các đường thẳng song song, các đường thẳng cắt nhau

b) Nội dung:

HD1. Quan sát bốn tuyến đường trong Hình 4.13 và trả lời các câu hỏi sau:

- a) Hai tuyến đường nào giao nhau?
- b) Hai tuyến đường nào không giao nhau?
- c) Hai tuyến đường nào song song?

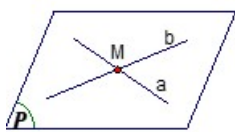
c) Sản phẩm: Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

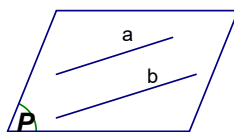
+ Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.

+ Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b , hoặc b chéo với a

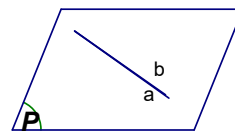
TH1: Có một mặt phẳng chứa a và b .



$$a \cap b = \{M\}$$

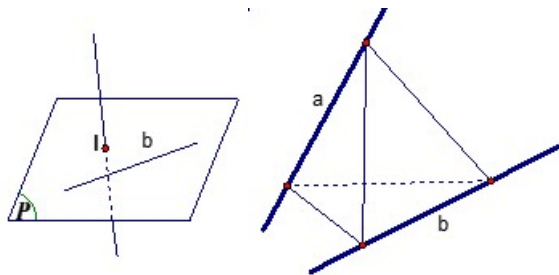


$$a // b$$



$$a \equiv b$$

TH2: Không có mặt phẳng nào chứa a và b .



d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. + Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b đồng phẳng. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau. + Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b, hoặc b chéo với a
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời HĐ 1 - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Phát hiện và đưa ra được khái niệm về vị trí tương đối của hai đường thẳng + Huy động các kiến thức đã học để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hãy tìm một số hình ảnh về đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn

a) Mục tiêu: HS tìm được một số hình ảnh về hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn

Hãy tìm một số hình ảnh về đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn.



Dệt vải bằng khung cửi, một trong những nét đẹp văn hóa của một số dân tộc.

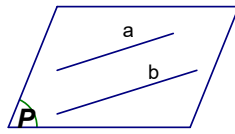


Hành lang với bộ cảm biến an ninh gồm các tia laze đối một không cắt nhau.

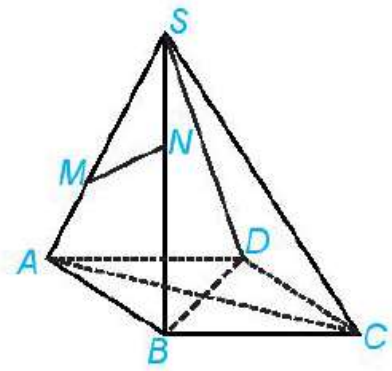
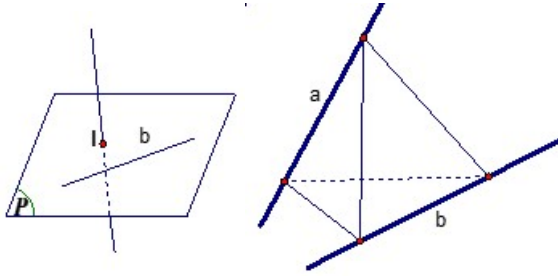
b) Nội dung: Gọi một vài học sinh trả lời. Có thể bắt đầu với hình ảnh có sẵn trong SGK

c) Sản phẩm:

Hai đường thẳng a và b đồng phẳng và không có điểm chung.



Hai đường thẳng a và b không đồng phẳng.



Hình 4.17

Hình thành kiến thức:

ĐỊNH NGHĨA

Hai đường thẳng gọi là **đồng phẳng** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.

Hai đường thẳng gọi là **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.

Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

Ví dụ 1. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng (H.4.16).

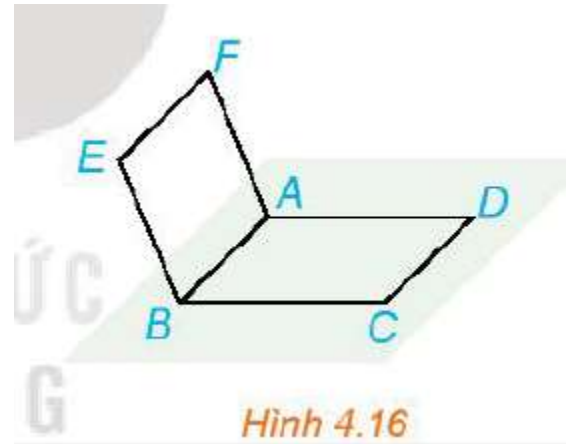
a) Quan sát bốn đường thẳng AB , BC , CD , DA . Chỉ ra các cặp đường thẳng cắt nhau, ra các cặp đường thẳng song song.

b) Trong ba đường thẳng AB , AF , BE có hai đường thẳng nào chéo nhau không?

Lời giải:

a) Các cặp đường thẳng cắt nhau là AB và BC , AB và DA , BC và CD , CD và DA . Các cặp đường thẳng song song là AB và CD , DA và BC .

b) Các đường thẳng AB , AF , BE cùng nằm trong mặt phẳng $(ABEF)$ nên trong ba đường thẳng đó không có hai đường nào chéo nhau.



Hình 4.16

Luyện tập 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.(H.4.17)

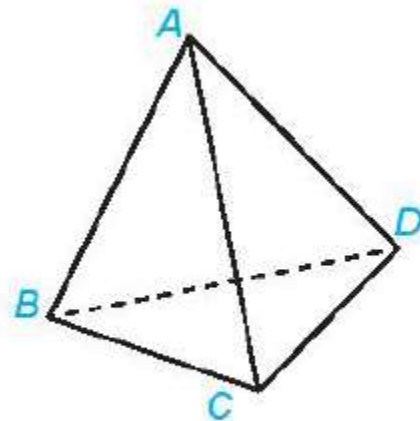
- Trong các đường thẳng AB , AC , CD , hai đường thẳng nào song song, hai đường thẳng nào cắt nhau?
- Gọi M , N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh SA , SB . Trong các đường thẳng SA , MN , AB có hai đường nào chéo nhau hay không?

Ví dụ 2. Cho hình tứ diện $ABCD$ (H.4.18). Hai đường thẳng AB và CD có chéo nhau hay không? Chỉ ra các cặp đường thẳng chéo nhau có trong hình tứ diện đó.

Lời giải:

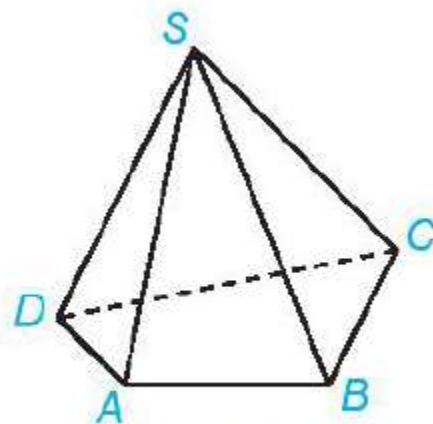
Nếu hai đường thẳng AB và CD không chéo nhau thì chúng cùng thuộc một mặt phẳng. Khi đó bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng, trái với giả thiết $ABCD$ là hình tứ diện. Do đó, hai đường thẳng AB và CD chéo nhau.

Lập luận tương tự, ta thấy trong tứ diện $ABCD$ còn có các cặp đường thẳng chéo nhau là AC và BD , AD và BC .



Luyện tập 2. Trong hình chóp tứ giác $S.ABCD$ (H.4.19), chỉ ra những đường thẳng:

- Chéo với đường thẳng SA .
- Chéo với đường thẳng BC .



Hình 4.19

Vận dụng 1. Một chiếc gậy được đặt một đầu dựa vào tường và đầu kia trên mặt sàn (H.4.20). Hỏi có thể đặt chiếc gậy đó song song với một trong các mép tường hay không?

Hướng dẫn:

+ GV yêu cầu học sinh thử đặt gậy ở một vị trí để quan sát và nhận xét về vị trí tương đối của gậy và mép tường. Chú ý rằng gậy được đặt sao cho đầu gậy dựa vào tường, tức là phải có lực tương tự tường lên đầu gậy và ngược lại. Vì vậy không thể xảy ra trường hợp toàn bộ chiếc gậy “nằm trên” tường. Bài tập vận dụng này yêu cầu học sinh kết hợp kiến thức vật lý và kiến thức toán học để có được câu trả lời cuối cùng

d) Tổ chức thực hiện:



Hình 4.20

Chuyển giao	Dệt vải bằng khung cửi, một trong những nét đẹp văn hóa của một số dân tộc. Hành lang với bộ cảm biến an ninh gồm các tia laze đôi một không cắt nhau. Học sinh trả lời các câu hỏi sau: + Hai đường thẳng không song song thì có cắt nhau không? + Hai đường thẳng không cắt nhau thì có song song không? + Hai đường thẳng không chéo nhau thì có song song không? Áp dụng lý thuyết vào giải quyết các ví dụ trong SGK
Thực hiện	- HS quan sát hình ảnh và tìm thêm các hình ảnh trong lớp học - HS tìm câu trả lời - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Phát hiện và đưa ra được khái niệm về của hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau + Huy động các kiến thức đã học để khắc sâu kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Tiết 2: TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Hoạt động hình thành kiến thức

Hoạt động 2 : Tính chất hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau.

a) Mục tiêu: Học sinh giải thích được trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng cho trước chỉ có duy nhất một đường thẳng song song với đường thẳng cho trước. Việc chứng minh dựa trên kết quả tương tự trong mặt phẳng

b) Nội dung:

- HS tìm hiểu nội dung kiến thức về nhắc lại kiến thức, làm bài tập hai đường thẳng song song trong không gian theo yêu cầu, dẫn dắt của GV, thảo luận trả lời câu hỏi và hoàn thành các bài tập ví dụ, luyện tập, vận dụng trong SGK.

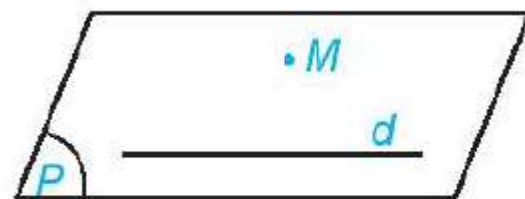
c) Sản phẩm:

HĐ2. Trong không gian, cho một đường thẳng d và một điểm M không nằm trên d (H.4.21). Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và d .

a) Trên mặt phẳng (P) có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và song song với d .

b) Nếu một đường thẳng đi qua M và song song với d thì đường thẳng đó có thuộc mặt phẳng (P) hay không?

Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.



Hình 4.21

HD3. Quan sát lớp học và tìm hai đường thẳng song song với mép trên của bảng. Hai đường thẳng đó có song song với nhau hay không?

Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hướng dẫn: HS sử dụng được tính chất bắc cầu của quan hệ song song trong việc giải một số bài toán đơn giản

Ví dụ 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, AD, BC, AC, BD (H.4.22).

a) Chứng minh rằng tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng các đoạn thẳng MN, PQ, RS cùng đi qua trung điểm của mỗi đoạn.

Hướng dẫn:

+ Dấu hiệu nhận biết hình bình hành

+ Tính chất của hình bình hành

Lời giải:

a) Trong tam giác ABC , ta có MQ là đường trung bình nên $MQ \parallel AC$

và $MQ = \frac{1}{2}AC$. Tương tự với tam giác ACD , ta có $PN \parallel AC$ và $PN = \frac{1}{2}AC$. Do đó, $MQ \parallel PN$ và $MQ = PN$.

Suy ra tứ giác $MPNQ$ là hình bình hành.

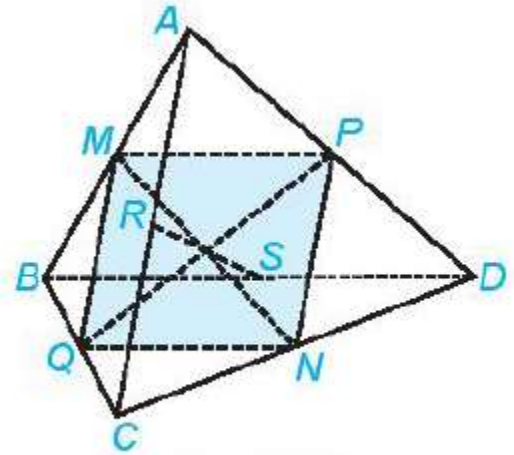
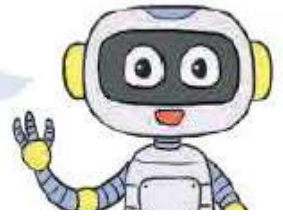
b) Từ câu a. suy ra hai đoạn thẳng MN và PQ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Tương tự, hai đoạn thẳng MN và RS cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Do đó, các đoạn thẳng MN, PQ, RS cùng đi qua trung điểm của mỗi đoạn.

Luyện tập 3. Trong ví dụ 1, chứng minh rằng bốn điểm C, D, E, F đồng phẳng và tứ giác $CDFE$ là hình bình hành.

Hướng dẫn:

+ $CD = EF$ (vì cùng bằng AB) và $CD \parallel EF$ (vì cùng song song với AB), do đó bốn điểm C, D, E, F đồng phẳng và $CDFE$ là hình bình hành

Các tia sáng Mặt Trời ở gần Trái Đất được coi như các đường thẳng đôi một song song với nhau.



Hình 4.22

Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác là hình bình hành.



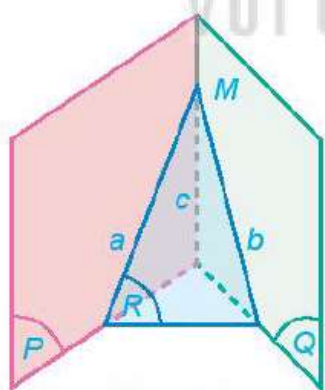
HD4. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến c . Một mặt phẳng (R) cắt (P) và (Q) lần lượt theo các giao tuyến a và b khác c .

a) Nếu hai đường thẳng a và c cắt nhau tại M thì đường b có đi qua M hay không(H.4.23)? Giải thích vì sao.

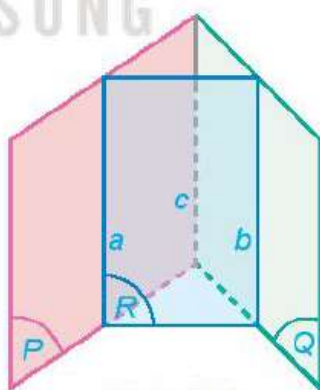
b) Nếu hai đường thẳng a và c song song với nhau thì hai đường thẳng b và c có c song song với nhau hay không(H.4.24)? Giải thích vì sao.

Kết quả sau đây còn được biết đến với tên gọi “Định lí về ba đường giao tuyến”.

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.



Hình 4.23



Hình 4.24

Chú ý: Từ kết quả trên có thể suy ra rằng: Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Hướng dẫn:

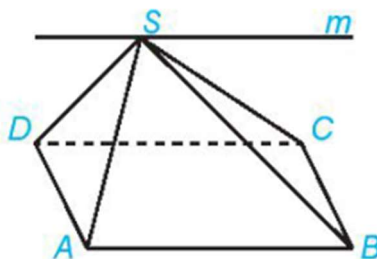
a) Vì M thuộc a nên M thuộc (R) . Vì M thuộc c nên M thuộc (Q) và (R) nên M thuộc b . Vậy a , b và c đồng quy.

b) Nếu hai đường thẳng b và c cắt nhau thì theo câu a suy ra a và c cắt nhau. Điều này trái với giả sử ban đầu, suy ra b và c song song. Như vậy a , b và c đôi một song song với nhau

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành(H.4.25). Xác định giao tuyến của hai

mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Hướng dẫn



Hình 4.25

Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm chung là S và chứa hai đường thẳng song song là AB và CD . Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng m đi qua S và song song với AB, CD .

Luyện tập 4. Trong Ví dụ 4, hãy xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

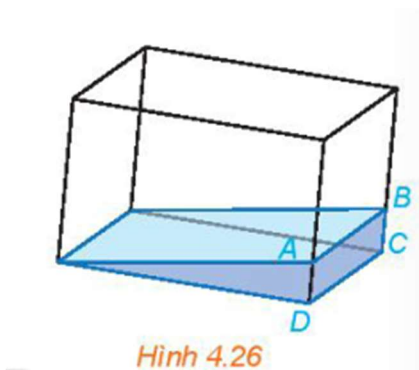
Nếu hai đường thẳng b và c cắt nhau tại N thì ta có thể sử dụng lại kết quả ở câu a.



Hướng dẫn:

Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng đi qua S và song song với AD, BC

Vận dụng 2. Một bể kính chứa đầy nước có đáy là hình chữ nhật được đặt nghiêng như Hình 4.26. Giải thích tại sao đường mép nước AB song song với cạnh CD của bể nước.



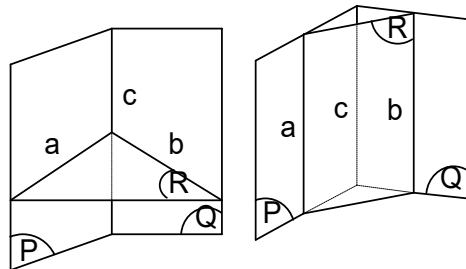
Hình 4.26

Hướng dẫn:

+ Xét mặt phẳng (ABCD) và mặt nước thì hai mặt phẳng này chứa hai đường thẳng song song là CD và cạnh đối diện với CD trên đáy bể. Do đó giao tuyến AB của hai mặt phẳng song song với CD

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Học sinh làm các hoạt động và ví dụ trong sách dưới sự dẫn dắt của GV
Thực hiện	- HS đọc kĩ đầu bài và trả lời câu hỏi dưới sự dẫn dắt của GV
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức Tính chất 1 Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó. Tính chất 2 Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau. ĐỊNH LÝ (về giao tuyến của ba mặt phẳng) Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.



HỆ QUẢ

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).

Tiết 3.

3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP

a) **Mục tiêu:** HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào các dạng bài tập cụ thể

b) **Nội dung:**

Mục tiêu:

- + HS nhận biết được các vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian
- + HS xác định được cặp đường thẳng cắt nhau, song song, chéo nhau
- + HS sử dụng tính chất hai đường thẳng song song để chứng minh tứ giác là hình thang, hình bình hành

4.9. Trong không gian, cho ba đường thẳng a, b, c . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

- a) Nếu a và b không cắt nhau thì a và b song song.
- b) Nếu b và c chéo nhau thì b và c không cùng thuộc một mặt phẳng.
- c) Nếu a và b cùng song song với c thì a song song với b .
- d) Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau.

4.10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào cắt nhau, cặp đường thẳng nào song song, cặp đường thẳng nào chéo nhau?

- a) AB và CD ; b) AC và BD ; c) SB và CD .

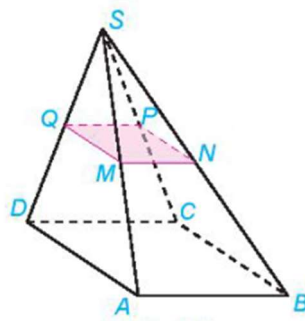
Hướng dẫn:

Cặp đường thẳng song song: AB và CD

Cặp đường thẳng cắt nhau là AC và BD

Cặp đường thẳng chéo nhau là SB và CD

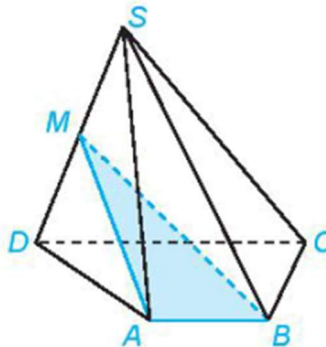
4.11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SB, SC, SD (H 4.27). Chứng minh rằng tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.



Hình 4.27

4.12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB//CD$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Chứng minh rằng tứ giác $MNCD$ là hình thang.

4.13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB//CD$). Gọi M là trung điểm của đoạn SD (H.4.28).



Hình 4.28

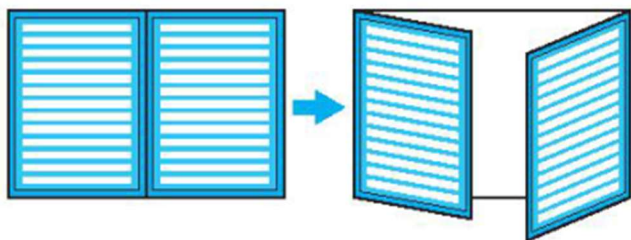
a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MAB) và (SCD) .

b) Gọi N là giao điểm của đường thẳng SC và mặt phẳng (MAB) . Chứng minh rằng MN là đường trung bình của tam giác SCD .

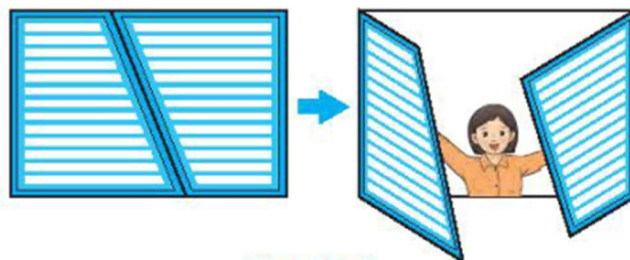
4.14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CB và P là một điểm thuộc cạnh AC . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (BPD) và chứng minh giao tuyến đó song song với BD .

4.15. (Đố vui) khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở ra, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau (H.4.29). Hãy giải thích tại sao.

Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau hai không?



Hình 4.29

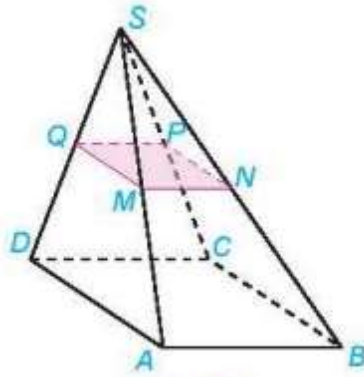


Hình 4.30

c) **Sản phẩm:** bản trình bày của học sinh

Hướng dẫn:

Bài 4.11:



Hình 4.27

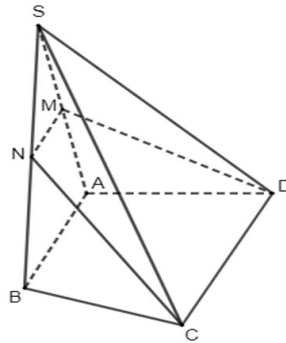
Xét ΔSAB có M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB nên MN là đường trung bình của ΔSAB , suy ra $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{1}{2} AB$.

Tương tự ta có PQ là đường trung bình của ΔSCD nên $PQ \parallel CD$ và $PQ = \frac{1}{2} CD$.

Lại có đáy $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$ và $AB = CD$.

Khi đó, $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$. Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Bài 4.12

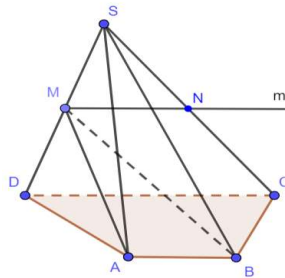


Xét ΔSAB có M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB , suy ra $MN \parallel AB$.

Mà đáy $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$.

Do đó, $MN \parallel CD$. Vậy tứ giác $MNCD$ là hình thang.

4.13.



a) $M \in SD; SD \subset mp(SCD)$

$\Rightarrow M \in mp(SCD)$

Mà $M \in mp(MAB) \Rightarrow M$ là điểm chung của $mp(MAB)$ và $mp(SCD)$.

Lại có: $mp(MAB)$ và $mp(SCD) \supset AB // CD$.

$\Rightarrow mp(MAB) \cap mp(SCD) = m$ với m đi qua M ; $m // AB, CD$.

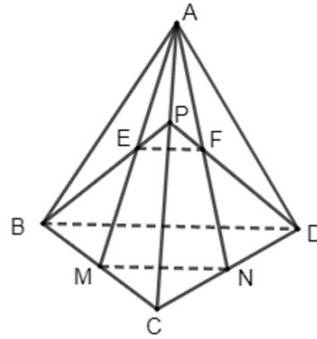
b) Trong ΔSCD : $\begin{cases} M \in m \\ m // CD \\ m \cap SC = N \end{cases}$

Vì $N \in m$; $m \in mp(MAB) \Rightarrow N \in mp(MAB)$

Vậy $SC \cap mp(MAB) = N$

Xét ΔSCD có M là trung điểm của SD , $MN // CD$ và $N \in SC \Rightarrow MN$ là đường trung bình ΔSCD .

4.14.



a) Trong ΔABC : $BP \cap AM = E$

Trong ΔACD : $DP \cap AN = F$

$E \in AM \Rightarrow E \in mp(AMN)$; $F \in AN \Rightarrow F \in mp(AMN)$

$\Rightarrow EF \subset mp(AMN)$

$E \in BP \Rightarrow E \in mp(BPM)$; $F \in DP \Rightarrow F \in mp(BPD)$

Do đó $EF \subset mp(BPD)$

Vậy $mp(AMN) \cap mp(BPD) = EF$ hay EF là đường thẳng d cần tìm.

b) ΔBCD có M, N là trung điểm $BC, CD \Rightarrow MN$ là đường trung bình ΔBCD

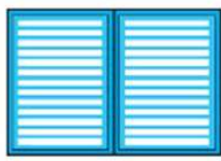
$\Rightarrow MN // BD$.

$MN \subset mp(AMN)$ và $BD \subset mp(BPD)$ mà $MN // BD$

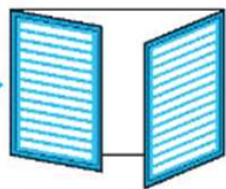
$\Rightarrow mp(AMN) \cap mp(BPD) = d$ với $d // MN // BD$

Vậy $d // BD$

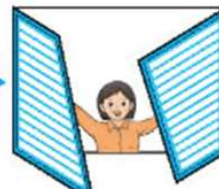
Bài 4.15.



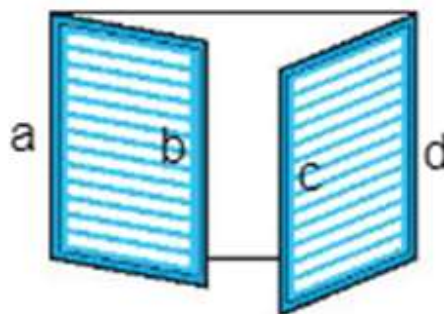
Hình 4.29



Hình 4.30



+) Mỗi cánh cửa ở Hình 4.29 đều có dạng hình chữ nhật nên các cạnh đối diện của mỗi cánh cửa song song với nhau.



Khi đó ta có $a // b$ và $c // d$.

Lại có các đường thẳng a và d là đường thẳng giao tuyến giữa khung cửa và cánh cửa nên $a // d$.

Do vậy, bốn đường thẳng a, b, c, d luôn đôi một song song với nhau.

Vậy khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau.

+) Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì không có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: tổ chức, giao nhiệm vụ HS: Nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS: Đọc, nghe, nhìn, làm (cách thức thực hiện: cá nhân/cặp/nhóm)
Báo cáo thảo luận	HS báo cáo, theo dõi, nhận xét / hình thức báo cáo
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét, làm rõ vấn đề, chốt kiến thức toàn bài, Chú ý những lỗi sai mà học sinh thường gặp

Bài tập về nhà

Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế hoặc liên môn

Phiếu học tập số 1

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q, R và S là bốn điểm lần lượt nằm trên bốn cạnh AB, BC, CD và DA . Chứng minh rằng bốn điểm P, Q, R và S đồng phẳng thì

a) Ba đường thẳng PQ, SR và AC hoặc song song hoặc đồng quy.

b) Ba đường thẳng PS, RQ và BD hoặc song song hoặc đồng quy.

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q, R lần lượt nằm trên ba cạnh AB, CD, BC . Tìm giao điểm S của AD và mặt phẳng (PQR) trong hai trường hợp sau đây.

a) PR song song với AC .

b) PR cắt AC .

Bài 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và G là trung điểm của MN .

a) Tìm giao điểm A' của đường thẳng AG và mặt phẳng (BCD) .

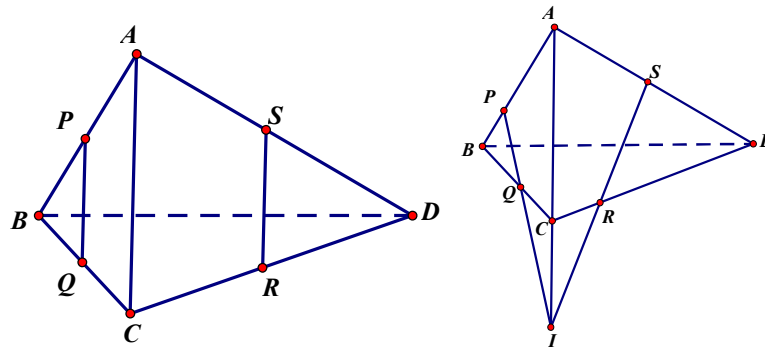
b) Qua M kẻ đường thẳng Mx song song với AA' và Mx cắt (BCD) tại M' . Chứng minh B, M', A' thẳng hàng và $BM' = M'A' = A'N$.

c) Chứng minh $GA = 3GA'$.

c) Sản phẩm:

Bài 1.

a) Xét ba mặt phẳng $(PQRS), (ABC), (ACD)$.



$$\left. \begin{array}{l} P \in AB \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow P \in (ABC)$$

Mà $P \in (PQRS)$ Suy ra $P \in (PQRS) \cap (ABC)$

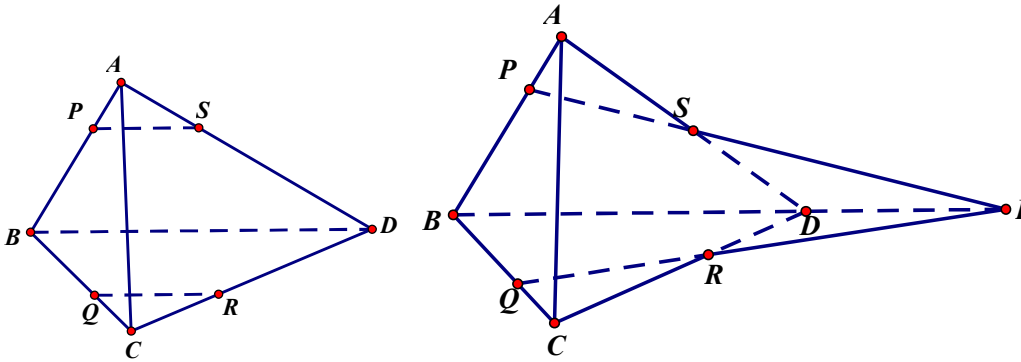
Tương tự $Q \in (PQRS) \cap (ABC) \Rightarrow PQ = (PQRS) \cap (ABC)$.

Chứng minh tương tự $RS = (PQRS) \cap (ACD)$

Để thấy $AC = (ABC) \cap (ACD)$

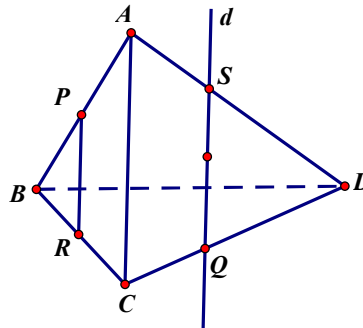
Suy ra ba đường thẳng PQ , SR và AC hoặc song song hoặc đồng quy.

b) Tương tự câu a) thì PS, RQ, BD là 3 giao tuyến phân biệt của các mặt phẳng $(ABD), (BCD), (PQRS)$ nên ba đường thẳng PS , RQ và BD hoặc song song hoặc đồng quy.



Bài 2.

a) Khi $PQ \parallel AC$



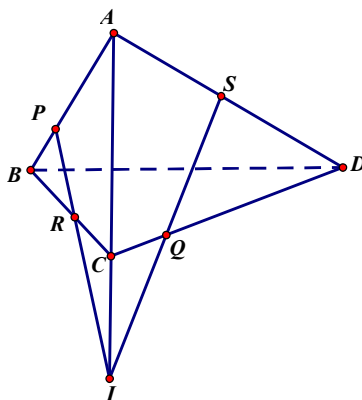
Xét hai mặt phẳng (PQR) và (ACD) , ta có

$$\left. \begin{array}{l} PR \parallel AC \\ AC \subset (ACD), PR \subset (PQR) \\ Q \in (PRQ) \cap (ACD) \end{array} \right\} \Rightarrow (PRQ) \cap (ACD) = d \text{ với } d \text{ đi qua } Q \text{ và } d \parallel AC.$$

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $S = d \cap AD$. Mà $d \subset (PQR)$.

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} S \in AD \\ S \in (PQR) \end{array} \right\} \Rightarrow S = AD \cap (PQR).$$

b) PR cắt AC



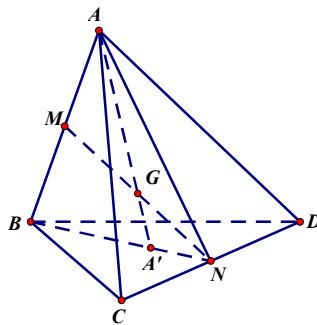
Gọi $I = PR \cap AC \Rightarrow I \in (PQR) \cap (ACD)$

Lại có $Q \in (PQR) \cap (ACD)$ Suy ra $IQ = (PQR) \cap (ACD)$.

Trong mặt phẳng (ACD) , gọi $S = IQ \cap AD$. Mà $IQ \subset (PQR) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S \in AD \\ S \in (PQR) \end{array} \right\} \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Bài 3.

a) Xét mặt phẳng (ABM) và (BCD) .



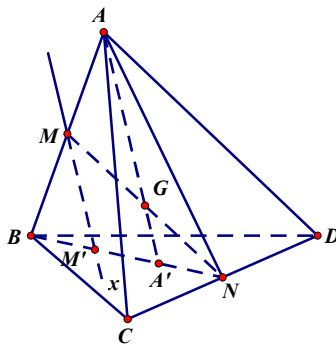
Ta có $(ABN) \cap (ACD) = AN$.

Trong mặt phẳng (ABN) , gọi $A' = AG \cap BN \Rightarrow A' = AG \cap (BCD)$.

b) Do $MM' \parallel AA'$ nên 4 điểm M, M', A', A cùng nằm trên một mặt phẳng.

Mà các điểm A, A', M cùng nằm trên mặt phẳng (ABN) .

Suy ra $M' \in (ABN)$



Mặt khác $M' \in (BCD) \Rightarrow M' \in (ABN) \cap (BCD)$.

Theo ý a) thì $\Rightarrow BN = (ABN) \cap (BCD)$, $A' \in BN$ nên $M', A' \in BN$.

Suy ra B, M, A' thẳng hàng.

c) Do $MM' \parallel AA' \Rightarrow \frac{MM'}{AA'} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2}$.

Lại có $GA' \parallel MM' \Rightarrow \frac{GA'}{MM'} = \frac{NG}{NM} = \frac{1}{2}$ Suy ra $AA' = 4GA' \Rightarrow GA = 3GA'$.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm, tổ chức, giao nhiệm vụ HS: Nhận
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS: Đọc, nghe, nhìn, làm (cách thức thực hiện: cá nhân/cặp/nhóm)
Báo cáo thảo luận	HS báo cáo, theo dõi, nhận xét /hình thức báo cáo
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

TÊN BÀI DẠY: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Nhận biết đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn có liên quan đến đường thẳng song song với mặt phẳng.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Xuyên suốt bài học.

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Thông qua việc thực hiện Vận dụng 1 và các tình huống tương tự.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Xuyên suốt bài học, trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Xuyên suốt bài học.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học
- Trung thực, yêu nước

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, hình ảnh liên quan đến các nội dung trong bài...

III. Tiến trình dạy học

- Tiết 1: Từ đầu đến hết Luyện tập 2
- Tiết 2: Từ Ví dụ 3 đến hết, Bài tập

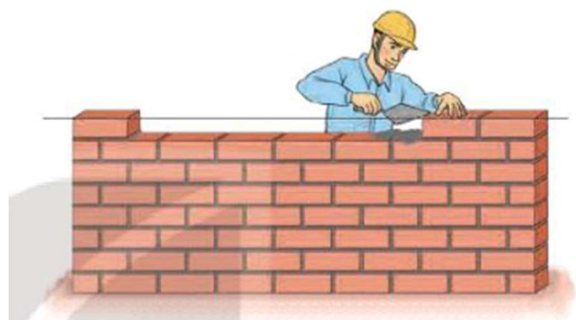
Tiết 1.

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: Hãy quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi

Khi xây tường gạch, người thợ thường bắt đầu với việc xây các viên gạch dẫn, sau đó căng dây nhợ dọc theo cạnh của các viên gạch dẫn đó để làm chuẩn rồi mới xây các viên gạch tiếp theo.



Câu 1: Việc sử dụng dây căng như vậy có tác dụng gì?

Câu 2: Toán học mô tả vị trí giữa dây căng, các mép gạch với mặt đất như thế nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh * Yêu cầu HS trả lời câu 1, câu 2
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS :
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1: 1. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

a) Mục tiêu:

- Học sinh quan sát và nhận biết được các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng
- HS tiếp cận kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng thông qua một số hình ảnh thực tế.

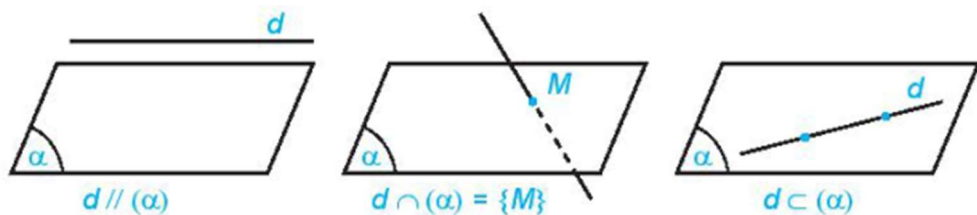
b) Nội dung:

* Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Nếu d và (α) không có điểm chung thì ta nói d song song với (α) hay (α) song song với d và kí hiệu $d // (\alpha)$ hay $(\alpha) // d$.

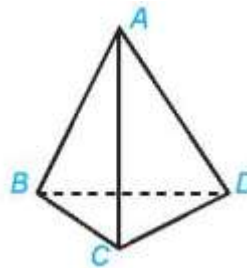
Ngoài ra:

- Nếu d và (α) có một điểm chung duy nhất thì ta nói d và (α) cắt nhau tại điểm M và kí hiệu $d \cap (\alpha) = \{M\}$ hay $d \cap (\alpha) = M$.
- Nếu d và (α) có nhiều hơn một điểm chung thì ta nói d nằm trong (α) hay (α) chứa d và kí hiệu $d \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$.



* **Ví dụ 1.** Cho hình tứ diện $S.ABCD$ (H.4.35). Trong các mặt phẳng chứa các mặt của hình tứ diện, hãy cho biết:

- Đường thẳng AB cắt các mặt phẳng nào;
- Đường thẳng AB nằm trong các mặt phẳng nào.



Lời giải

a) Đường thẳng AB cắt các mặt phẳng (ACD) và (BCD) .

b) Đường thẳng AB nằm trong các mặt phẳng (ABC) và (ABD) .

* **Luyện tập 1.** Trong Ví dụ 1, đường thẳng AC cắt các mặt phẳng nào, nằm trong các mặt phẳng nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh về các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	* GV nêu câu hỏi. HD1. Quan sát hình ảnh khung thành bóng đá.  H1? nhận xét vị trí của xà ngang, cột dọc, thanh chống và thanh bên của khung thành với mặt đất? H2? Giáo viên có thể lấy ví dụ thực tế về cạnh tường và sàn nhà trong lớp học để yêu cầu học sinh nêu số điểm chung về đường thẳng và mặt phẳng (trường hợp không có giao điểm, một giao điểm và vô số giao điểm). H3? Quan sát hình ảnh cầu Long Biên, hãy chỉ ra một hình ảnh đường thẳng song song với mặt phẳng trong bức ảnh (H.4.34). GV nêu nội dung bài toán Ví dụ 1 và Luyện tập 1: GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, sử dụng các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng tìm lời giải cho bài toán.
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn. TL1: Hình ảnh về đường thẳng và mặt phẳng song song... TL2: Số giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng (Giáo viên lấy ví dụ đủ cả 3 trường hợp). TL3: VD1:

	LT1:
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : - Giáo viên có thể dẫn dắt học sinh sang kiến thức mới: Để chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng ngoài chứng minh chúng không có điểm chung ta còn có cách chứng minh nào không? Ta cùng tìm hiểu đk và tính chất của đt song song với mp.

Hoạt động 2.2. 2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG.

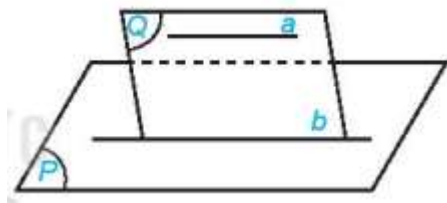
a) Mục tiêu: Biết điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng. Biết phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

b) Nội dung:

HĐ2: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nằm trong (P) thì a song song với (P) .

$$\begin{cases} a \not\subset (P), b \subset (P) \\ a // b \end{cases} \Rightarrow a // (P)$$

Chứng minh: (Phản chứng)



Gọi (Q) là một mặt phẳng chứa hai mặt phẳng chứa a và b (H.4.36).

Giả sử nếu a và (P) cắt nhau tại điểm M , thì M có thuộc (Q) và M có thuộc b hay không?

Vậy M là điểm chung của a và b

Mâu thuẫn gt a song song với b . Suy ra : a song song với (P) .

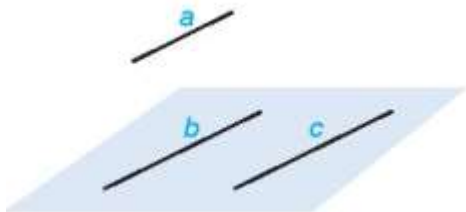
* **Chú ý:** Phát biểu trên còn đúng không nếu bỏ điều kiện " a không nằm trong mặt phẳng (P) "?

TL: Nếu a nằm trong mặt phẳng (P) thì (P) và (Q) là trùng nhau. Do đó ko thể coi b là giao tuyến của (P) và (Q)

Ví dụ 2: Cho ba đường thẳng a, b, c đôi một song song với nhau và không cùng nằm trong một mặt phẳng (H.4.37).

Chứng minh rằng đường thẳng a song song với mp (b, c) .

Lời giải



Ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng nên đường thẳng a không nằm trong $\text{mp}(b, c)$. Vì đường thẳng a song song với đường thẳng b và đường thẳng b nằm trong $\text{mp}(b, c)$ nên đường thẳng a song song với mặt phẳng $\text{mp}(b, c)$.

Luyện tập 2. Trong Ví dụ 2, chứng minh rằng đường thẳng c song song với $\text{mp}(a, b)$, đường thẳng b song song với $\text{mp}(a, c)$

c) Sản phẩm: Hình thành phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	* Giáo viên chia lớp làm 6 nhóm và yêu cầu thực hiện các H1 và H2 H1: Thực hiện hoạt động 2 trong sách giáo khoa? Tìm hiểu HĐ2? Nếu muốn chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng ngoài việc chứng minh không có điểm chung ta có thể chứng minh như thế nào? H2?: Thực hiện VD 2 và luyện tập 2 trong sách giáo khoa? * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó nêu phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng; chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Dựa vào phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng làm VD2 và LT2. Nhóm 1+2+3: làm VD2. Nhóm 4+5+6: làm LT2.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - HS thảo luận và thực hiện nhiệm vụ - HS lên bảng trình bày Mong đợi: - H : Phát biểu trên còn đúng không nếu bỏ điều kiện "a không nằm trong mặt phẳng (P) "? - TL: Nếu a nằm trong mặt phẳng (P) thì (P) và (Q) là trùng nhau. Do đó ko thể coi b là giao tuyến của (P) và (Q)
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức
-------------------------------------	--

Tiết 2.

Tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Ôn tập lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.

b) Nội dung: GV đưa ra câu hỏi

H: Nhắc lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh (hoặc kết quả hoạt động nhóm của học sinh)

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân

Chuyển giao	* Giáo viên đưa ra câu hỏi: Nhắc lại KN đường thẳng song song với mặt phẳng, và điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng. * GV tổ chức cho HS hoạt động cá nhân, và gọi HS trả lời.
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi. - GV theo dõi
Báo cáo thảo luận	* Cá nhân HS báo cáo, các bạn còn lại theo dõi, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức - Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, GV kết luận, và dẫn dắt học sinh hình thành kiến thức mới tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới: Tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.

a) Mục tiêu:

- Biết tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Biết sử dụng tính chất để tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng.

b) Nội dung:

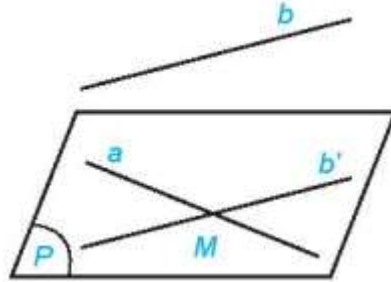
* *Tính chất 1:*

Ví dụ 3. Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Chứng minh rằng có một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Lời giải

Lấy điểm M bất kì thuộc a . Qua M kẻ đường thẳng b' song song với b và đặt $(P) = mp(a, b')$.

Vì a và b chéo nhau nên đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (P) . Vì b song song với b' nằm trong mặt phẳng (P) nên b song song với (P) . Vậy (P) là mặt phẳng chứa a và song song với b .



Hình 4.38

Chú ý. Ta có thể chứng minh rằng mặt phẳng (P) trong Ví dụ 3 là mặt phẳng duy nhất chứa đường thẳng a và song song với đường thẳng b . **Như vậy, cho trước hai đường thẳng chéo nhau, có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.**

Tính chất 1: Cho trước hai đường thẳng chéo nhau, có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

Luyện tập 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang ($AB // CD$). Hai đường thẳng SD và AB có chéo nhau hay không? Chỉ ra mặt phẳng chứa đường thẳng SD và song song với AB .

Lời giải

SD và AB là 2 đt chéo nhau. Mặt phẳng cần tìm là (SCD)

Vận dụng. Trong tình huống mở đầu, hãy giải thích tại sao dây nhợ khi căng thì song song với mặt đất. Tác dụng của việc đó là gì?

* **Tính chất 2:**

HD3. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và (Q) là một mặt phẳng chứa a . Giả sử (Q) cắt (P) theo giao tuyến b (H.4.36).

a) Hai đường thẳng a và b có thể chéo nhau không?

b) Hai đường thẳng a và b có thể cắt nhau không?

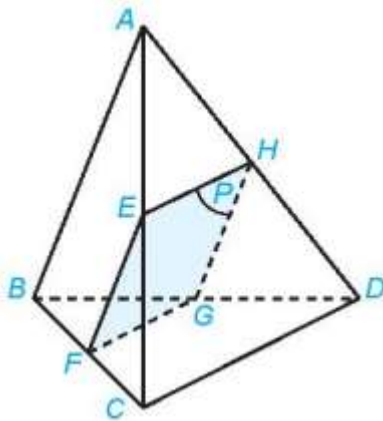
Tính chất 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a .

$$\begin{cases} a // (P) \\ (Q) \supset a, (Q) \cap (P) = b \end{cases} \Rightarrow b // a$$

Ví dụ 4. (Tìm giao tuyến của 2 mp)

Cho tứ diện $ABCD$, điểm E nằm giữa hai điểm A và C . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, CD (H.4.39). Xác định các giao tuyến của (P) và các mặt của tứ diện. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

Lời giải



Hình 4.39

- + Mặt phẳng (ABC) chứa đường thẳng AB song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (ABC) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến song song với AB . Vẽ $EF \parallel AB$ (F thuộc BC) thì EF là giao tuyến của (P) và (ABC) .
- + Hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) cùng chứa đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P) nên chúng cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến song song với CD . Vẽ EH, FG song song với CD (H thuộc AD , G thuộc BD) thì EH, FG lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (P) với hai mặt phẳng $(ACD), (BCD)$. Khi đó GH là giao tuyến của (P) và (ABD) .
- + Mặt phẳng (ABD) chứa đường thẳng AB song song với mặt phẳng (P) nên giao tuyến GH của (ABD) và (P) song song với AB . Tứ giác $EFGH$ có $EF \parallel GH$ (vì cùng song song với AB) và $EH \parallel FG$ (vì cùng song song với CD) nên nó là hình bình hành.

Luyện tập 4. Trong Ví dụ 4, gọi (Q) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, AD . Xác định giao tuyến của (Q) với các mặt của tứ diện.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	Giáo viên chia lớp làm 6 nhóm và yêu cầu * Thực hiện các VD3, LT3, vận dụng giải quyết tình huống mở đầu * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất 1. * GV đề nghị hs làm HD3. * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất 2, và cách làm bài toán tìm giao tuyến của 2 mp.. * GV đề nghị hs thực hiện VD4, và LT4
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ

	- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm - Học sinh quan sát chỉ ra mối liên hệ rút ra nội dung tính chất 1,2
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đường thẳng và mặt phẳng song song để làm một số bài toán về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, xác định vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, chứng minh hai đường thẳng song song.

b) Nội dung:

BÀI TẬP

BT4.16. Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Những mệnh đề nào sau đây là đúng?

- Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P) .
- Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau.
- Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P) .
- Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b .

Đáp số : a

BT4.17. Cho hai tam giác ABC và ABD không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, AD .

- Đường thẳng AM có song song với mặt phẳng (BCD) hay không? Hãy giải thích tại sao.
- Đường thẳng MN có song song với mặt phẳng (BCD) hay không? Hãy giải thích tại sao.

Trả lời :

- Đường thẳng AM và mặt phẳng (BCD) có điểm chung C , nên đường thẳng AM không song song với mặt phẳng (BCD)
- Vì MN là đường trung bình của tam giác ACD nên $MN \parallel CD$.
Vì $MN \not\subset (BCD)$ nên $MN \parallel (BCD)$

BT4.18. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi MN lần lượt là trung điểm của hai cạnh BC, CD . Chứng minh rằng đường thẳng BD song song với mặt phẳng (AMN) .

Trả lời :

$$\text{Ta có : } \begin{cases} BD \not\subset (AMN) \\ BD \parallel MN \\ MN \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow BD \parallel (AMN)$$

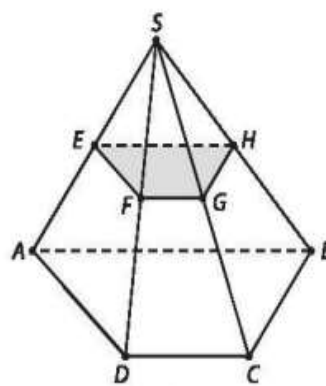
BT4.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi E là một điểm nằm giữa S và A . Gọi (P) là mặt phẳng qua E và song song với hai đường thẳng AB, AD . Xác định giao tuyến của (P) và các mặt bên của hình chóp. Hình tạo bởi các giao tuyến là hình gì?

4.19. (H.4.9). Vì mặt phẳng (SAD) chứa đường thẳng AD song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (SAD) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến song song với AD . Vẽ $EF \parallel AD$ (F thuộc SD) thì EF là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (SAD) .

Lập luận tương tự, vẽ $FG \parallel CD$ (G thuộc SC) và $EH \parallel AB$ (H thuộc SB) thì FG là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (SCD) , EH là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (SAB) . Ta cũng có GH là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (SBC) .

Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (P) và các mặt bên của hình chóp là tứ giác $EFGH$.

Vì $FG \parallel CD$, $EH \parallel AB$ và $AB \parallel CD$ nên $FG \parallel EH$, suy ra tứ giác $EFGH$ là hình thang.



Hình 4.9

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

BT4.20. Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.

Lời giải:

Mép trên của cửa ra vào luôn song song với mép dưới của cửa ra vào (vì cánh cửa là HCN).

Vì mép dưới của cửa nằm trong mp nền nhà, nên mép trên của cửa ra vào luôn song song với mp đó

c) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm.

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

* HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Ghi nhớ kiến thức trong bài. Hoàn thành các bài tập trong SBT

BÀI 13: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (04 tiết)

I. MỤC TIÊU:

1. Về kiến thức:

- Nhận biết được hai mặt phẳng song song trong không gian
- Nắm được điều kiện để hai mặt phẳng song song, tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Nắm được định lý Thales trong không gian.
- Nắm được các khái niệm: hình lăng trụ và hình hộp.

2. Về kĩ năng:

- Giải thích điều kiện để hai mặt phẳng song song.
- Giải thích tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Vẽ hình biểu diễn của hình hộp, hình lăng trụ và giải thích tính chất cơ bản của hình lăng trụ và hình hộp.
- Chứng minh được hai mặt phẳng song song.
- Giải thích và vận dụng được định lý Thales trong bài toán cụ thể.
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, chứng minh hai mặt phẳng song song với nhau.

3. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực mô hình hóa toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: hai mặt phẳng song song.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Các đầu bếp chuyên nghiệp luôn có kỹ năng dùng dao điêu luyện để thái thức ăn như rau, củ, thịt, cá,... thành các miếng đều nhau và đẹp mắt. Các nhát cắt cần tuân thủ nguyên tắc gì để đạt được điều đó?



Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Để trả lời câu hỏi trong phần câu hỏi mở đầu trên chúng ta cùng tìm hiểu về bài học ngày hôm nay, bài học này sẽ cung cấp cho các em những hiểu biết về hai mặt phẳng song song và những kiến thức gắn liền với thực tế hằng ngày.”

Bài mới: **Hai mặt phẳng song song.**

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

TIẾT 1: HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.

ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

(đến Vận dụng 1)

Hoạt động 1: Hai mặt phẳng song song.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được khái niệm về hai mặt phẳng song song với nhau.

- Nhận biết được những hình ảnh của hai mặt phẳng song song trong thực tế.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được khái niệm về hai mặt phẳng song song và nêu được các hình ảnh liên quan đến hai mặt phẳng song song.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS quan sát hình 4.40 làm HĐ1 để giải thích rằng các mặt bậc thang (khi được mở rộng vô hạn) có xu hướng không cắt nhau. - Lưu ý: Đây là nhận định mang tính chất cảm nhận của HS, từ đó mà GV có thể gợi ý cho HS thấy được một số hình ảnh hai	1. Hai mặt phẳng song song HĐ1

mặt phẳng song song có trong thực tế, lớp học: hai mặt tường đối diện,.....

- GV tổng quát bằng cách ghi và nêu phần **Khái niệm** trong khung kiến thức trọng tâm cho HS.

- GV cho HS quan sát hình ảnh trong khung kiến thức trọng tâm và đặt câu hỏi: *Nếu đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α) thì đường thẳng d và mặt phẳng (β) có điểm chung hay không?*”.

+ HS cần suy nghĩ trả lời và đưa ra kết luận.

- GV cho HS đọc phần **Câu hỏi** (SGK – tr. 88) và mời 1 HS đưa ra câu trả lời nhanh.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

+ Khái niệm về hai mặt phẳng song song với nhau.



- Các mặt của từng tầng trong giá để dép gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.



- Mặt sàn và mặt trần nhà bằng gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.

- Hai mặt đối diện của hộp diêm gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.

Khái niệm

*Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là **song song** với nhau nếu chúng không có điểm chung, kí hiệu $(\alpha) // (\beta)$ hay $(\beta) // (\alpha)$.*

Nhận xét

Nhận xét. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau và đường thẳng d nằm trong (α) thì d và (β) không có điểm chung, tức là d song song với (β) .

Như vậy, nếu một đường thẳng nằm trong một trong hai mặt phẳng song song thì đường thẳng đó song song với mặt phẳng còn lại.

Câu hỏi

Trong hình ảnh mở đầu, các nhát cắt nằm trong các mặt phẳng song song.

Hoạt động 2: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song.

a) Mục tiêu:

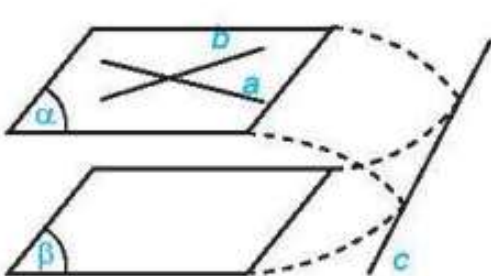
- HS nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau.
- HS sử dụng được điều kiện của hai mặt phẳng song song để thực hiện một số bài toán có liên quan.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, 2; Ví dụ 1; Luyện tập 1; Vận dụng 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được điều kiện của hai mặt phẳng song song với nhau, câu trả lời của HS về các bài tập có trong phần này.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV nhắc lại cho HS nhớ về tính chất đã học ở bài 12 để HS vận dụng làm HĐ2 này: + <i>Tính chất:</i> Nếu mặt phẳng (α) chứa đường thẳng a song song với mặt phẳng (β) thì hai mặt phẳng cắt nhau theo giao tuyến c song song với a. + GV mời 1 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời cho HĐ. - GV mời 1 HS rút ra kết luận và GV chính xác hóa Kết luận bằng cách nêu nội dung trong khung kiến thức trọng tâm. - GV cho HS quan sát Câu hỏi trong SGK – tr.89 và cho HS thảo luận theo bàn. + GV quan sát và hỗ trợ HS khi cần. + GV mời một vài HS trình bày câu trả lời và các HS khác nêu nhận xét. + GV chốt đáp án cho HS. - GV cho HS đọc – hiểu phần Ví dụ 1 và trình bày lại cách làm Ví dụ này. - GV cho 1 HS lên bảng vẽ hình phần Luyện tập 1 và cho HS thực hiện thảo luận theo nhóm 4 người. + GV có thể quan sát và gợi ý cho HS: Vì $m \parallel BC$ mà m không thuộc mp(BCD) nên ta sẽ suy ra được điều gì? Tương tự	1. Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song. HĐ2  Hình 4.41 Do a song song với mặt phẳng (β) và a nằm trong mặt phẳng (α) nên (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến c song song với a. Lí luận tương tự, ta thấy c song song với b. Từ đó suy ra a song song với b hoặc a trùng với b (mâu thuẫn giả thiết). Kết luận <i>Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (β) thì (α) và (β) song song với nhau.</i> Câu hỏi Giả sử hai đường thẳng a và b trùng nhau thì khi đó có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến c song song với hai đường thẳng trùng nhau trên, do đó (α) và (β) không song song với nhau. Do vậy, nếu không có điều kiện “hai đường thẳng cắt nhau” thì khẳng định trên không đúng. Ví dụ 1: (SGK – tr.89). Hướng dẫn giải: (SGK – tr.89). Luyện tập 1

như vậy, n có song song với mặt phẳng (BCD) không?

Từ hai điều đó, ta có mp(m, n) chứa m và n song song với mặt phẳng (BCD) vậy mp(m, n) có song song với (BCD) không?

- GV gợi ý cho HS thực hiện **Vận dụng 1** bằng cách đặt câu hỏi như sau:

+ Mặt phẳng tạo bởi mặt bàn được xác định bởi hai đường thẳng nào?

+ Các đường thẳng đó có song song với mặt đất hay không?

+ GV cho HS suy nghĩ câu trả lời và mời 1 HS lên bảng trình bày bài giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

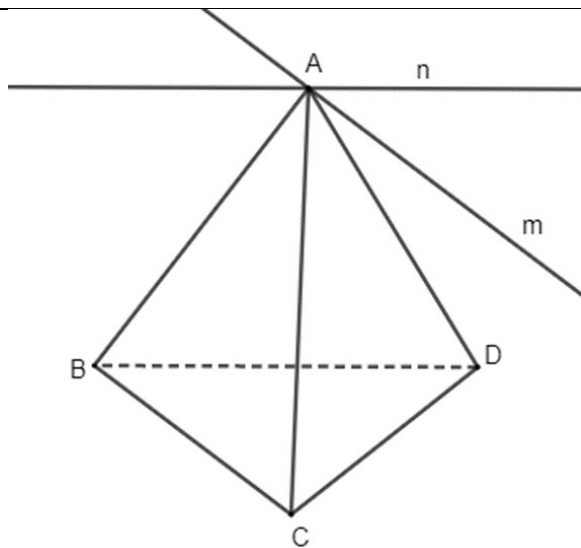
Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm

+ Điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau.



Vì $m \parallel BC$ nên $m \parallel (BCD)$.

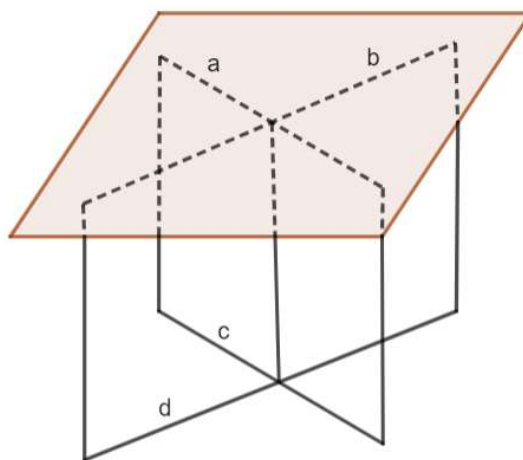
Vì $n \parallel BD$ nên $n \parallel (BCD)$.

$m \subset mp(m, n)$; $n \subset mp(m, n)$; $m \cap n = A$

$m, n \parallel mp(BCD)$

$\Rightarrow mp(m, n) \parallel mp(BCD)$

Vận dụng 1



Vì các khung sắt có dạng hình chữ nhật nên các cạnh đối diện của khung sắt song song với nhau, do đó $a \parallel c$ và $b \parallel d$.

Vì c và d là các đường thẳng của chân bàn nằm trên mặt đất, nên $a \parallel c$ thì đường thẳng a song song với mặt đất và $b \parallel d$ thì đường thẳng b song song với mặt đất.

Mặt phẳng bàn chứa hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng song song với mặt đất nên mặt phẳng bàn song song với mặt đất.

TIẾT 2: ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG.

ĐỊNH LÍ THALES TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 3: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song (phần còn lại).

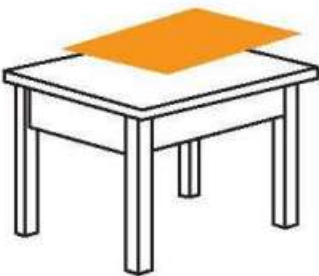
a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được tính chất của hai mặt phẳng song song.
- Áp dụng được tính chất để thực hiện các bài toán cơ bản có liên quan.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, 4; Ví dụ 2, 3; Luyện tập 2, 3.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm chắc tính chất của hai mặt phẳng song song, câu trả lời của HS về các bài toán có liên quan trong phần này.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV triển khai HĐ3 cho HS thực hiện. GV có thể chuẩn bị một tấm bìa và cho HS đặt tấm bìa lên các góc. + Sau khi HS lựa chọn các vị trí khác nhau của tấm bìa (sao cho mặt bìa song song với mặt đất). + GV mời 1 HS nêu nhận xét về vị trí của mặt bìa và mặt bàn. + Từ đó GV rút ra một tính chất thừa nhận trong khung kiến thức trọng tâm. - GV nêu phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm cho HS. - GV cho HS suy nghĩ Câu hỏi trong SGK – tr.89 và mời 1 bạn đứng tại chỗ trình bày đáp án.	1. Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song (phần còn lại). HĐ3  Mặt bàn nằm ngang thì song song với mặt đất. Khi tấm bìa cứng được đặt lên một góc của mặt bàn nằm ngang sao cho mặt bìa song song với mặt bàn thì mặt bìa trùng với mặt bàn. Tính chất: <i>Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.</i> Câu hỏi Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì hai mặt phẳng đó song song với nhau. Chứng minh: Cho ba mặt phẳng (P), (Q), (R) phân biệt có $(P) // (Q)$, $(Q) // (R)$. Theo tính chất bắc cầu ta có $(P) // (R)$.

+ GV hướng dẫn câu b: a và b có chéo nhau không? Vì sao?
 Nếu giả sử a và b cắt nhau thì chứng tỏ (P) và (Q) có điểm chung, điều này trái với giả thiết (P) và (Q) song song không?
 + GV cho HS suy nghĩ và sau đó chỉ định 2 HS đứng tại chỗ trình bày câu trả lời.
 + GV chốt đáp án cho HS.

- GV mời 1 HS đọc phần kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 3** để vận dụng được tính chất một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song.
 + GV mời một HS trình bày lại cách thực hiện.

- GV cho HS thảo luận nhóm 3 và gợi ý cho HS thực hiện **Luyện tập 3** như sau:

Trong mặt phẳng (EMQ) , qua E vẽ đường thẳng song song với MQ cắt cạnh CD tại H thì EH là giao tuyến của hai mặt phẳng (EMQ) và $(ABCD)$.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
 - GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

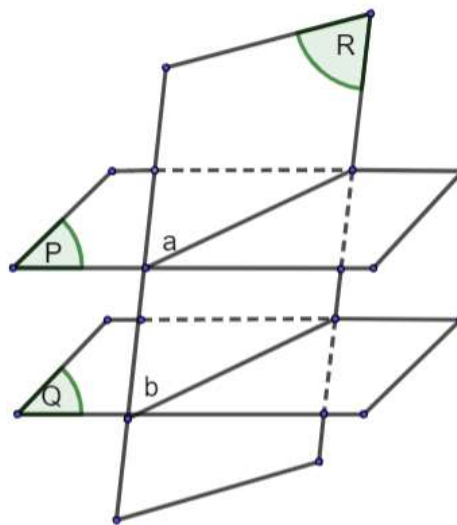
- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
 - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Tính chất của hai mặt phẳng song song.

(MNP) và (MPQ) cùng đi qua điểm M $(MNP) // (ABCD)$ và $(MPQ) // (ABCD)$ nên hai mặt phẳng đó trùng nhau, tức là bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

HD4



(hình 4.46)

a) Giả sử:

$mp(R)$ không cắt $mp(Q) \Rightarrow (R) // (Q)$. Mà $mp(P) // mp(Q)$

$\Rightarrow mp(R) // mp(P)$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết $mp(R) \cap mp(P) = a$

b) Vì $a, b \subset mp(R) \Rightarrow a, b$ không thể chéo nhau.

$\Rightarrow a, b$ không có điểm chung.

Giả sử: a, b có điểm chung là $A \Rightarrow$

$mp(P), mp(Q)$ cũng có điểm chung là A . Điều này mâu thuẫn với giả thiết $mp(P) // mp(Q)$

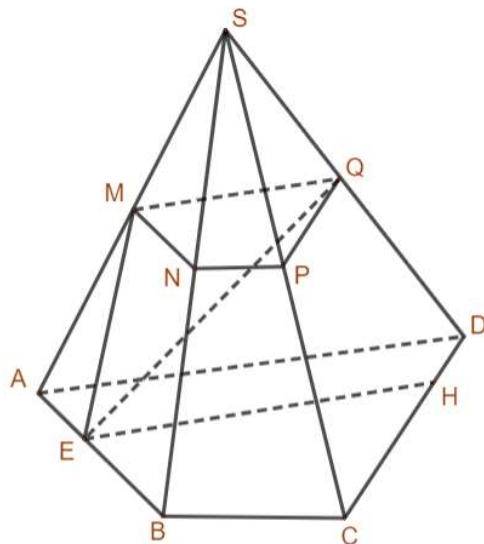
Tính chất

Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

Ví dụ 3: (SGK – tr.90).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.90).

Luyện tập 3



Trong Ví dụ 2, ta đã chứng minh được $(MNPQ) \parallel (ABCD)$.

Vì vậy hai giao tuyến của mặt phẳng (EMQ) với hai mặt phẳng $(MNPQ)$ và $(ABCD)$ song song với nhau. Ta có $(EMQ) \cap (MNPQ) = MQ$.

Trong mặt phẳng (MEQ) , qua E vẽ đường thẳng song song với MQ cắt CD tại H ($EH \parallel MQ \parallel AD$) thì đường thẳng EH là giao tuyến của hai mặt phẳng (EMQ) và mặt phẳng $(ABCD)$.

Hoạt động 4: Định lí Thalès trong không gian

a) Mục tiêu:

- Hiểu và nắm được kiến thức về định lí Thalès trong không gian.
- Phát biểu được định lí Thalès trong không gian.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ5, Ví dụ 4, Luyện tập 4.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS phát biểu được định lí Thalès trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS đọc và quan sát HĐ5 , GV gợi ý như sau: + Phần a: <i>Ta có BD và CC' là giao tuyến của mặt phẳng (ACC') với hai mặt phẳng song song (Q) và (R). Vậy BD có song song với CC' không?</i> <i>Tương tự với $B'D$ và AA'.</i> + Phần b: <i>Áp dụng định lí Thalès trong mặt phẳng (ACC') và $(AA'C')$ để suy ra các tỉ số bằng nhau.</i>	1. Định lí Thalès trong không gian HĐ5

+ GV cho HS suy nghĩ và mời 2 HS lên bảng trình bày đáp án.

- GV nêu **định lí Thalès trong không gian** trong phần khung kiến thức trọng tâm cho HS.

- GV hướng dẫn cho HS thực hiện **Ví dụ 4**.

+ GV: *Để áp dụng được định lí Thalès trong không gian HS cần xác định được ba mặt phẳng đôi một song song và hai cắt tuyến phù hợp.*

- GV cho HS tự thực hiện **Luyện tập 4**.

Sau đó GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình và trình bày lời giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

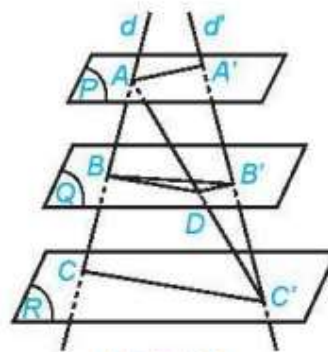
Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

+ Định lí Thalès trong không gian.



Hình 4.48

a) Mặt phẳng $(ACC') \cap (Q)$ và $(ACC') \cap (R)$ theo hai giao tuyến BD và CC' . Do đó, $BD \parallel CC'$.

Mặt phẳng $(AC'A') \cap (P)$ và $(AC'A') \cap (Q)$ theo hai giao tuyến AA' và $B'D$. Do đó, $B'D \parallel AA'$.

b) Xét $\triangle ACC'$ có $BD \parallel CC'$, theo định lí Thalès trong tam giác ta suy ra $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'}$

Tương tự, xét $\triangle AA'C'$ có $B'D \parallel AA'$, ta suy ra $\frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

Vậy $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

Định lí

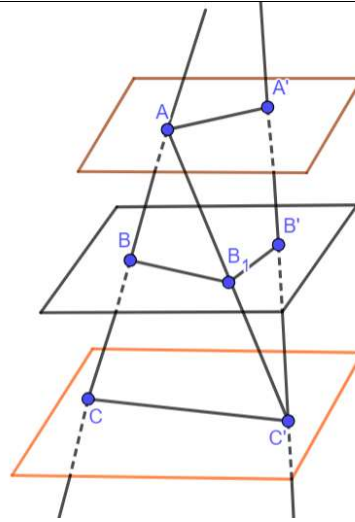
Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến phân biệt bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Trong hình 4.48 ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$.

Ví dụ 4: (SGK – tr.91).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.91).

Luyện tập 4.



Theo định lí Thalès trong không gian, ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$.

Suy ra $B'C' = \frac{A'B \cdot BC}{AB} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ (cm).

TIẾT 3: HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP

Hoạt động 5: Hình lăng trụ và hình hộp.

a) Mục tiêu:

- HS nắm được khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.
- Giải thích được các câu hỏi, bài toán có liên quan đến hình lăng trụ và hình hộp.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ6, 7; Ví dụ 5, 6; Luyện tập 5, 6; Vận dụng 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nắm được khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV dẫn dắt cho HS thực hiện HĐ6: + Ở cấp 2 các em đã được làm quen với hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác và biết được các khái niệm mặt bên, cạnh bên, đỉnh và mặt đáy. + Dựa vào đó các em hãy quan sát hình ảnh trong SGK – tr.91 và xác định những đặc điểm giống nhau của các hình, từ đó đưa ra định nghĩa tổng quát hình lăng trụ. - GV trình bày, trình chiếu phần khung kiến thức trọng tâm cho HS có cái nhìn tổng quát về hình lăng trụ.	1. Hình lăng trụ và hình hộp. HĐ6:  Các hình ảnh đã cho trên đều có chứa hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song, các mặt còn lại chứa các cạnh đối diện song song với nhau. Định nghĩa

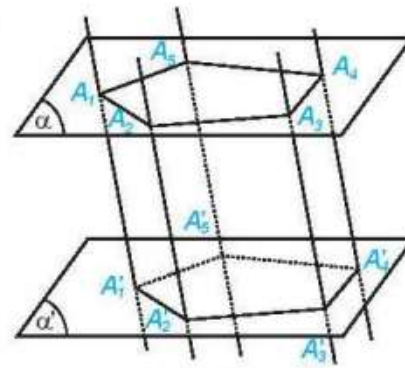
- Cho hai mặt phẳng song song (α) và (α') . Trên (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Qua các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ vẽ các đường thẳng đôi một song song và cắt mặt phẳng (α') tại $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Hình gồm hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ và các tứ giác $A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots, A_nA'_nA'_1A_1$ được gọi là hình lăng trụ và kí hiệu là $A_1A_2...A_nA'_1A'_2...A'_n$

+ Các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ và $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$ được gọi là các đỉnh, các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ được gọi là các cạnh bên, các đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ và $A'_1A'_2, A'_2A'_3, \dots, A'_nA'_1$ được gọi là các cạnh đáy của hình lăng trụ.

+ Hai đa giác $A_1A_2...A_n$ và $A'_1A'_2...A'_n$ được gọi là hai mặt đáy của hình lăng trụ.

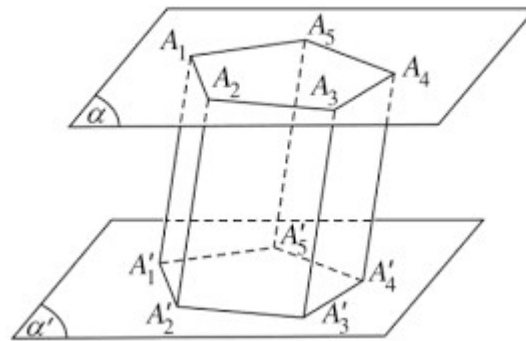
+ Các tứ giác

$A_1A'_1A'_2A_2, A_2A'_2A'_3A_3, \dots, A_nA'_nA'_1A_1$ được gọi là các mặt bên của hình lăng trụ.



Hình 4.50

Câu hỏi



Xét mặt bên $A_1A'_1A'_2A_2$, theo lí thuyết, ta có $A_1A'_1 \parallel A_2A'_2$, lại có mặt phẳng $(A_1A'_1A'_2A_2)$ lần lượt cắt hai mặt phẳng song song (α) và (α') theo hai giao tuyến A_1A_2 và $A'_1A'_2$ nên $A_1A_2 \parallel A'_1A'_2$. Do

- GV gợi ý cho HS làm phần **Câu hỏi** (SGK – tr.92): *Sử dụng tính chất một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song để suy ra các cặp cạnh tương ứng ở hai đáy của hình lăng trụ là song song, từ đó suy ra các mặt bên của hình lăng trụ là hình bình hành.*

+ GV cho HS suy nghĩ và mời 1 HS trình bày câu trả lời.

+ GV nhận xét và chốt đáp án cho HS.

- GV chỉ cho HS thấy cách gọi tên của hình lăng trụ.

- GV cho HS đọc phần **Ví dụ 5** và gợi ý rằng:
Cách để chứng minh hình lăng trụ ta đi chứng minh hai mặt đáy song song và các cạnh bên đôi một song song.

- GV cho HS làm **Luyện tập 5** theo nhóm đôi.

+ GV quan sát HS trao đổi và làm bài. Có thể hướng dẫn những HS tiếp thu kiến thức chậm hơn như sau:

Vì M và M' là trung điểm hai cạnh BC và $B'C'$ của hình bình hành $BCC'B'$ nên $MM' \parallel CC'$, suy ra MM', CC' và AA' như thế nào với nhau?

Hai mặt phẳng (AMC) và $(A'M'C')$ có song song với nhau không? Vậy từ hai điều trên ta suy ra được $AMC.A'M'C'$ có là hình lăng trụ không?

+ Gv mời 1 HS lên bảng vẽ hình và 1 HS lên bảng trình bày lời giải.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

- GV cho HS quan sát lại hình ảnh trong **HD6** và chỉ định 1 HS trả lời nhanh phần **HD7**.

- GV trình chiếu một hình ảnh về hình hộp và cho HS phỏng đoán về các đỉnh đối diện, các đường chéo, hai mặt đối diện của hình hộp. Từ đó dẫn ra kiến thức trong khung kiến thức trọng tâm.

vậy, tứ giác $A_1A'_1A'_2A_2$ là hình bình hành (các cặp cạnh đối diện song song).

Từ đó suy ra $A_1A'_1 \parallel A_2A'_2$ và $A_1A'_1 = A_2A'_2$.

Chứng minh tương tự, ta có các mặt bên khác của hình lăng trụ là hình bình hành, từ đó suy ra các cạnh bên đôi một song song và có độ dài bằng nhau.

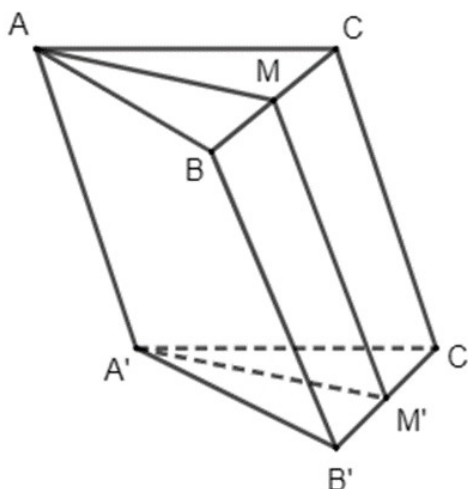
Chú ý:

Tên của hình lăng trụ được gọi dựa theo tên của đa giác đáy.

Ví dụ 5: (SGK – tr.92).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.92).

Luyện tập 5



Vì các cạnh bên của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đôi một song song nên AA', BB', CC' đôi một song song (1).

Ta có $BB' \parallel CC'$ nên $BCC'B'$ là hình thang.

Vì M và M' lần lượt là trung điểm của cạnh BC và $B'C'$ nên MM' là đường trung bình của hình thang $BCC'B'$, suy ra MM', BB', CC' đôi một song song (2).

Từ (1) và (2) suy ra $MM' \parallel AA' \parallel CC'$

$mp(ABC) \parallel mp(A'B'C')$

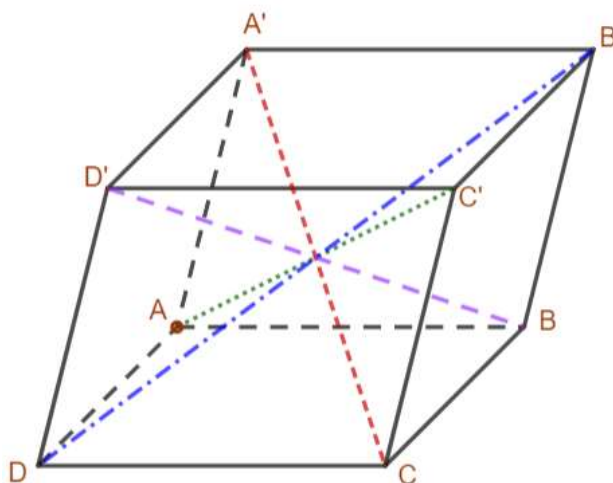
$\Rightarrow mp(AMC) \parallel mp(A'M'C')$

Do vậy $AMC.A'M'C'$ là hình lăng trụ.

HD7.



Hình ảnh thứ hai từ trái sang phải trong HĐ6 gợi nên hình ảnh về hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.



- Hình lăng trụ tứ giác $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có hai đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp.

+ Các cặp điểm A và C' , B và D' , C và A' , D và B' được gọi là các đỉnh đối diện của hình hộp.

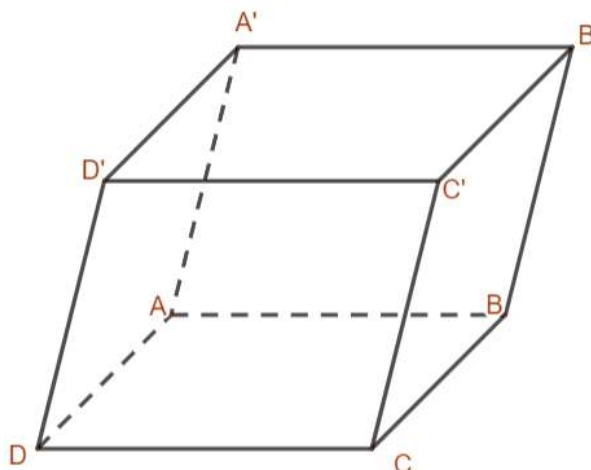
+ Các đoạn thẳng AC' , BD' , CA' và DB' được gọi là các đường chéo của hình hộp.

+ Các cặp tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$, $ADD'A'$ và $BCC'B'$, $ABB'A'$ và $CDD'C'$ được gọi là hai mặt đối diện của hình hộp.

Ví dụ 6: (SGK – tr. 93).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.93).

Luyện tập 6



Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$ là các hình bình hành.

Ta có: $AD \parallel BC$ (do $ABCD$ là hình bình hành), do đó $AD \parallel (BCC'B')$.

Lại có: $AA' \parallel BB'$ (các cạnh bên của hình hộp), do đó $AA' \parallel (BCC'B')$.

- GV cho HS tự làm **Ví dụ 6** theo SGK và trình bày lại cách làm bài tập này.

- GV chỉ định 1 HS đứng tại chỗ cùng mình giải quyết **Luyện tập 6** cho cả lớp cùng nghe và quan sát.

+ GV vẽ hình lên bảng và yêu cầu HS vẽ hình vào vở.

- GV cho HS quan sát hình 4.52 của **Vận dụng 2**.

+ GV chia lớp thành các nhóm tương ứng với các tổ trong lớp.

+ Các tổ thực hiện trao đổi và thảo luận để đưa ra đáp án. Mỗi nhóm thực hiện xong cử 1 đại diện lên bảng trình bày, diễn giải cho cả lớp nghe và quan sát.

+ GV nhận xét khả năng truyền đạt thông tin, giao tiếp toán học của HS và hoàn thiện đáp án cho HS ghi chép.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức: + Khái niệm hình lăng trụ và hình hộp.	Trong $mp(ADD'A')$ có: $AD // mp(BCC'B')$ và $AA' // mp(BCC'B')$ Vậy $mp(ADD'A') // mp(BCC'B')$ Vận dụng 2  Vì bể nước có dạng hình hộp nên nắp bể và đáy bể nằm trong hai mặt phẳng song song. Khi mặt nước yên lặng thì mặt nước, nắp bể và đáy bể nằm trong ba mặt phẳng đôi một song song. Khi đó, thanh gỗ và chiều cao của bể đóng vai trò như hai đường thẳng phân biệt cắt ba mặt phẳng đôi một song song trên. Vậy áp dụng định lí Thalès trong không gian, ta khẳng định được tỉ lệ giữa mực nước và chiều cao của bể chính là tính tỉ lệ giữa độ dài của phần thanh gỗ bị ngâm trong nước và độ dài của cả thanh gỗ.
---	---

TIẾT 4: BÀI TẬP

C. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.21 đến 4.24 (SGK – tr.93, 94), HS trả lời các câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS về chứng minh hai mặt phẳng song song.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS làm câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Một mặt phẳng cắt hai mặt đối diện của hình hộp theo hai giao tuyến là a và b . Hãy Chọn Câu đúng:

- A. a và b song song.
- B. a và b chéo nhau.
- C. a và b trùng nhau.
- D. a và b cắt nhau.

Câu 2. Chọn Câu đúng :

- A. Hai đường thẳng a và b không cùng nằm trong mặt phẳng (P) nên chúng chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng không song song và lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác
- B. Hình thang
- C. Hình bình hành
- D. Tứ giác

Câu 4. Chọn Câu đúng :

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Câu 5. Cho một đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P) ?

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. vô số.

- GV tổ chức cho HS hoạt động thực hiện nhóm đôi làm bài Bài 4.21 đến 4.24. HS thực hiện cá nhân hoàn thành Bài 4.21 đến 4.24 (SGK – tr.93, 94).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

- GV quan sát và hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Câu hỏi trắc nghiệm: HS trả lời nhanh, giải thích, các HS chú ý lắng nghe sửa lỗi sai.
- Mỗi bài tập GV mời HS trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.

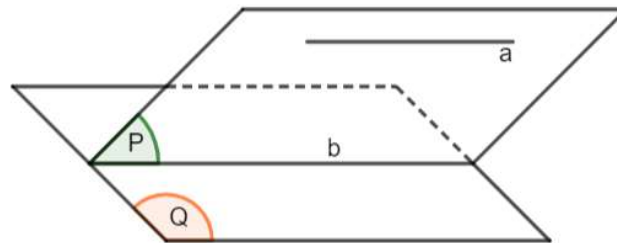
Kết quả:

Kết quả trắc nghiệm

1	2	3	4	5
A	D	B	A	C

Bài 4.21.

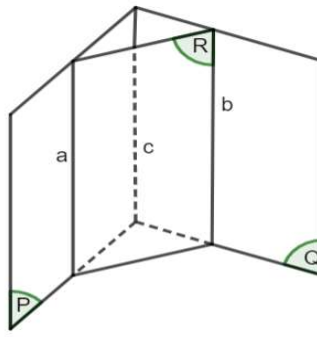
a) Mệnh đề a) là mệnh đề sai vì hai mặt phẳng (P) và (Q) có thể cắt nhau theo giao tuyến b song song với đường thẳng a nằm trong (P) .



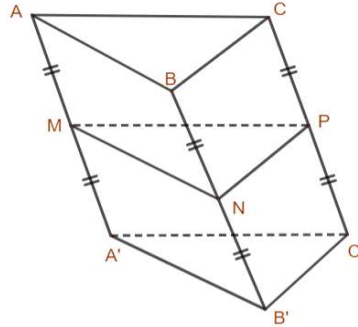
b) Mệnh đề b) là mệnh đề sai vì thiếu điều kiện hai đường thẳng đó phải cắt nhau.

c) Mệnh đề c) là mệnh đề đúng vì (P) và (Q) là hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba là mặt phẳng (R) thì (P) và (Q) song song với nhau.

d) Mệnh đề d) là mệnh đề sai vì (P) và (Q) cắt (R) thì (P) và (Q) có thể cắt nhau.



Bài 4.22



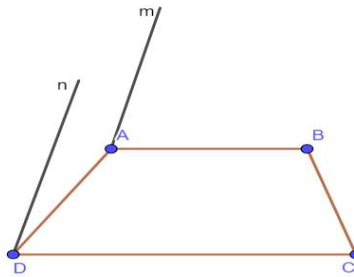
Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác nên $ABB'A'$ và $BCC'B'$ là các hình bình hành hay cũng là các hình thang. Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB' nên MN là đường trung bình của hình thang $ABB'A'$, do đó $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel mp(ABC)$.

Tương tự, $NP \parallel BC \Rightarrow NP \parallel mp(ABC)$.

Trong $mp(MNP)$: $MN \cap NP$; $MN \parallel mp(ABC)$; $NP \parallel mp(ABC)$

Vậy $mp(MNP) \parallel mp(ABC)$.

Bài 4.23



Vì $m \parallel n \Rightarrow m \parallel mp(C, n)$.

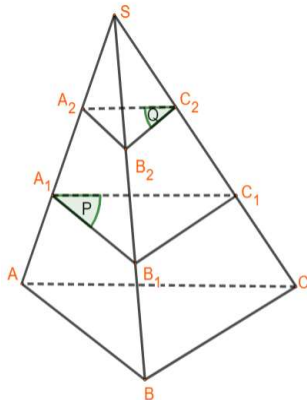
Vì ABCD là hình thang có hai đáy là AB và CD $\Rightarrow AB \parallel CD$

$\Rightarrow AB \parallel mp(C, n)$.

$mp(B, m)$ có $m \cap AB$; $m \parallel mp(C, n)$; $AB \parallel mp(C, n)$

Vậy $mp(B, m) \parallel mp(C, n)$.

Bài tập 4.24.



Vì $mp(P) // mp(ABC)$ và $mp(Q) // mp(ABC) \Rightarrow mp(P) // mp(Q)$
 $\Rightarrow mp(ABC) // mp(P) // mp(Q)$.

Theo định lí Thalès trong không gian, ta suy ra: $\frac{A_2A_1}{AA_1} = \frac{B_2B_1}{BB_1} = \frac{C_2C_1}{CC_1}$.

Mà $AA_1 = A_1A_2$ nên $\frac{A_2A_1}{AA_1} = 1$, suy ra:

$$\frac{A_2A_1}{AA_1} = \frac{B_2B_1}{BB_1} = \frac{C_2C_1}{CC_1} = 1, \text{ do đó } BB_1 = B_1B_2; CC_1 = C_1C_2.$$

Sử dụng định lí Thalès ta cũng chứng minh được $\frac{A_2S}{A_2A_1} = \frac{B_2S}{BB_1} = \frac{C_2S}{C_2C_1}$.

Mà $A_1A_2 = A_2S$ nên $\frac{A_2S}{A_2A_1} = 1$, suy ra

$$\frac{A_2S}{A_2A_1} = \frac{B_2S}{BB_1} = \frac{C_2S}{C_2C_1} = 1, \text{ do đó } B_1B_2 = B_2S \text{ và } C_1C_2 = C_2S.$$

Vậy, $BB_1 = B_1B_2 = B_2S$ và $CC_1 = C_1C_2 = C_2S$.

Bài 14. Phép chiếu song song (2 tiết)

I. Mục tiêu:

1. Về kiến thức:

- Học sinh hiểu được thế nào là phép chiếu song song.
- Biết được các tính chất của phép chiếu song song.

2. Về năng lực:

- Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

- Năng lực riêng:

- Tư duy và lập luận toán học.
- Mô hình hóa toán học: Mô tả được các dữ liệu liên quan đến yêu cầu trong thực tiễn để lựa chọn các đối tượng cần giải quyết liên quan đến kiến thức toán học đã được học, thiết lập mối liên hệ giữa các đối tượng đó.
- Giải quyết vấn đề toán học, giao tiếp toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: Sử dụng thước kẻ, bút chì,... để vẽ được hình biểu diễn của một số hình không gian qua phép chiếu song song.

3. Về phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

1. Khởi động:

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi mở đầu, bước đầu hình dung về nội dung sẽ học: phép chiếu song song.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV yêu cầu HS đọc tình huống mở đầu:

Trong bóng đá, công nghệ Goal-line được sử dụng để xác định xem bóng đá hoàn toàn vượt qua vạch vôi hay chưa, từ đó giúp trọng tài đưa ra quyết định về một bàn thắng có được ghi hay không. Yếu tố hình học nào cho ta biết quả bóng đã vượt qua vạch vôi hay chưa?



Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Hôm nay chúng ta cùng tìm hiểu về một vấn đề mới trong hình học không gian, bài học này sẽ giúp các em có cái nhìn tổng quát về các phép chiếu, biến đổi hình học. Chúng có rất nhiều ứng dụng trong thực tế, đặc biệt là mảng thiết kế và đồ họa”

Bài mới: **Phép chiếu song song.**

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

TIẾT 1: PHÉP CHIẾU SONG SONG.

TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG (đến Ví dụ 2).

Hoạt động 1: Phép chiếu song song.

a) Mục tiêu:

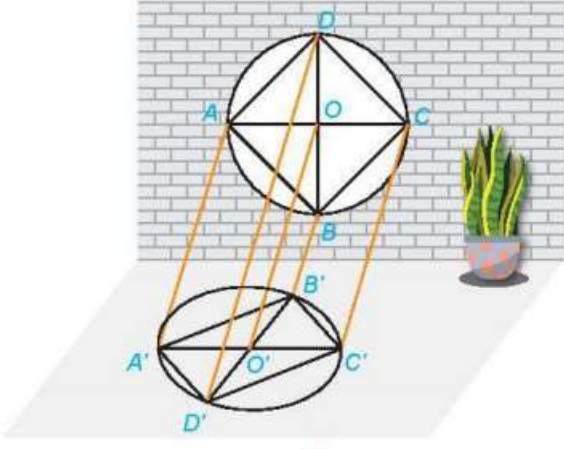
- HS nhận biết được khái niệm về phép chiếu song song, hình chiếu, phương chiếu.
- Xác định được, biểu diễn được một điểm qua phép chiếu song song.
- Ứng dụng xử lý được một số bài tập cơ bản.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, Luyện tập 1, Vận dụng 1.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi có trong phần này, HS nắm được khái niệm về phép chiếu song song, phương chiếu và hình chiếu.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV triển khai HD1 cho HS tìm hiểu về phép chiếu song song. + GV gọi 1 HS nêu câu trả lời cho phần a. GV có thể nhấn mạnh thêm rằng: <i>Các tia sáng từ mặt trời được coi là đôi một song song do đó AA'; BB'; CC' đôi một song song.</i> + GV đặt câu gợi ý phần b: <i>Ảnh của mỗi điểm trên khung cửa sổ thuộc mặt phẳng nào? Đường thẳng nối mỗi điểm trên khung cửa với ảnh của nó có song song với đường thẳng nào hay không?</i> + GV mời 1 HS trả lời câu hỏi b. → GV chiếu, hoặc ghi bảng và giảng giải phần nội dung trong khung kiến thức trọng tâm cho HS. + GV nhấn mạnh hai yếu tố quan trọng trong phép chiếu song song là phương chiếu và mặt phẳng chiếu. - GV yêu cầu HS quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong HD1 để thực hiện Câu hỏi SGK – tr.96. + Gv có thể lưu ý cho HS rằng: <i>Vì điểm A thuộc khung cửa nên ảnh A' của nó cũng thuộc ảnh của khung cửa.</i> Từ đó HS có thể đưa ra được định nghĩa về ảnh của một hình bất kì qua phép chiếu song song. - GV viết bảng và giảng phần khung kiến thức trọng tâm cho HS. - GV có thể sử dụng hình 4.56b để cho HS thấy rằng hình chiếu của đường thẳng MM' theo phương chiếu Δ chỉ là một điểm M. - GV cũng lưu ý với HS rằng trường hợp đặc biệt này sẽ không được xét đến	1. Phép chiếu song song HD1  a) Các đường thẳng nối mỗi điểm A, B, C với bóng A', B', C' đôi một song song với nhau. b) Để xác định được bóng đổ trên sàn nhà của mỗi điểm trên khung cửa sổ ta sử dụng phép chiếu song song. Định nghĩa: - Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian ta xác định điểm M' như sau: + Nếu M thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và Δ. + Nếu M không thuộc Δ thì M' là giao điểm của (α) và đường thẳng qua M song song với Δ. Điểm M' được gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ. Phép đặt tương ứng mỗi điểm M với hình chiếu M' của nó được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ. - Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương Δ được gọi là phương chiếu. Câu hỏi Để xác định được bóng của toàn bộ song cửa CD, ta xác định bóng của từng điểm C và D trên sàn nhà là C' và D'. Khi đó $C'D'$ chính là bóng của song cửa CD. Khái niệm Cho hình H. Tập hợp H' các hình chiếu M' của các điểm M thuộc H qua phép chiếu song song được gọi là hình chiếu của H qua phép chiếu song song đó.

trong phần còn lại của bài học, đặc biệt là khi học về các tính chất của phép chiếu song song.

- GV cho HS tìm hiểu phần **Ví dụ 1** sau đó GV yêu cầu HS trình bày lại cách làm và GV nhận xét.

- GV cho HS thảo luận nhóm đôi và thực hiện **Luyện tập 1**.

+ GV mời 2 HS đứng tại chỗ trình bày đáp án.

+ GV nhận xét và chốt lại đáp án lên bảng cho HS ghi bài vào vở.

- GV cho HS thực hiện **Vận dụng 1**. GV có thể mời một số bạn nam trong lớp am hiểu về bóng đá để trình bày cho cả lớp biết *khi nào thì một bàn thắng được công nhận*.

+ Sau đó GV mời 1 HS khác diễn đạt lại bằng các thuật ngữ toán học liên quan đến phép chiếu song song vừa học.

+ GV nhận xét và chốt đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi.

- GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày

- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Khái niệm về phép chiếu song song, phương chiếu và hình chiếu.

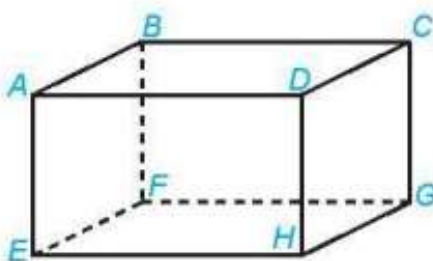
Chú ý

Nếu một đường thẳng song song với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

Ví dụ 1: (SGK – tr.96).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.96).

Luyện tập 1



Hình 4.58

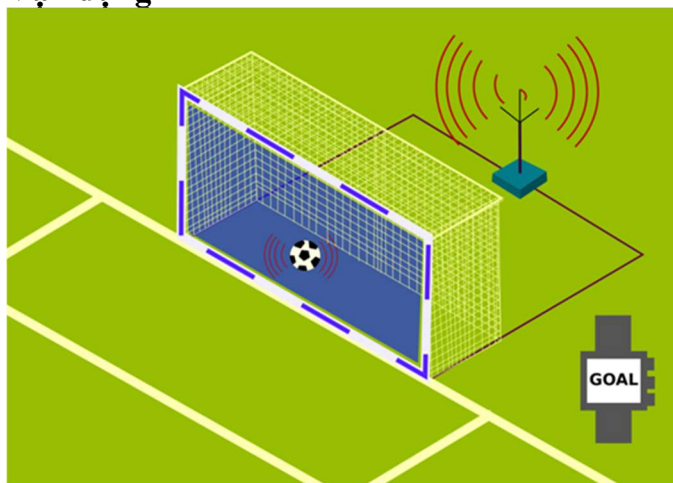
+) $ABCD.EFGH$ là hình hộp $\Rightarrow AD // BC$
 $D \in mp(CDHG) \Rightarrow D$ là hình chiếu của A trên $mp(CDHG)$ theo phương BC .

+) $ABCD.EFGH$ là hình hộp $\Rightarrow ABCD; CDHG$ là hình bình hành

$\Rightarrow AB // CD, AB = CD$ và $CD // HG, CD = HG$ nên $AB // HG$ và $AB = HG$, suy ra $ABGH$ là hình bình hành nên $AH // BG$

Có: $H \in mp(CDHG) \Rightarrow H$ là hình chiếu của điểm A trên $mp(CDHG)$ theo phương BG

Vận dụng 1



Trong hình ảnh mở đầu, khi một bàn thắng được ghi thì hình chiếu của quả bóng trên mặt đất theo phương thẳng đứng nằm phía trong vạch vôi về phía bên trong khung thành.

Hoạt động 2: Tính chất của phép chiếu song song.

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết các tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.

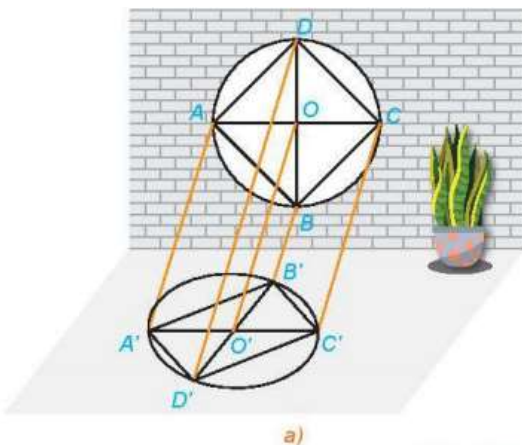
- Vận dụng các tính chất để giải quyết các bài tập đơn giản đến thực tế.

b) Nội dung:

HS đọc SGK, nghe giảng, thực hiện các nhiệm vụ được giao, suy nghĩ trả lời câu hỏi, thực hiện HĐ2, Ví dụ 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi có trong phần này, HS nắm được các tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV triển khai phần HĐ2 cho HS thảo luận và thực hiện. + Sau khi HS trả lời câu hỏi a, GV có thể kết luận rằng: <i>Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và giữ nguyên thứ tự các điểm. Phép chiếu song song cũng biến đổi đoạn thẳng thành đoạn thẳng.</i> + GV yêu cầu HS xác định ảnh của tia và đường thẳng AC trên hình?. Từ đó kết luận: <i>Phép chiếu song song biến tia thành tia, đường thẳng thành đường thẳng.</i> + GV mời 1 HS trả lời câu hỏi b và rút ra kết luận cho HS: <i>Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.</i> → GV có thể lấy Ví dụ hình 4.56a, đường thẳng AC và A'C' để cho HS thấy rõ về trường hợp trùng nhau. + GV chỉ định 1 HS trả lời câu hỏi c, GV kết luận: <i>Phép chiếu song song bảo toàn tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.</i> - GV chốt lại toàn bộ kiến thức trong phần HĐ2 bằng cách nêu phần khung kiến thức trọng tâm. - GV cho HS thảo luận nhóm đôi và trả lời phần Câu hỏi SGK – tr.97. + GV có thể yêu cầu HS chú ý đến giao điểm của hai đường thẳng cắt nhau và ảnh của điểm đó qua phép chiếu song song.	1. Tính chất của phép chiếu song song. HĐ2  Quan sát Hình 4.56a ta thấy: a) Hình chiếu O' của điểm O nằm trên đoạn $A'C'$. b) Hình chiếu của hai song cửa AB và CD lần lượt là $A'B'$ và $C'D'$, chúng song song với nhau. c) Hình chiếu O' của điểm O là trung điểm của đoạn $A'C'$. Tính chất - <i>Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó. Phép chiếu</i>

Hoặc GV có thể đặt câu hỏi: “<i>Ảnh của giao điểm có thuộc ảnh của hai đường thẳng không?</i>” Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, nhóm 4 theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức trọng tâm + Tính chất của phép chiếu song song: Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng; đường thẳng thành đường thẳng; tia thành tia; đoạn thành đoạn thẳng; đoạn thẳng song song thành đoạn thẳng song song hoặc trùng nhau.	<i>song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.</i> - <i>Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.</i> - <i>Phép chiếu song song giữ nguyên tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.</i> Câu hỏi Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
--	---

TIẾT 2: TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG (phần còn lại). HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN.

Hoạt động 3: Tính chất của phép chiếu song song (phần còn lại).

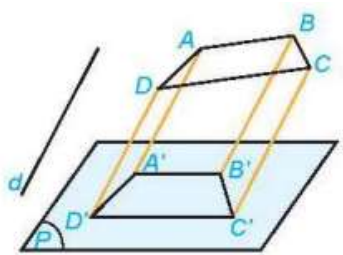
a) Mục tiêu:

- HS nắm chắc tính chất và vận dụng được các tính chất của phép chiếu song song các câu hỏi, bài tập có liên quan.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, Ví dụ 4, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

c) Sản phẩm: HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS nhận biết được hình biểu diễn của một hình trong không gian và HS vẽ biểu diễn các hình trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu 1 HS nhắc lại <i>các tính chất của phép chiếu song song</i> để thực hiện Ví dụ 2 + HS tự thảo luận và đọc – hiểu, sau đó trình bày lại. - GV cho HS thảo luận nhóm 3 người Luyện tập 2. + GV quan sát và hỗ trợ những nhóm HS còn chưa vững kiến thức: <i>Vì $AB \parallel CD$ nên hình chiếu của hai đường thẳng này song song với nhau, tức là $A'B' \parallel C'D'$.</i>	1. Tính chất của phép chiếu song song (phần còn lại). Ví dụ 2: (SGK – tr.97). <i>Hướng dẫn giải</i> (SGK – tr.97). Luyện tập 2  Hình 4.61

- GV cho HS làm **Ví dụ 3** và mời 1 HS trình bày hướng làm Ví dụ 3 này.
- GV cho HS thực hiện thảo luận theo nhóm. Mỗi nhóm tương ứng với mỗi tổ.
- + Mỗi nhóm thảo luận, đưa ra đáp án cho nhóm mình, và đảm bảo rằng các thành viên trong nhóm đều hiểu được hướng làm.
- + GV chỉ định 1 HS lên bảng vẽ hình.
- + Các nhóm cử đại diện trình bày đáp án và tranh luận về đáp án.
- + GV ghi nhận và chỉnh sửa bài làm cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

- + Hình biểu diễn của một hình trong không gian

Hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $A'B'C'D'$ là hình chiếu song song của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d (Hình 4.61).

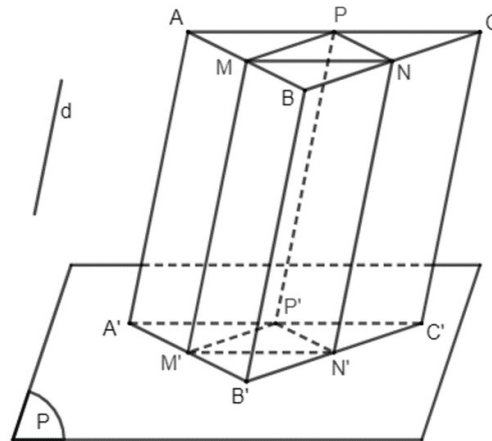
Vì $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$, do đó hình chiếu của AB là $A'B'$ song song với hình chiếu của CD là $C'D'$.

Tứ giác $A'B'C'D'$ có $A'B' \parallel C'D'$ nên nó là hình thang.

Ví dụ 3: (SGK – tr.98).

Hướng dẫn giải (SGK – tr.98).

Luyện tập 3



$\Delta A'B'C'$ là hình chiếu của ΔABC trên $mp(P)$ theo phương d .

Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC . Khi đó MN, NP, MP là các đường trung bình của ΔABC .

Gọi M', N', P' lần lượt là hình chiếu của M, N, P trên mặt phẳng (P) theo phương d .

Vì M là trung điểm của AB nên A, M, B thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{AM}{MB} = 1$. Do vậy

A', M', B' thẳng hàng theo thứ tự đó và $\frac{A'M'}{M'B'} = 1$, tức là M' là trung điểm của $A'B'$.

Chứng minh tương tự ta có N' là trung điểm của $B'C'$ và P' là trung điểm của $A'C'$. Vậy $M'N', N'P', M'P'$ là các đường trung bình của $\Delta A'B'C'$.

Hoạt động 4: Hình biểu diễn của một hình không gian.

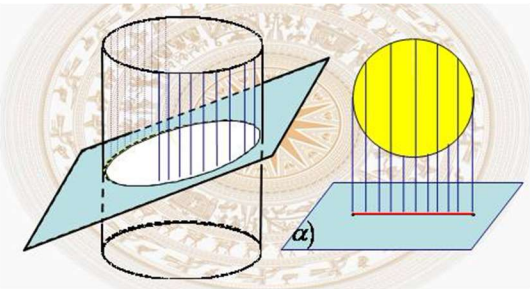
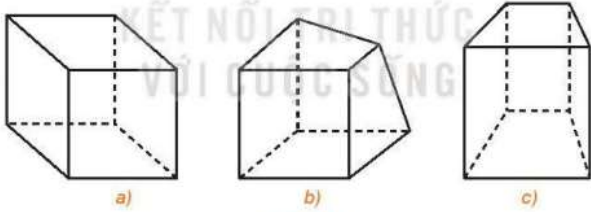
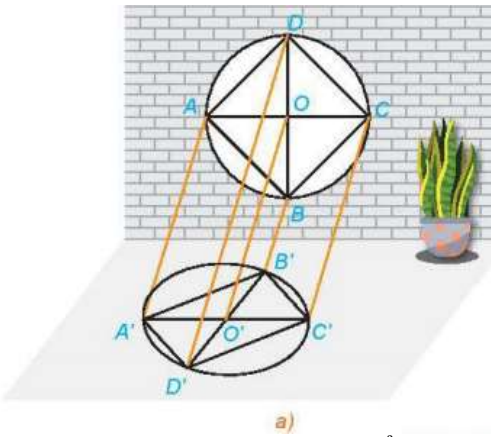
a) Mục tiêu:

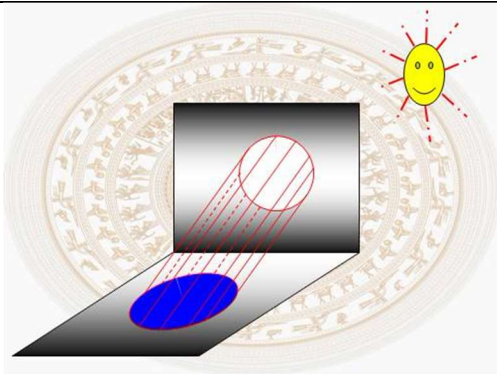
- HS nắm hình biểu diễn của một hình trong không gian là gì.
- HS biết cách vẽ hình để biểu diễn một hình trong không gian.

b) Nội dung: HS đọc SGK để tìm hiểu nội dung kiến thức theo yêu cầu của GV, chú ý nghe giảng, thực hiện hoạt động, trả lời câu hỏi, làm HĐ3, Ví dụ 4, Luyện tập 4, Vận dụng 2.

c) **Sản phẩm:** HS hình thành được kiến thức bài học, câu trả lời của HS cho các câu hỏi, HS hiểu được khái niệm hình biểu diễn của một hình trong không gian và cách vẽ hình để biểu diễn hình trong không gian.

d) **Tổ chức thực hiện:**

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV cho HS quan sát và thực hiện HD3 để HS nhận biết được hình thể hiện chính xác hình lập phương. + GV cần giải thích: <i>Từ trước đến nay chúng ta luôn biểu diễn các hình không gian trên mặt phẳng (mặt bảng, mặt giấy...) và các hình biểu diễn này không hề được vẽ một cách tùy ý mà chúng cần tuân theo một nguyên tắc nhất định nhằm đảm bảo đúng một số kích thước (hoặc tỉ lệ) và một số đặc trưng hình học của các hình được biểu diễn.</i> - GV trình bày khung kiến thức trọng tâm cho HS hiểu và nắm rõ được khái niệm Hình biểu diễn của một hình trong không gian. - GV cho HS trả lời phần Câu hỏi trong SGK – tr.98 + GV cần lưu ý cho HS: <i>Các tính chất được nêu chỉ đúng khi mặt phẳng chứa hình phẳng không song song với phương chiếu.</i> - GV cho 1 HS đọc phần kiến thức trọng tâm sau phần Câu hỏi. GV có thể giới thiệu thêm hình ảnh sau 	1. Hình biểu diễn của một hình không gian HD3  Hình 4.63 Trong ba hình đã cho, Hình 4.63a thể hiện hình lập phương chính xác nhất. Khái niệm <i>Hình biểu diễn của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.</i> Câu hỏi  a) Quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong Hình 4.56a, ta thấy: - Hình biểu diễn của hình tam giác là hình tam giác; - Hình biểu diễn của hình vuông là hình bình hành; - Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip. - Hình biểu diễn của một số hình phẳng (nằm trong mặt phẳng không song song với phương chiếu)



+ Hình biểu diễn của Tam giác (tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông,...) là một tam giác.

+ Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi là một hình bình hành.

+ Hình biểu diễn của hình thang $ABCD$ với $AB // CD$ là một hình thang $A'B'C'D'$ với $A'B' // C'D'$ thỏa mãn $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$.

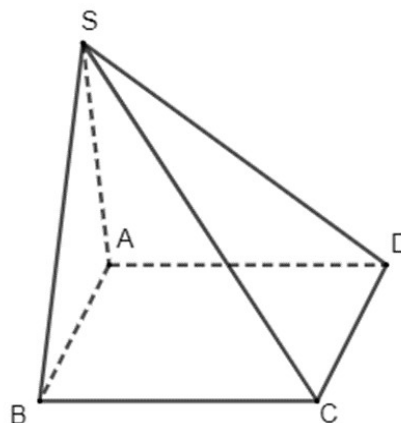
+ Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.

Ví dụ 4: (SGK – tr.99).

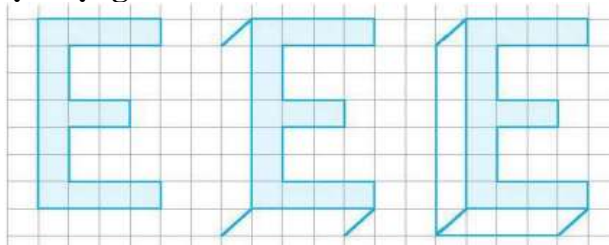
Hướng dẫn giải (SGK – tr.99).

Luyện tập 4

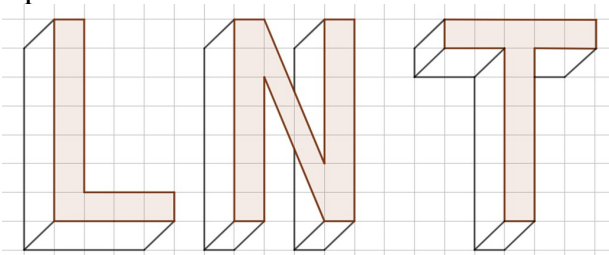
Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt bên là các hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy $ABCD$ là hình bình hành nên hình biểu diễn của đáy $ABCD$ cũng là một hình bình hành. Từ đó ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ như sau:



Vận dụng 2



Đáp án:



Bài tập 4.30

- GV cho HS tự thực hiện **Ví dụ 4** theo SGK đã trình bày.

- HS áp dụng kiến thức của Ví dụ 4 để thực hiện phần **Luyện tập 4**.

+ HS tự thực hiện, GV kiểm tra bài tập của một số HS.

+ GV mời 1 HS lên bảng vẽ hình.

- GV tổ chức hoạt động tập thể cho lớp cùng thực hiện phần **Vận dụng 2**.

+ HS tự suy nghĩ, HS đơ tay phát biểu nhanh và chính xác nhất sẽ được GV đánh giá điểm tùy vào nhận xét của GV.

Phần bài tập:

- GV vẽ hình minh họa cho HS **bài tập 4.30** và cho HS trả lời.

- GV yêu cầu HS xem lại Ví dụ 3 để làm tiền đề cho việc thực hiện **Bài tập 4.31**.
- + GV yêu cầu HS lên bảng vẽ hình và giải.
- + GV nhận xét và chốt đáp án.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

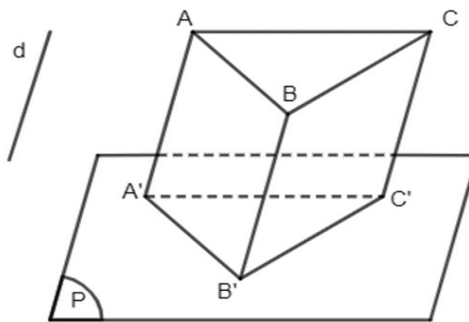
- HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, suy nghĩ trả lời câu hỏi, hoàn thành các yêu cầu.
- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày
- Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lưu ý lại kiến thức:

- + Khái niệm hình biểu diễn của một hình trong không gian và cách vẽ hình để biểu diễn hình trong không gian.



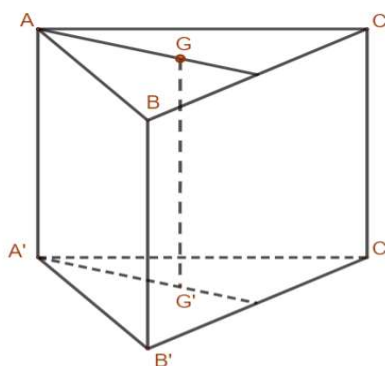
Giả sử $\Delta A'B'C'$ là hình chiếu của ΔABC trên mặt phẳng (P) theo phương chiếu d .

$\Rightarrow AA' // BB' // CC' // d$.

Do vậy, ΔABC là hình chiếu của $\Delta A'B'C'$ trên $mp(ABC)$ theo phương d .

Bài tập 4.31

Bài 4.31.



Gọi G là trọng tâm của ΔABC và G' là hình chiếu song song của nó. Gọi M là trung điểm của BC thì A, G, M thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi M' là hình chiếu của M . Khi đó, theo tính chất của phép chiếu song song ta có:

$$A', G', M' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{A'G'}{A'M'} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$B', M', C' \text{ thẳng hàng theo thứ tự đó và } \frac{B'M'}{M'C'} = \frac{BM}{MC} = 1 \quad (2)$$

Từ (1)(2) suy ra G' là trọng tâm của $\Delta A'B'C'$.

TÊN BÀI DẠY: BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (01 tiết)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Nhận biết vị trí giữa 2 đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng.
- Chứng minh quan hệ song song giữa: 2 đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng.
- Tìm được giao tuyến của 2 mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

2. Về năng lực:

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Phần mềm để vẽ hình.
- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng tìm lời giải đúng các bài tập.
- Tưởng tượng các hình ảnh không gian 3 chiều

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. Tiến trình dạy học

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) Mục tiêu:

- Tạo hứng thú, thu hút HS tìm hiểu nội dung bài học.

b) Nội dung: HS thực hiện làm và trả lời nhanh phần bài tập trắc nghiệm theo sự hướng dẫn của GV.

c) Sản phẩm: HS trả lời được đáp án và giải thích được tại sao chọn đáp án đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

- GV cho HS trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm trong SGK – tr.40 và yêu cầu HS giải thích tại sao lại chọn được đáp án đó. Câu hỏi từ **4.35 đến 4.40**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới: “Để giúp các em tổng kết lại các kiến thức một cách cô đọng nhất và vận dụng được kiến thức một cách linh hoạt trong các bài toán chúng ta cùng đi tìm hiểu nội dung của bài học ngày hôm nay.”

Đáp án: 4.35. C 4.36.B. 4.37.D. 4.38.A. 4.39.B. 4.40.D.

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

1. Hoạt động 1. Nhắc lại một số kiến thức trọng tâm

a) Mục tiêu: Giúp học sinh tổng hợp lại những kiến thức cơ bản nhất, trọng tâm nhất của chương IV, từ đó hướng các em ghi nhớ và biết cách vận dụng các kiến thức đó để giải quyết các lớp bài tập cuối chương.

b) Nội dung: **Hãy trả lời các câu hỏi sau**

Câu 1: Cách chứng minh 2 đường thẳng song song? đường thẳng song song với mặt phẳng?

Câu 2: Cách tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng? tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV thực hiện chia HS thành nhóm đôi theo bàn và yêu cầu mỗi nhóm suy nghĩ trả lời 2 câu hỏi của GV Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS theo dõi SGK, chú ý nghe, tiếp nhận kiến thức, hoàn thành các yêu cầu, thảo luận nhóm đôi, theo yêu cầu, trả lời câu hỏi. - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát lại kiến thức trọng tâm trong chương IV. - Dạng toán tìm giao điểm, giao tuyến - Dạng toán chứng minh quan hệ song song	*) Cách chứng minh 2 đường thẳng song song +) Sử dụng các cách đã biết trong hình học phẳng như: Tính chất đường trung bình trong tam giác, định lý ta lét đảo, ... $\left. \begin{array}{l} a \parallel c \\ b \parallel c \\ a \neq b \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$ +) Sử dụng tính chất: *) Cách chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng $\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ \text{Chứng minh: } b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel (P)$ *) Cách tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng +) Tìm 2 điểm chung A và B +) Khi đó giao tuyến là đường thẳng AB

2. Hoạt động 2. Hướng dẫn luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 4.41, 4.42, 4.43 (SGK – tr.103)

c) Sản phẩm: Lời giải câu 4.41; 4.42 và 4.43

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đề nghị hs làm việc theo nhóm đôi: trình bày lời giải từng phần và lời giải chi tiết.	*) Lời giải câu 4.41 *) Lời giải câu 4.42 *) Lời giải câu 4.44

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS suy nghĩ làm bài. - Thảo luận theo nhóm đôi - GV quan sát hỗ trợ, hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS giơ tay phát biểu, lên bảng trình bày - Một số HS khác nhận xét, bổ sung cho bạn. Bước 4: Kết luận, nhận định: - Nhận xét, đánh giá - Chỉnh sửa và chuẩn hóa lời giải	
--	--

Câu 4.41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng sau:

- (SAD) và (SBC)
- (SAB) và (SCD)
- (SAC) và (SBD) .

Lời giải:

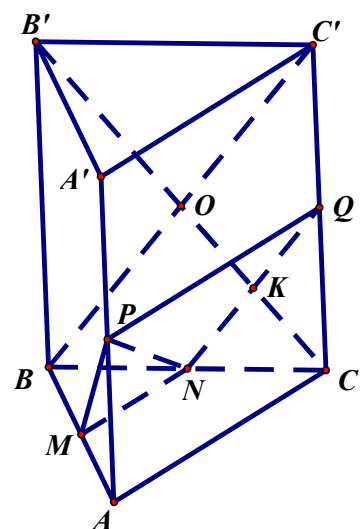
a) Trong mp(ABCD): Gọi F là giao điểm của AD và BC Suy ra $\begin{cases} F \in AD \subset (SAD) \\ F \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAD) \cap (SBC)$ Mà $S \in (SAD) \cap (SBC)$. Vậy $(SAD) \cap (SBC) = SF$ b) Ta có $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d$ (Trong đó d là đường thẳng qua S và song song với AB) c) $(SBD) \cap (SAC) = SE$ (Trong đó E là giao điểm của BD và AC).	
--	--

Câu 4.42. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, A'A$.

- Xác định giao điểm của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng $B'C$.

b) Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với đường thẳng $B'C$. Tính tỷ số $\frac{KB'}{KC}$.

Lời giải:

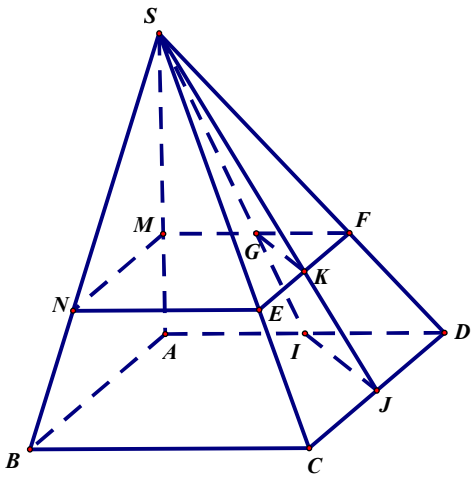
a) Ta có $\left\{ \begin{array}{l} P \in (MNP) \cap (ACC'A') \\ MN \subset (MNP) \\ AC \subset (ACC'A') \\ MN \parallel AC \end{array} \right. \Rightarrow (MNP) \cap (ACC'A') = PQ$ (Trong đó $Q \in CC'$, $PQ \parallel AC$). Trong mặt phẳng $(BCC'B')$: Gọi K là giao điểm của NQ và $B'C \Rightarrow K = B'C \cap (MNP)$. b) Tính tỷ số $\frac{KB'}{KC}$. Gọi O là giao điểm của BC' và $B'C$ Ta có NQ là đường trung bình của tam giác BCC' Suy ra $\frac{KC}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KC}{B'C} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{KB'}{KC} = 3$.	
--	--

Câu 4.44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD, SCD .

a) Chứng minh rằng $GK \parallel (ABCD)$.

b) Mặt phẳng chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, E, F . Chứng minh rằng tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Lời giải:

a) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, CD Ta có $\frac{SG}{GI} = \frac{SK}{KJ} = 2$ (Tính chất trọng tâm) $\Rightarrow GK \parallel IJ$ Mà $IJ \subset (ABCD) \Rightarrow GK \parallel (ABCD)$. b) Gọi (P) là mặt phẳng chứa GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ $\left. \begin{array}{l} K \in (P) \cap (SCD) \\ \text{Ta có: } CD \subset (SCD) \\ CD \parallel (P) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) \cap (SCD) = EF$ $((EF \parallel CD, E \in SC; F \in SD))$ Tương tự ta chứng minh được	
--	--

$(P) \cap (SAD) = MF; (P) \cap (SAB) = MN;$ $(P) \cap (SBC) = NE.$ Ta có $EF \parallel CD; MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel CD$ $MF \parallel AD; NE \parallel BC \Rightarrow MF \parallel NE$ Vậy MNEF là hình bình hành	
--	--

C. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG, TỰ LUYỆN

a) Mục tiêu:

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng để nắm vững kiến thức.

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức đã học để làm bài 4.43; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103).

c) Sản phẩm: Kết quả thực hiện các bài tập. HS vận dụng được các kiến thức về hình học không gian để giải các bài tập 4.43; 4.45; 4.46.

d) Tổ chức thực hiện:

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4.43; 4.45; 4.46 (SGK – tr.103). Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HS ghi nhớ, thực hiện nhiệm vụ - GV hướng dẫn. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - Đại diện HS trình bày kết quả, các HS khác theo dõi, đưa ý kiến. Bước 4: Kết luận, nhận định: - Nhận xét, đánh giá - Chỉnh sửa và chuẩn hóa lời giải	*) Lời giải câu 4.43 *) Lời giải câu 4.45 *) Lời giải câu 4.46

Câu 4.43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC và AB lần lượt lấy điểm M, N sao cho $CM = 2SM; BN = 2AN$.

a) Xác định giao điểm K của mặt phẳng (ABM) với đường thẳng SD . Tính tỷ số $\frac{SK}{SD}$.

b) Chứng minh rằng $MN \parallel (SAD)$.

Lời giải:

a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} K \in (ABM) \cap (SCD) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \subset (MAB) \\ CD \parallel AB \end{array} \right\} \Rightarrow (MAB) \cap (SCD) = MK$$

$((MK \parallel CD, K \in SD))$

Suy ra $K = SD \cap (MAB)$.

Áp dụng định lý talet trong tam giác SCD, có

$$\frac{SK}{SD} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}.$$

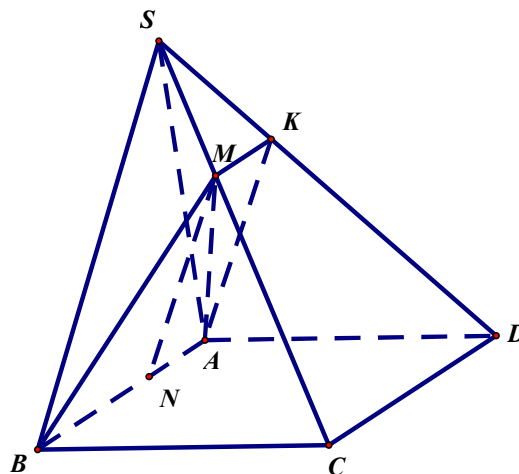
b) Ta có

$$AN \parallel \frac{1}{3}CD; MK \parallel \frac{1}{3}CD \Rightarrow MK \parallel AN$$

Suy ra MKAN là hình bình hành

$$\Rightarrow MN \parallel AK$$

Mà $AK \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$



Câu 4.45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh $AD, A'B'$. Chứng minh rằng

a) $BD \parallel B'D', (A'BD) \parallel (CB'D')$ và $MN \parallel (BDD'B')$.

b) Đường thẳng AC' đi qua trọng tâm G của tam giác $A'BD$.

Lời giải:

a) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BB' = DD' \\ BB' \parallel DD' \end{array} \right\} \Rightarrow BDD'B' \text{ là hình bình hành}$$

Suy ra $BD \parallel B'D'$.

* Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} CB' \parallel A'D \\ BB' \parallel DD' \end{array} \right\} \Rightarrow (CB'D') \parallel (A'DB)$$

* Ta có tứ giác $OMNB'$ là hình bình hành

Suy ra $MN \parallel OB'$.

Mà $OB' \subset (BDD'B') \Rightarrow MN \parallel (BDD'B')$

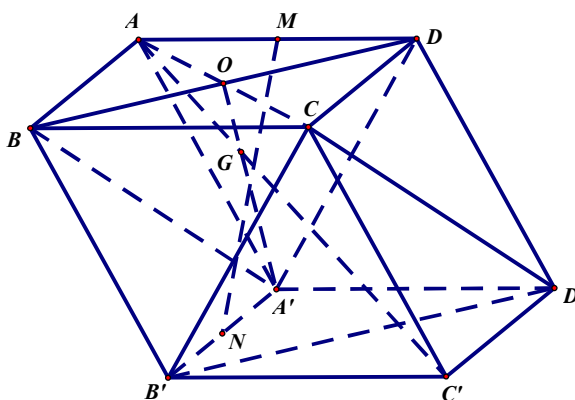
b) Gọi O là tâm của h.b.h ABCD

Gọi G là giao điểm của AC' và $A'O$

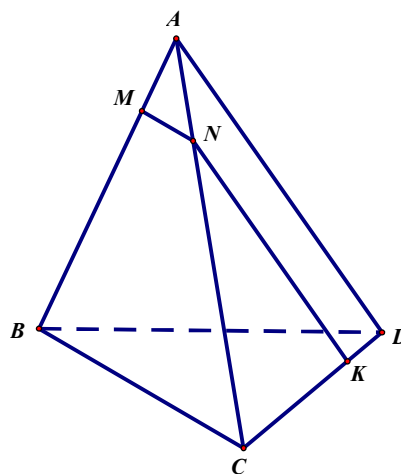
Suy ra G là trọng tâm tam giác ACA'

$\Rightarrow A'O = 3OG \Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác $A'BD$

Vậy Đường thẳng AC' đi qua trọng tâm G của tam giác $A'BD$.



b) Tính tỷ số $\frac{KC}{CD}$.

$$\frac{AN}{AC} = \frac{DK}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{CK}{DC} = \frac{3}{4}$$


- *Năng lực hợp tác: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.*

- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.*

3. Phẩm chất

- *Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.*

- *Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.*

- *Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.*

- *Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.*

- *Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.*

B. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- *Kiến thức về dãy số, dãy số bị chặn.*

- *Máy chiếu*

- *Bảng phụ*

- *Phiếu học tập C*

C. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC :

Tiết 1

1. HOẠT ĐỘNG 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) Mục tiêu: Học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn”

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức học sinh ôn tập, tìm tòi các kiến thức liên quan bài học đã biết
H1- Hình sau nói về một nghịch lý có tên là nghịch lý đường tròn. Nghịch lý này: Xét một đường tròn và một đa giác đều nội tiếp đường tròn ấy (Hình dưới).

Bạn có nhận xét gì về đa giác n cạnh ấy nếu như số cạnh cứ không ngừng tăng lên, tăng mãi mãi đến vô tận?

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

Khi n không ngừng tăng lên thì đa giác sẽ càng ngày càng trở thành hình tròn mà nó nội tiếp. Điều này cũng không quá khó để tưởng tượng. Khi ấy ta nói giới hạn của đa giác khi n tiến tới vô tận sẽ là đường tròn.

d) Tổ chức thực hiện:

***) Chuyển giao nhiệm vụ :** GV nêu câu hỏi

***) Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

***) Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi hs, trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

***) Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

Nêu tình huống có vấn đề liên quan đến bài học

Đặt vấn đề: Làm thế nào để tính giới hạn của các dãy số sau:

$$a, u_n = \frac{1}{n^3} \quad b, u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \quad c, u_n = \frac{3n+1}{2n-3} \quad d, u_n = n^3 + 3n$$

2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI

I. Giới hạn hữu hạn của dãy số

a) **Mục tiêu:** Phát biểu và giải thích được các định nghĩa về giới hạn hữu hạn của dãy số. Viết và đọc được các kí hiệu về giới hạn hữu hạn của dãy số, nêu được các giới hạn hữu hạn đặc biệt của dãy số, sử dụng định nghĩa chứng minh được dãy số có giới hạn hữu hạn, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

b) **Nội dung:**

HD 1. NHẬN BIẾT DÃY SỐ CÓ GIỚI HẠN LÀ 0

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là 0** khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ hay $u_n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 1. Xét dãy số $u_n = \frac{1}{n^2}$. Giải thích vì sao dãy số này có giới hạn là 0.

Giải

Dãy số có giới hạn là 0, bởi vì $|u_n| = \frac{1}{n^2}$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi n đủ lớn.

Chẳng hạn, để $|u_n| < 0,0001$ tức $\frac{1}{n^2} < 10^{-4}$ ta cần $n^2 > 10000 \Leftrightarrow n > 100$. Như vậy, các số hạng của dãy kể từ số hạng thứ 101 đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 0,0001.

Chú ý. Từ định nghĩa dãy số có giới hạn 0, ta có các kết quả sau:

. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \forall k \in \mathbb{N}^*$.

. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \forall |q| < 1$.

. Nếu $|u_n| \leq v_n \forall n \geq 1$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

Luyện tập 1. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} = 0$.

HD 2. Nhận biết dãy số có giới hạn hữu hạn

+ Định nghĩa:

Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là số thực a** khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 2: Xét dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.

Giải :

$$\text{Ta có } u_n - 2 = \frac{2n+1}{n} - 2 = \frac{(2n+1) - 2n}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty.$$

$$\text{Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2.$$

Nhận xét: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

Luyện tập 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 1}{2^n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

Vận dụng 1. Một quả bóng cao su được thả từ độ cao $5m$ xuống một mặt sàn. Sau mỗi lần chạm sàn, quả bóng nảy lên độ cao bằng $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Giả sử rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này tiếp diễn vô hạn lần. Giả sử u_n là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng sau lần nảy lên thứ n . Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn là 0.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

HDTP1.

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi Luyện tập 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
Báo cáo thảo luận	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa ; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và VD 1.

HDTP2

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2 yêu cầu học sinh hoạt động cặp đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định nghĩa 2 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa 2; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 3
-------------------------------------	--

HDTP3

Chuyển giao	Nêu câu hỏi vận dụng 1, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt

II. ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

Hoạt động 3. Hình thành quy tắc tính giới hạn.

a) Mục tiêu: Phát biểu và giải thích được định lý về giới hạn hữu hạn của dãy số. Áp dụng định lý tính được giới hạn hữu hạn của dãy số, thái độ nghiêm túc, hợp tác. Phát triển năng lực hợp tác, ra quyết định, giao tiếp, năng lực sử dụng các thuật ngữ về giới hạn.

b) Nội dung:

CH 1: Dãy số có giới hạn đặc biệt, dùng MTCT tính số hạng thứ 10;100,1000 và dự đoán giới hạn của các dãy số.

Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2 + \frac{1}{n}$; $v_n = 3 - \frac{2}{n}$.

Tính và so sánh: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây:

a) Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

Ví dụ 3. (Bài tập 1a) Tìm có: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1}$.

Giải.

Áp dụng các quy tắc tính giới hạn, ta được:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Nhận xét: Để tính giới hạn của dãy số dạng phân thức, ta chia cả tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của n , rồi áp dụng các quy tắc tính giới hạn.

Luyện tập 3(Bài tập 1b). Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1}}{n + 1}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện

HĐTP1.

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 1, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ, phân công các thành viên trong nhóm
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Đọc yêu cầu, trình bày nội dung câu trả lời trên bảng phụ
Báo cáo thảo luận	sơ đồ 1 Nhóm 1 đại diện báo cáo sản phẩm, các nhóm còn lại kiểm tra chéo theo -2-3-4.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu nội dung định nghĩa 1 ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định nghĩa ; hướng

	dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi 2 và 3.
--	--

HDTP2

Chuyển giao	Trình chiếu nội dung câu hỏi 2,3 yêu cầu học sinh hoạt động cặp đôi HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra giấy nháp hoặc vở ghi
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh lên bảng trình bày kết quả

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các cặp đôi ; giới thiệu nội dung định lý ; yêu cầu học sinh đọc nội dung định lý; hướng dẫn viết và đọc kí hiệu Yêu cầu thực hiện câu hỏi luyện tập 3
-------------------------------------	--

HDTP3

Chuyển giao	Nêu câu hỏi luyện tập 3, yêu cầu hoạt động cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thực hiện 1 phút HS: Hoàn thành yêu cầu và ghi lại kết quả, nêu dự đoán
Báo cáo thảo luận	Đại diện hai học sinh đứng tại chỗ nêu kết quả, cả lớp thống nhất về kết quả và nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	Đánh giá kết quả đạt được, hướng dẫn học sinh đọc và ghi nhớ những giới hạn đặc biệt

Tiết 2:

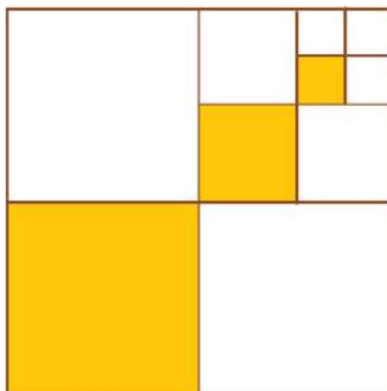
III . TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Hoạt động 4. Làm quen với việc tính tổng vô hạn.

a) Mục tiêu: Nhận ra được cấp số nhân lùi vô hạn, nhớ được công thức tính tổng các số hạng của cấp số nhân lùi vô hạn, áp dụng tính được tổng cụ thể.

b) Nội dung:

Cho hình vuông cạnh 1 (đơn vị độ dài). Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái (H.5.2). Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu.



a) Tính tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

b) Tìm $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q . Khi đó

Vì $|q| < 1$ nên $q^n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$. Do đó, ta có:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{u_1}{1 - q} - \left(\frac{u_1}{1 - q} \right) q^n \right] = \frac{u_1}{1 - q}$$

Giới hạn này được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) , và kí hiệu là

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

Như vậy
$$S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

Ví dụ 4. Tính tổng
$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$$

Giải.

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$ và $q = -\frac{1}{2}$.

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$$

Do đó

Ví dụ 5. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,222\dots$ dưới dạng phân số.

Giải.

Ta có $2,222\dots = 2 + 0,2 + 0,02 + 0,002 + \dots = 2 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + \dots$

$$2,222\dots = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{2}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{20}{9}$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 2, q = 10^{-1}$.

c) Sản phẩm : Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở
Báo cáo thảo luận	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu khái niệm cấp số nhân lùi và hướng dẫn tính tổng. Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

IV. Giới hạn vô cực

Hoạt động 5

a) **Mục tiêu:** Phát biểu được định nghĩa giới hạn vô cực của dãy số, nhớ được một vài giới hạn đặc

biệt và quy tắc tính giới hạn vô cực. Rèn kỹ năng tính toán, tư duy logic, thái độ hợp tác, năng lực sử dụng thuật ngữ về giới hạn, năng lực giao tiếp.

b) Nội dung

+ Định nghĩa:

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.
- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

+ Theo định nghĩa trên, ta có:

+) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$, với k là số nguyên dương;

+) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$, với $q > 1$.

Liên quan đến giới hạn vô cực của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ (hoặc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Ví dụ. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n)$.

Lời giải

Ta có $n^2 - 2n = n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$. Hơn nữa $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 1$.

Do đó, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n) = +\infty$.

Luyện tập 5. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n})$.

c, Sản phẩm: Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện

HDTP1.

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung bài toán, yêu cầu thực hiện cá nhân HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 2 phút HS: Thảo luận cặp đôi, hoàn thành yêu cầu ra nháp hoặc vở

Báo cáo thảo luận	Đứng tại chỗ trả lời câu hỏi
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm ; giới thiệu định nghĩa về giới hạn vô cực. Cho học sinh đọc Định nghĩa SGK, giải thích thuật ngữ, cách ghi kí hiệu. . Để tính giới hạn vô cực ta thừa nhận một số giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (SGK)

HDTP2.

Chuyển giao	GV : Nêu nội dung ví dụ, chia lớp thành 4 nhóm HS: Nghe, quan sát và nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: Cho học sinh thảo luận 5 phút, gợi ý, biến đổi công thức của dãy số về dạng thuận lợi cho việc dùng các giới hạn đặc biệt và nội dung định lý (Chú ý định lý chỉ áp dụng được khi một dãy có giới hạn hữu hạn, dãy còn lại có giới hạn vô cực) HS: Nhóm 1,2 thực hiện nội dung a1,b1 ; nhóm 3,4 thực hiện nội dung a2.b2, trình bày câu trả lời ra bảng phụ
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm 2,4 lên bảng trình bày kết quả, nhóm 1,3 kiểm tra chéo kết quả của nhóm 2,4
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV : Nhận xét thái độ làm việc, kết quả đạt được của các nhóm , chú ý những biến đổi thường dùng để đưa các dãy số về dạng có thể áp dụng được định lý Yêu cầu học sinh hoàn thiện bài toán vào vở.

V. Hoạt động 6: LUYỆN TẬP(Giải BT SGK -109)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về giới hạn dãy số và kiến thức về dãy số làm được các bài tập liên quan.

b) Nội dung:

Phiếu học tập

5.2. Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$.

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

a) $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$ b) $v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n$.

5.4. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

a) $1,(12) = 1,121212\dots$; b) $3,(102) = 3,102102102\dots$

5.5. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc 150mg . Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cun trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

c) **Sản phẩm:** học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm

	rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

Hướng dẫn giải

Bài 5.2 Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Tìm các giới hạn sau:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}; \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}.$$

Giải:

$$\text{a, } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n} = \frac{\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n\right)^2}{\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n} = \frac{2^2}{3-2} = 4;$$

$$\text{b, } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 2v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2 - 2 \cdot 3 = -4 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n - 2v_n} = \sqrt{-4} = 2\sqrt{2}$$

Bài 5.3

5.3. Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

$$\text{a) } u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1} \quad \text{b) } v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n.$$

Giải:

$$\text{a, } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{2n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n}} = \dots = +\infty$$

$$\text{b, } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2n^2 + 1} - n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{2n^2 + 1} - n)(\sqrt{2n^2 + 1} + n)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2 + 1)}{(\sqrt{2n^2 + 1} + n)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^2}}{\sqrt{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^4}} + \frac{1}{n}} = +\infty$$

Bài 5.4 : Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

$$\text{a) } 1,(12) = 1,121212\dots;$$

$$\text{b) } 3,(102) = 3,102102102\dots$$

Lời giải:

a) Ta có: $1,(12) = 1,121212... = 1 + 0,12 + 0,0012 + 0,000012 + ...$

$$= 1 + 12 \cdot 10^{-2} + 12 \cdot 10^{-4} + 12 \cdot 10^{-6} + ...$$

$$= 1 + 12 \cdot (10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + ...)$$

Do $10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + ...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 10^{-2}$ và $q = 10^{-2}$ nên

$$10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-6} + ... = \frac{10^{-2}}{1 - 10^{-2}} = \frac{10^{-2}}{0,99} = \frac{10^{-2}}{99/100} = \frac{10^{-2} \cdot 100}{99} = \frac{10^{-1}}{99} = \frac{1}{990}.$$

$$\text{Vậy } 1,(12) = 1 + 12 \cdot \frac{1}{990} = 1 + \frac{12}{990} = 1 + \frac{2}{165} = \frac{165}{165} + \frac{2}{165} = \frac{167}{165}.$$

b) Ta có: $3,(102) = 3,102102102... = 3 + 0,102 + 0,000102 + 0,000000102 + ...$

$$= 3 + 102 \cdot 10^{-3} + 102 \cdot 10^{-6} + 102 \cdot 10^{-9} + ...$$

$$= 3 + 102 \cdot (10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ...)$$

Do $10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ...$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 10^{-3}$ và $q = 10^{-3}$ nên

$$10^{-3} + 10^{-6} + 10^{-9} + ... = \frac{10^{-3}}{1 - 10^{-3}} = \frac{10^{-3}}{0,999} = \frac{10^{-3}}{999/1000} = \frac{10^{-3} \cdot 1000}{999} = \frac{10^{-1}}{999} = \frac{1}{9990}.$$

$$\text{Vậy } 3,(102) = 3 + 102 \cdot \frac{1}{9990} = 3 + \frac{102}{9990} = 3 + \frac{17}{1665} = \frac{4997}{1665}.$$

Bài 5.5 : Một bệnh nhân hằng ngày phải uống một viên thuốc 150 mg. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%. Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Lời giải:

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày đầu tiên là 150 mg.

Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5%.

Do đó, lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ hai là

$$150 + 150 \cdot 5\% = 150(1 + 0,05).$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ ba là

$$150 + 150(1 + 0,05) \cdot 5\% = 150 + 150(0,05 + 0,05^2) = 150(1 + 0,05 + 0,05^2)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ tư là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3)$$

Lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống viên thuốc của ngày thứ năm là

$$150 + 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3) \cdot 5\% = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4)$$

$$= 157,8946875 \text{ (mg)}.$$

Cứ tiếp tục như vậy, ta ước tính lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài là

$$S = 150(1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots)$$

Lại có $1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 0,05$.

$$\text{Do đó, } 1 + 0,05 + 0,05^2 + 0,05^3 + 0,05^4 + \dots = u/(1-q) = 1/(1-0,05) = 20/19$$

$$\text{Suy ra } S = 150 \cdot (20/19) = 400/361.$$

TÊN BÀI DẠY: CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 16: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm và tại vô cực.
- Nhận biết khái niệm giới hạn một bên.
- Nhận biết khái niệm vô cực.
- Nắm được một vài giới hạn đặc biệt và các quy tắc về giới hạn vô cực.
- Học sinh biết cách tính giới hạn hàm số tại một điểm, tính giới hạn hàm số tại vô cực
- Học sinh phân biệt được các dạng vô định của giới hạn hàm số.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Thông qua việc tính giới hạn của hàm số qua giới hạn của dãy số.
- Năng lực mô hình hóa toán học: Thông qua việc viết công thức hàm số mô tả mối liên quan giữa các đại lượng hình học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học: Thông qua các bài toán liên quan đến giới hạn của hàm số
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

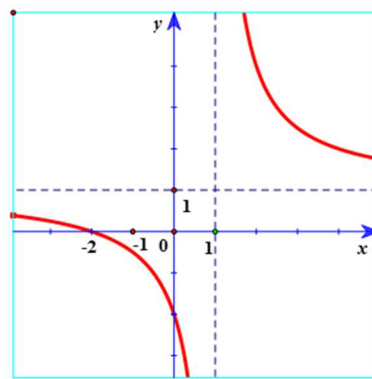
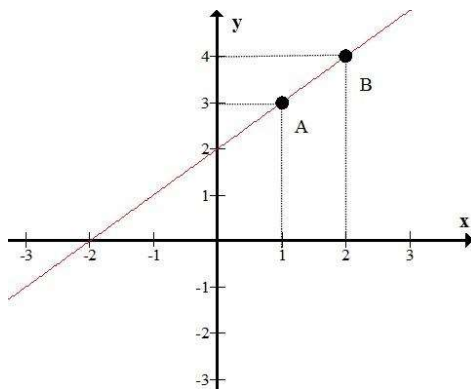
III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

a) Mục tiêu: Tạo tình huống để học sinh tiếp cận với khái niệm “giới hạn hàm số tại một điểm”.

b) Nội dung:



H1- Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi x dần đến 2

H2- Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, em có nhận xét gì về giá trị hàm số khi x dần đến 1

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1- giá trị của hàm số dần về 4

L2- giá trị của hàm số dần về $-\infty$ khi $x < 1$ và dần về $+\infty$ khi $x > 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ** : GV nêu câu hỏi; trình chiếu đồ thị hai hàm số.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài mới.

DVD. Giới hạn hàm số có phải là giá trị của hàm số không? Chúng ta cùng nghiên cứu bài học ngày hôm nay.

2. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

2.1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

a) **Mục tiêu**: Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

b) **Nội dung**: Cho hàm số $f(x) = \frac{4-x^2}{x-2}$.

a) Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.

b) Cho dãy số $x_n = \frac{2n+1}{n}$. Rút gọn $f(x_n)$ và tính giới hạn của dãy (u_n) với $u_n = f(x_n)$.

c) Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 2$ và $x_n \rightarrow 2$, tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

c) **Sản phẩm**: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm.
Thực hiện	Nhóm – tại lớp.

Báo cáo thảo luận	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Giả sử $(a;b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$, có thể trừ điểm x_0. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a;b)$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

VÍ DỤ:

a) Mục tiêu: Tính giới hạn hữu hạn của hàm số cụ thể bằng cách sử dụng định nghĩa.

b) Nội dung: **Ví dụ 1.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$. Chứng tỏ rằng $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính $f(x_n)$ và giới hạn $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n)$
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n) = \lim_{x_n \rightarrow 1} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}$
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$ và $x_n \rightarrow 1$. Ta có $f(x_n) = \frac{x_n - 1}{x_n^2 - 1} = \frac{1}{x_n + 1}$. Do đó $\lim_{x_n \rightarrow 1} f(x_n) = \lim_{x_n \rightarrow 1} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

2.2. QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM:

a) Mục tiêu: Hình thành các quy tắc tính giới hạn.

b) Nội dung:

a) - $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ với c là hằng số.

li
x - $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

li
x - $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ nếu $M \neq 0$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$, nếu $M \neq 0$.

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$

thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	* HS nhắc lại các quy tắc giới hạn của dãy số GV ghi bảng hoặc chiếu lại nội dung quy tắc.
Thực hiện	Học sinh làm việc nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức phần nội dung.

Ví dụ:

a) Mục tiêu:

+ VD2: Thực hành các quy tắc giới hạn của hàm số.

+ VD3: Xét TH không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương 2 hàm số khi giới hạn của mẫu số bằng 0.

+ Luyện tập 1: củng cố kỹ năng tính giới hạn của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung:

Ví dụ 2. Cho $f(x) = x - 1$ và $g(x) = x^3$. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)]$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)}$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$. Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$.

a) Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$$

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$

Ví dụ 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$.

Lời giải

Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng $\frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2 - 3^2}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3}.$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9} + 3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9} + 3]} = \frac{1}{6}.$

Luyện tập 1. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$.

a) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : VD2 Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$. Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$. a) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1.$ b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0.$

VD3. Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Chú ý rằng
$$\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2-3^2}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}.$$

Do đó
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9}+3]} = \frac{1}{6}.$$

2.3. GIỚI HẠN MỘT BÊN

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn một bên của hàm số.

b) **Nội dung:**

Cho hàm số $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$.

a) Cho $x_n = \frac{n}{n+1}$ và $x'_n = \frac{n+1}{n}$. Tính $y_n = f(x_n)$ và $y'_n = f(x'_n)$.

b) Tìm giới hạn của các dãy số (y_n) và (y'_n) .

c) Cho các dãy số (x_n) và (x'_n) bất kì sao cho $x_n < 1 < x'_n$ và $x_n \rightarrow 1, x'_n \rightarrow 1$, tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n)$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS

d) **Tổ chức thực hiện:**

*) **Chuyển giao nhiệm vụ:** GV nêu câu hỏi.

*) **Thực hiện:** HS suy nghĩ độc lập

*) **Báo cáo, thảo luận:**

- GV gọi lần lượt 2 hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp:**

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Khái niệm giới hạn một bên:

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là **giới hạn bên phải** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là **giới hạn bên trái** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Chú ý:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ khi và chỉ khi}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

Ví dụ 4: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ x+1 & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \end{cases}$

Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Lời giải

Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $0 < x_n < 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n^2$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$.

Tương tự, với dãy số (x_n) bất kì mà $1 < x_n < 2, x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n + 1$, cho nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$

Luyện tập 2:

a) Mục tiêu: Tính được giới hạn một bên.

b) Nội dung: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x & \text{nếu } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$

Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
Thực hiện	Học sinh thực hiện theo nhóm.
Báo cáo thảo luận	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

Luyện tập 3: Hướng dẫn HS làm bài tập 5.7; 5.8; 5.11 sách giáo khoa.

5.7. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ và $g(x) = x + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $f(x) = g(x)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

HD: a) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = x + 1 = g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$

Vậy b đúng; a đúng khi x khác 1.

5.8. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$.

Đây là giới hạn dạng $\frac{0}{0}$

Phần a cần khai triển hằng đẳng thức rồi giản ước tử và mẫu để khử dạng $\frac{0}{0}$

Phần b nhân cả tử và mẫu với lượng liên hợp của tử rồi khử dạng $\frac{0}{0}$
HS có thể dùng MTCT để tính. nếu

KQ: a) 4

b) 1/6

5.11. Cho hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$.

Tìm $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$.

HD: Xét 2 TH $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x > 2 \\ \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}, & x < 2 \end{cases}$

Từ đó tính các giới hạn và đc kq là -1 và 1

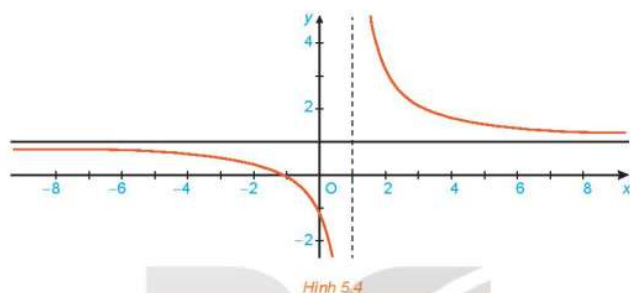
Tiết 2

1. HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

HD1.1: GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ



Hình 5.4

Giả sử (x_n) là dãy số sao cho $x_n > 1, x_n \rightarrow +\infty$. Tính $f(x_n)$ và tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Ta có khái niệm sau đây - Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$. kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow +\infty$. - Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < b$ và $x_n \rightarrow -\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Ví dụ 1. Cho $f(x) = 2 + \frac{4}{x-1}$. Sử dụng định nghĩa, tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Lời giải

Lấy dãy (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) = 2 + \frac{4}{x_n - 1}$. Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tương tự, ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

- Các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại một điểm cũng đúng cho giới hạn hữu hạn tại vô cực.

- Với c là hằng số, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$.

Ví dụ 2. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$.

Giải

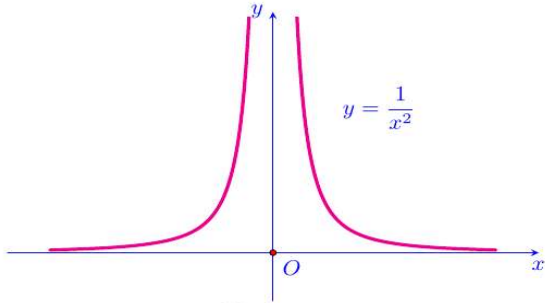
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} \right) = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = -\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1+\frac{1}{x^2} \right)} = -\sqrt{1+\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = -1.$$

HD1.2. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

HD 1.2.1. Giới hạn vô cực

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực của hàm số tại một điểm.

b) **Nội dung:** Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực. Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}$ có đồ thị như Hình 5.6. Cho $x_n = \frac{1}{n}$, chứng tỏ rằng $f(x_n) \rightarrow +\infty$.



Hình 5.6

Giả sử khoảng $(a; b)$ chứa x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b) \setminus \{x_0\}$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b) \setminus \{x_0\}$, $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $-\infty$ khi $x \rightarrow x_0$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$.

Ví dụ 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|}$.

Giải

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$. Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$, $x_n \rightarrow 1$. Khi đó, $|x_n - 1| \rightarrow 0$.

Do đó $f(x_n) = \frac{1}{|x_n - 1|} \rightarrow +\infty$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

**Đánh giá, nhận xét,
tổng hợp**

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo
- Chốt kiến thức :

Một số giới hạn đặc biệt:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ Với } k \text{ nguyên dương;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \text{ là số chẵn;}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty \text{ với } k \text{ là số lẻ.}$$

HD 1.2.2. Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$). Khi đó $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x).g(x)$ được tính theo quy tắc cho trong bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$+\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$	0	$+$	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$.

Ví dụ 4. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2}$.

Giải

Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương. Rõ ràng, giới hạn của tử số $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$.

Ngoài ra, mẫu số nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$. Do vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2} = +\infty$.

Ví dụ 5. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)}$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)}$.

Giải

Viết $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1 > 0$. Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$ do $1-x < 0$ khi $x > 1$.

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn của tích, ta được $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)} = -\infty$.

Lí luận tương tự, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)} = +\infty$.

2. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP:

2.1. Luyện tập 1.

a) **Mục tiêu:** Củng cố kĩ năng tính giới hạn của hàm số tại vô cực.

b) **Nội dung:** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * GV hướng dẫn hs cách tính.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

2.2. Luyện tập 2

a) **Mục tiêu:** Tính được giới hạn một bên.

b) **Nội dung:** Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1}{x-2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$.
Thực hiện	Học sinh thực hiện theo nhóm.

Báo cáo thảo luận	* Gọi 1 HS báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

2.3 Luyện tập 3

Hướng dẫn HS làm bài tập 5.10; 5.12 sách giáo khoa.

5.10. Tính các giới hạn một bên:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1};$

b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x}$

HD: Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương

Kq: a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - x + 1}{4 - x} = +\infty$

5.12. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} - x).$

HD: a) Làm tương tự như luyện tập 1. KQ: -2

b) Nhân chia với lượng liên hợp, sau đó chia cả tử và mẫu cho x rồi áp dụng giới hạn đặc biệt. KQ: 1

3. HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG TÌM TÒI MỞ RỘNG

Mục tiêu: Rèn luyện cho học sinh kỹ năng tham gia hoạt động nhóm, tìm hiểu tư liệu trên mạng, kỹ năng tự học và tự nghiên cứu ở nhà.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động
Cho học sinh nghiên cứu các bài tập sau: *Bài toán 1: Theo dự đoán tỉ lệ tuổi thọ con người của một nước đang phát triển, sau x năm kể từ bây giờ là: $T(x) = \frac{138x + 236}{2x + 5}$ năm. Hỏi tuổi thọ của con người sẽ đạt được tới mức Giới hạn là bao nhiêu? * Tính các giới hạn sau: a/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{12x+1}}{4x}$ b/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+ax} - 1}{x}$	69 tuổi. a/ $\frac{0}{0}$, đáp số -1 (nhân lượng liên hợp) b/ đặt $t = \sqrt{1+ax}, x \rightarrow 0 \Leftrightarrow t \rightarrow 1$

$c/\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1}$ thuật toán: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}, \frac{0}{0}$ phân tích $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f_1(x)+c}{g(x)} + \frac{f_2(x)-c}{g(x)}$ gọi α_i ($i=1;2;3...$) là nghiệm của $g(x)=0$ khi đó c là nghiệm của hệ $\begin{cases} f_1(\alpha_i)+c=0 \\ f_2(\alpha_i)-c=0 \end{cases} \Rightarrow c?$ bài tập về nhà: d/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m-1}{x^n-1}$ e/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+...+x^n-n}{x-1}$ g/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+...+x^n-n}{x-1}$	$ax = t^n - 1 = (t-1)(t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1)$ $\Rightarrow \frac{t-1}{x} = \frac{a}{t^{n-1} + t^{n-2} + \dots + t + 1}$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax}-1}{x} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t-1}{x} = \frac{a}{n}$ c/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3}-2}{x^2-1} - \frac{\sqrt[3]{x^2+7}-2}{x^2-1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{(x^2-1)(\sqrt{5-x^3}+2)} = \dots = -\frac{3}{8}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+7}-2}{x^2-1} = \dots = \frac{1}{12}$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^3} - \sqrt[3]{x^2+7}}{x^2-1} = -\frac{11}{24}$
---	---

Bài 17: HÀM SỐ LIÊN TỤC

Môn học: Toán; lớp: 11. Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Biết khái niệm hàm số liên tục tại một điểm.
- Biết định nghĩa và tính chất của hàm số liên tục trên một khoảng, đoạn Và các định lý trong SGK

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong xét tính liên tục của hàm số
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong vận dụng các tính chất vào việc xét tính liên tục của các hàm số và tìm số nghiệm của phương trình dạng đơn giản.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Có thể giới quan khoa học

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. Hoạt động 1: HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG: GIỚI THIỆU (3 phút)

- **Mục tiêu:** Giúp cho học sinh tiếp cận với các kiến thức cơ bản về hàm số liên tục thông qua tính giới hạn của hàm số. Giáo viên trình chiếu hai hình ảnh cho học sinh quan sát.

- Nội dung:**

Hình 1



Hình 2



Hình 1 Cho ta thấy cây cầu thông suốt, các phương tiện giao thông qua lại liên tục.

Hình 2 Cho ta thấy cây cầu bị gãy, giao thông bị gián đoạn hay không liên tục.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS + Nêu được một số thông tin về cây cầu, các phương tiện giao thông qua lại ở 2 hình trên.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Trong cuộc sống thì cụm từ “liên tục” được sử dụng rất nhiều, vậy trong toán học khái niệm liên tục được hiểu như thế nào, ta đi vào bài học: “Hàm số liên tục”.

2. Hoạt động 2: HOẠT ĐỘNG: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

HD2.1. Hàm số liên tục tại một điểm

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục tại điểm, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) **Nội dung:**

Nhận biết tính liên tục của hàm số tại một điểm

$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{neu } x \neq 1 \\ 2 & \text{neu } x = 1. \end{cases}$$

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục tại 1 điểm.
Thực hiện	Cá nhân – tại lớp. (Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính $f(x_0)$ để so sánh)
Báo cáo thảo luận	* Cá nhân báo cáo, các nhóm theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0. Hàm số $f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu

HD2.2 Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp cho học sinh củng cố được cách xét tính liên tục của hàm số tại 1 điểm.

b) Nội dung:

Ví dụ 1. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm $x_0 = 2$.

Ví dụ 2. Xét tính liên tục của hàm dấu $s(x) = \begin{cases} 1 & \text{neu } x > 0 \\ 0 & \text{neu } x = 0 \\ -1 & \text{neu } x < 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) - Gv yêu cầu hs tìm TXĐ, tính giới hạn, tính giá trị hàm số tại $x = -2$
Thực hiện	Học sinh lên bảng và thực hiện các bước tính giới hạn và tính $f(x_0)$ để so sánh
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : VD1. Rõ ràng hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, do đó $x_0 = 2$ thuộc tập xác định của hàm số. Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1} = 3 = f(2)$. Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$. VD2. Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} s(x) = -1$. Do đó không tồn tại

giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} s(x)$.

Vậy hàm số này gián đoạn tại 0.

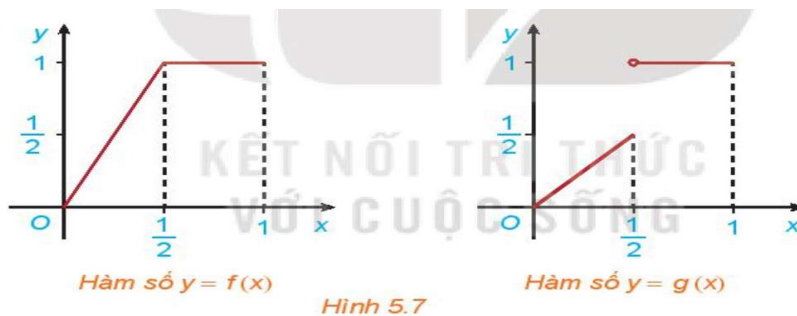
HD2.3. HÀM SỐ LIÊN TỤC TRÊN MỘT KHOẢNG

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được khái niệm hàm số liên tục trên khoảng và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục, áp dụng xét tính liên tục của hàm số.

b) Nội dung:

Cho hai hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$ và $g(x) = \begin{cases} x & \text{neu } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{neu } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$

với đồ thị tương ứng như **Hình 5.7**



Xét tính liên tục của các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tại điểm $x = \frac{1}{2}$ và nhận xét về sự khác nhau giữa hai đồ thị.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về định nghĩa tính liên tục trên một khoảng.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức :

	Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên khoảng $(a;b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a ; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a;b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. Các khái niệm hàm số liên tục trên nửa khoảng như $(a;b], [a; +\infty), \dots$ được định nghĩa theo cách tương tự. Có thể thấy đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng là một đường liền trên khoảng đó. Về tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản đã biết, ta có - Hàm số đa thức và các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$. - Các hàm số $y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}$ và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.
--	--

HD2.4. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN

a) **Mục tiêu:** Học sinh nắm được tính chất các hàm số liên tục và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục,

b) **Nội dung:** Cho hai hàm số $f(x) = x^2$ và $g(x) = -x + 1$.

a) Xét tính liên tục của hai hàm số trên tại $x = 1$.

b) Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ và so sánh L với $f(1) + g(1)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về tính chất liên tục của hàm số.
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Ta có khẳng định sau đây về tổng, hiệu, tích và thương của hai hàm số liên tục. Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0. Khi đó: a) Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x)g(x)$ liên tục tại x_0; b) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

HD 2.5. Luyện tập:

a) Mục tiêu: Học sinh nắm được kỹ hơn tính chất các hàm số liên tục và một số định lý cơ bản về hàm số liên tục,

b) Nội dung: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Tìm các khoảng trên đó hàm số $f(x)$ liên tục.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

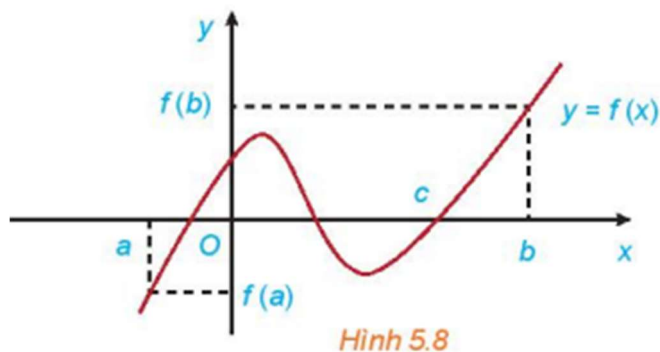
Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tìm TXĐ
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp. Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Tiết 2:**3. Hoạt động 3. HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP****HD3.1 Tìm số nghiệm pt dựa vào tính liên tục của hàm số**

a) Mục tiêu: Giúp học sinh vận dụng kiến thức để giải quyết những vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...

Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

b) Nội dung: Dựa vào hình vẽ sau: Hãy tính $f(a)$; $f(b)$ và tính tích $f(a).f(b)$ so sánh với 0



c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm) Gv yêu cầu hs tính $f(a)$; $f(b)$ và tính tích $f(a).f(b)$ so sánh với 0
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a;b)$ sao cho $f(c) = 0$.
-------------------------------------	---

HD 3.2 Bài tập SGK

a) Mục tiêu: Giúp học sinh vận dụng kiến thức đã học giải quyết những bài toán xét tính liên tục của hàm số, vấn đề thực tế trong cuộc sống, những bài toán thực tế ứng dụng phương trình,...
Thực hiện được cơ bản các dạng bài tập trong Sách giáo khoa

b) Nội dung: Bài 2-SGK. a/ Xét tính liên tục của hàm số $y = g(x)$ tại $x_0 = 2$, biết: $g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & , \quad x \neq 2 \\ 5 & , \quad x = 2 \end{cases}$

b/ Cần thay số 5 bởi số nào để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm (6 nhóm)
Thực hiện	Theo nhóm – tại lớp (<i>học sinh lên bảng trình bày lời giải bài toán</i>)
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức : Với $x \neq 2$ thì $g(x) = \frac{x^3-8}{x-2} = x^2 + 2x + 4$ $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4)$ $= 12 \neq g(2) = 5$ Vậy hàm số không liên tục tại $x_0 = 2$. Vì $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 12 \neq g(2)$ Cần thay số 5 bởi số 12 + Giáo viên nhận xét lời giải, sửa chữa và củng cố kiến thức.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

Thời gian thực hiện: 1 tiết bài tập.

I. Mục tiêu.

1. Về kiến thức

- Nắm được định nghĩa về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Biết cách tính giới hạn dãy số, hàm số, tổng cấp số nhân lùi vô hạn
- Biết giải quyết bài toán về hàm số liên tục

2. Về năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học: thông qua việc làm các bài tập vận dụng.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.
- Năng lực tự chủ và tự học, giao tiếp và hợp tác.

3. Về phẩm chất:

- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác, xây dựng cao.
- Có ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức.
- Tích cực thực hiện các nhiệm vụ học tập

II. Thiết bị dạy học và học liệu.

- Kiến thức về giới hạn dãy số, hàm số, cấp số nhân lùi vô hạn, hàm số liên tục
- Máy tính hoặc điện thoại có kết nối internet. Máy chiếu và các tài liệu tham khảo liên quan
- Phiếu học tập. Bảng phụ hoặc giấy A₀

III. Tiến trình dạy học:

1. Hoạt động 1 (10 phút): Hệ thống kiến thức chương V

- + **Mục tiêu:** Giúp học sinh hệ thống lại các kiến thức trọng tâm chương V.
- + **Nội dung:** GV giao nhiệm vụ cho học sinh về nhà làm và báo cáo.
- + **Sản phẩm:** Nội dung học sinh đã chuẩn bị theo phân công của giáo viên.
- + **Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV đã giao nhiệm vụ cho HS về nhà làm. B2: Thực hiện nhiệm vụ: HS đã chuẩn bị nội dung ở nhà. B3: Báo cáo, thảo luận: GV mời đại diện các nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp và chọn 1 nhóm khác nhận xét, bổ sung. B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của các nhóm.	

Sản phẩm dự kiến hoạt động 1:

Nhóm 1: Giới hạn dãy số

+) Các kết quả sau thường dùng

$$\cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$\cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \quad \forall |q| < 1.$$

$$\cdot \text{Nếu } |u_n| \leq v_n \quad \forall n \geq 1 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0.$$

* giới hạn vô cực của dãy số

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty, \text{ với } k \text{ là số nguyên dương;}$$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty, \text{ với } q > 1.$$

+) Ta nói dãy số (u_n) **có giới hạn là số thực a** khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

+) Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây: Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \quad (\text{nếu } b \neq 0)$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

+) Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

$$S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

+) Liên quan đến **giới hạn vô cực** của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ (hoặc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Nhóm 2: Giới hạn hàm số

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là **giới hạn bên phải** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là **giới hạn bên trái** của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

vô cực.

+) Một số quy tắc tính giới hạn vô cực

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ khi và chỉ khi}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

a) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M ;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ và

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

- $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ với c là hằng số.

- $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$ với $n \in \mathbb{N}$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c, \lim_{x \rightarrow -\infty} c = c$.

- Với k là một số nguyên dương, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^k} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0.$$

Một số giới hạn đặc biệt:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ Với k nguyên dương;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ với k là số chẵn;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ với k là số lẻ.

Chú ý các quy tắc tính giới hạn hữu hạn không còn đúng cho giới hạn vô cực.

Ta có một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số đó có giới hạn vô cực.

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x) \cdot g(x)$.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$).

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$+\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$	0	$+$	$-\infty$
		$-\infty$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+, x \rightarrow x_0^-$.

Nhóm 3: Hàm số liên tục

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 . Hàm số $f(x)$ được gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **liên tục trên khoảng** $(a; b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **liên tục trên đoạn** $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

- Hàm số đa thức và các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Các hàm số $y = \tan x, y = \cot x, y = \sqrt{x}$ và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

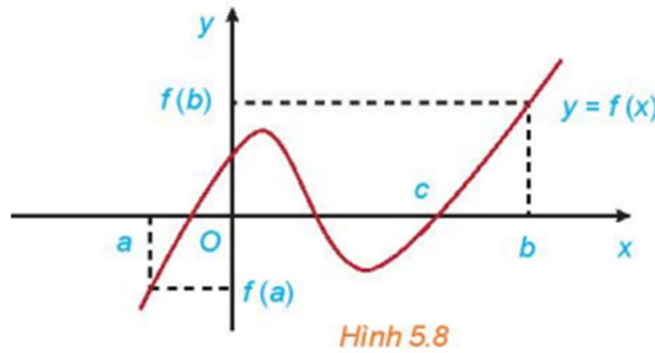
Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

a) Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x)g(x)$ liên tục tại x_0 ;

b) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

Nhận xét. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$.

Kết quả này được minh họa bằng đồ thị như Hình 5.8



2. Hoạt động 2 (10 phút): HD luyện tập

HD2.1 Thực hiện bài tập phần A. Trắc nghiệm

+**Mục tiêu:** củng cố kiến thức thông qua bài tập trắc nghiệm 5.18 đến 5.24

+**Nội dung:** Bài tập 5.18 đến 5.24 – SGK

5.18. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n}$. Mệnh đề **đúng** là

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

5.19. Cho $u_n = \frac{2 + 2^2 + \dots + 2^n}{2^n}$. Giới hạn của dãy số (u_n) bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

5.20. Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{2}{3^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 6.

5.21. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}$. Mệnh đề **đúng** là

- A.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. **B.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. **C.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$. **D.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$.

5.22. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1.

5.22. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1.

5.23. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{|x+1|}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1]$.
C. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. **D.** $[-1; +\infty)$.

5.24. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{neá } x \neq 1 \\ a & \text{neá } x = 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi

- A.** $a=0$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

+**Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: GV yêu cầu học sinh làm việc nhóm 2 học sinh cùng bàn B2: Thực hiện nhiệm vụ: + HS làm việc theo yêu cầu của GV. + GV quan sát, theo dõi và hỗ trợ (khi cần). B3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi HS trả lời. B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, kết quả của học sinh.	5.18 C 5.19 B 5.20 C 5.21 B 5.22 B 5.23 C 5.24 B

HD2.2(23 phút): Thực hiện bài tập phần B. Tự luận

+ **Mục tiêu:** củng cố kiến thức thông qua bài tập tự luận 5.26 - 5.31

+ **Nội dung:** Bài tập 5.26 - 5.31 - SGK.

5.26. Tìm giới hạn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2}$

b) $v_n = \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k}$

c) $w_n = \frac{\sin n}{4n}$

5.27. Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số

a) $1,(01);$

b) $5,(132).$

5.28. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2}$;

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}}$.

5.29. Tính các giới hạn một bên:

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x-3|}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x}}$.

5.30. Chứng minh rằng giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ không tồn tại.

5.31. Giải thích tại sao các hàm số sau đây gián đoạn tại điểm đã cho:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{neá } x \neq 0 \\ 1 & \text{neá } x = 0 \end{cases}$ tại điểm $x = 0$;

b) $f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{neá } x < 1 \\ 2-x & \text{neá } x \geq 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$

+**Sản phẩm:** Lời giải của học sinh.

+**Tổ chức thực hiện:**

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm dự kiến
B1: Chuyển giao nhiệm vụ: + Chia lớp thành 6 nhóm: nhóm 1 bài 5.26 và 5.27. các nhóm còn lại mỗi nhóm 1 bài + Yêu cầu học sinh làm việc theo nhóm và trình bày bài giải trong bảng phụ của nhóm. B2: Thực hiện nhiệm vụ: + HS chú ý quan sát, lắng nghe và làm việc nhóm theo yêu cầu của GV. + GV quan sát, theo dõi các nhóm và hỗ trợ (khi cần). B3: Báo cáo, thảo luận: GV chọn ngẫu nhiên 1 bạn bất kỳ trong nhóm báo cáo sản phẩm trước lớp, các nhóm khác nhận xét, bổ sung (nếu có) B4: Kết luận, nhận định, đánh giá: GV đánh giá về hoạt động, tiến độ hoàn thành, trình bày bài giải, kết quả,... của các nhóm.	

5.26. Ta có

$$\text{a) } u_n = \frac{n^2}{3n^2 + 7n - 2} = \frac{1}{3 + \frac{7}{n} - \frac{2}{n^2}}. \text{ Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } v_n &= \sum_{k=0}^n \frac{3^k + 5^k}{6^k} = \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k + \sum_{k=0}^n \left(\frac{5}{6}\right)^k = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}}{1 - \frac{5}{6}} \\ &= 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) + 6 \left(1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right). \text{ Do vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 8. \end{aligned}$$

$$\text{c) } |w_n| = \frac{|\sin n|}{4n} \leq \frac{1}{4n} \rightarrow 0 \text{ khi } n \rightarrow +\infty. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0.$$

5.27. Ta có

$$\text{a) } 1, (01) = 1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \dots = 1 + \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = 1\frac{1}{99}.$$

$$\text{b) } 5, (132) = 5 + \frac{132}{1000} + \frac{132}{1000^2} + \dots = 5 + \frac{\frac{132}{1000}}{1 - \frac{1}{1000}} = 5\frac{132}{999}.$$

5.28. Ta có

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{(x-7)(\sqrt{x+2} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 3} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(1-x)^2} = +\infty.$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2}.$$

$$5.29. a) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 6.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x}} = +\infty.$$

$$5.30. \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1. \text{ Do đó, giới hạn } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \text{ không tồn tại.}$$

$$5.31. a) \text{ Xét tính liên tục của hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 1 & \text{nếu } x = 0 \end{cases} \text{ tại điểm } x = 0.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty.$$

Vậy không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

$$b) \text{ Xét tính liên tục của hàm số } g(x) = \begin{cases} 1+x & \text{nếu } x < 1, \\ 2-x & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases} \text{ tại điểm } x = 1.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x) = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x) = 2.$$

Do đó không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

Tổng kết và hướng dẫn công việc ở nhà (2 phút).

GV tổng kết lại nội dung trọng tâm của tiết học.

GV giao cho HS về nhà làm các bài tập còn lại : 5.32 ,5.33 , 5.34