

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [TD 1.1]. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = e^x$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = \ln x$

Câu 2. [TD 1.2]. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là

- A. $x^3 + x^2 + 5$. B. $x^3 + x + C$. C. $x^3 + x^2 + 5x + C$. D. $x^3 + x^2 + C$

Câu 3. [TD 1.1] Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 4. [TD 1.1] Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x), G(x)$ là các nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A. $F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$. B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$.

Câu 5. [TD 1.2] Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- A. $I = 1 - \ln 2$. B. $I = \frac{7}{4}$. C. $I = 1 + \ln 2$. D. $I = 2 \ln 2$.

Câu 6. [TD 1.2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x) dx$ bằng A. 2. B. 6. C. 18. D. -6.

Câu 7. [TD 1.2] Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng A. 20. B. 10. C. 18. D. 12.

Câu 8. [TD 1.2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 9. [TD 1.2] Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2, y = -1, x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

$$C. S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx.$$

$$D. S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$$

Câu 10. [TD 1.1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$.

Câu 11. [TD 1.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

- A. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z - 6 = 0$ C. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 12. [TD 1.2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x - y + 3x + 9 = 0$. B. $2x + y + 3x - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3x + 3 = 0$. D. $2x - y + 3x - 9 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \int \sin x dx + \sqrt{3} \int \cos x dx$.

b) [TD 1.1] $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

c) [TD 1.1] $\int f(x) dx = \cos x - \sqrt{3} \sin x + C$.

d) [TD 2.1] $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{a + \sqrt{b} - \sqrt{c}}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b + c = 10$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; -1)$; $B(3; 2; 1)$; $C(3; 1; 4)$ và mặt phẳng $(P)x + 2y + z - 3 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) [TD 1.1] $\vec{n} = (1; 2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) [TD 1.1] Điểm $A \in (P)$.

c) [TD 2.1] Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận vectơ $\vec{m}(5; 3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

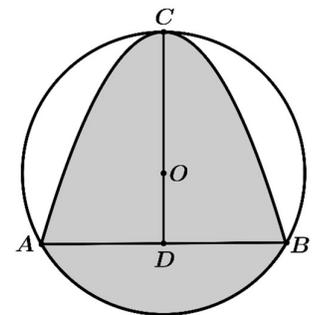
d) [TD 2.2] Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (P) bằng 60° .

PHẦN III. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. [GQ 2.1] Biết rằng $\int_1^2 (3x^2 + \sqrt{x}) dx = \frac{a + b\sqrt{2}}{3}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + b$ bằng?

Câu 2. [GQ 3.1] Một hoa văn hình tròn tâm O , ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}$ cm. Đường cong qua ba điểm: A, B, C là một phần của parabol. Tính diện tích phần tô đậm trên hình vẽ (Tính gần đúng đến hàng phần chục và đơn vị là cm^2)



Câu 3. [TD 2.2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $M(2; 3; -1)$

, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 3z + 1 = 0$ có dạng $ax + by + cz - 7 = 0$. Tính $a + b + c$.

Câu 4. [GQ 3.2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng 3. Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $ax + by + z + d = 0, (A, B, D \in \mathbb{R})$. Giá trị của biểu thức $a + b + d$ bằng bao nhiêu?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.

Thí sinh trình bày lời giải vào phần giấy thi tự luận.

Bài 1: Tìm nguyên hàm của các hàm số: $y = e^x$, $y = 7^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$.

Bài 2: Tính tích phân $I = \int_1^2 (x^3 - 3x + 1) dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos x - 5x + 1) dx$, $K = \int_1^{\sqrt{3}} (e^x - 3^x + 1) dx$.

Bài 3: Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(4; 2; -9)$ nhận vectơ $\vec{n} = (5; -3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

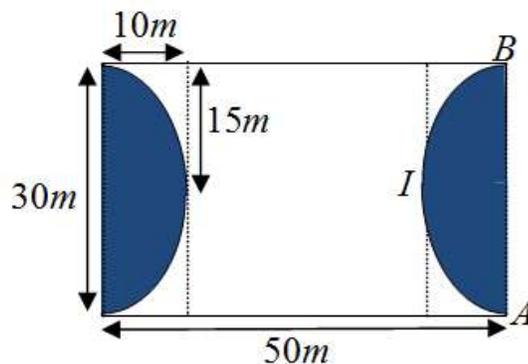
Bài 4: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(4; 2; -9)$ nhận vectơ cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -2; 1)$ và $\vec{b} = (-2; 1; 3)$.

Bài 5: Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_0^a (3x^2 - 12x + 8) dx = 0$. Hãy tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right).$$

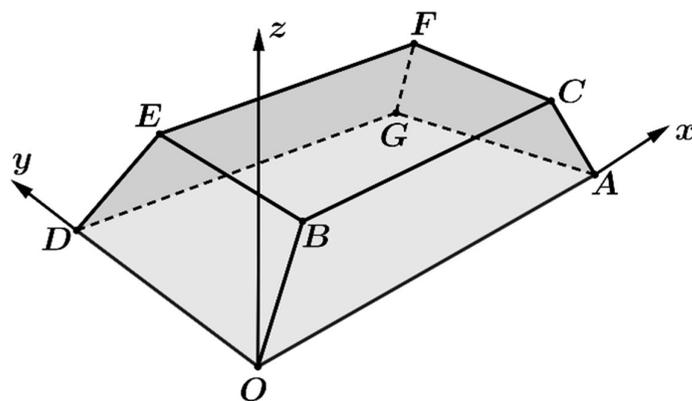
Bài 6: Ông An xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30m và chiều dài 50m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông An chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.

- ♦ Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I .
- ♦ Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 130 nghìn đồng/m² và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 90 nghìn đồng/m².



Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền (triệu đồng) để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

Bài 7: Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cắt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c + d$.



Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi

học sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.
D. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 4: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f'(x) \Big|_a^b = f'(b) - f'(a)$. D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(t) dt$.

Câu 5: Biết $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -4$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$

- A. -2 B. 2 C. 6 D. -6

Câu 6: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính: $I = F(e) - F(1)$?

- A. $I = \frac{1}{2}$ B. $I = \frac{1}{e}$ C. $I = 1$ D. $I = e$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 8: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ B. $S = \int_0^2 2^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $Q(1; -1; 1)$. B. $N(0; 2; 0)$. C. $P(0; 0; -4)$. D. $M(1; 0; 0)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A. $\vec{a} = (2; -3; 1)$ B. $\vec{b} = (2; 1; -3)$ C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$ D. $\vec{d} = (3; 2; 0)$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$. C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.