**Bài 13. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN**

*Thời gian thực hiện tiết 64 – 67*

*Ngày 10/2/2025*

**I. MỤC TIÊU**

***1. Về kiến thức, kĩ năng***

- Sử dụng tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng.

- Sử dụng tích phân để tính thể tích của một số hình khối.

***2. Về năng lực***

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc sử dụng tích phân như là một phương pháp tổng quát và hiệu quả để tính diện tích, thể tích.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

***3. Về phẩm chất***

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

**II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU**

***- Giáo viên:***

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có).

+ GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế có vận dụng tính tích phân.

***- Học sinh:***

SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

**III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC**

Bài học này dạy trong 05 tiết:

+ Tiết 1: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần a).

+ Tiết 2: Mục 1: Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng (phần b).

+ Tiết 3: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần a).

+ Tiết 4: Mục 2: Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể (phần b).

**Tiết 1. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG (phần a)**

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| **HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG**  ***Mục tiêu:*** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tích phân có thể được sử dụng để tính diện tích, thể tích.  ***Nội dung:*** HS đọc tình huống mở đầu.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Tình huống mở đầu (5 phút)**  *-* GV tổ chức cho HS đọc phần mở đầu trong SGK.  *- Đặt vấn đề:*  Bài học này sẽ cung cấp một số phương pháp tổng quát giúp ta thiết lập dễ dàng các công thức diện tích và thể tích đã học trong Hình học, cũng như tính diện tích, thể tích của những vật thể phức tạp hơn. | HS đọc và suy nghĩ về tình huống. | - Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống ứng dụng hình học của tích phân.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**  ***Mục tiêu:*** Giúp HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng**  **a) Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng** .  **HĐ1 (8 phút)**  - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 4 phút và chọn 1 HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.  - Sau khi HS thực hiện xong HĐ1, GV sẽ giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình hẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. | - HS thực hiện cá nhân HĐ1.  *HD.*  a)  b)  Vậy  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | - Thông qua HĐ1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng .  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 1 (7 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. | HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | - Thông qua VD1, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 2 (10 phút)**  - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.  - GV nhận xét và chốt kiến thức. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | - Thông qua VD2, HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**  ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Luyện tập 1.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 1 (10 phút)**  - GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.  - Tùy vào tình hình thực tế của lớp học, GV có thể cho thêm một vài câu hỏi trắc nghiệm để HS củng cố lại công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành. | - HS thực hiện Luyện tập 1.  *HD.* | - Luyện tập 1 là hoạt động củng cố kĩ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.  - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**  *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng .  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

**Tiết 2. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG (phần b)**

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| **HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**  ***Mục tiêu:*** HS khám phá và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng .  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ2,Ví dụ 3, Ví dụ 4.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng**  **b) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng** .  **HĐ2 (10 phút)**  - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.  - Từ HĐ2, GV giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  - GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý. | - HS thực hiện HĐ2 theo nhóm đôi.  *HD.*  a) Ta có ,  Khi đó  b)  Khi đó  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | - Thông qua HĐ2, HS khám phá được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  - Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học. |
| **Ví dụ 3 (7 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | - Mục đích của ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 4 (7 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 4 phút, sau đó gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | - Mục đích của Ví dụ này là rèn luyện cho HS cách tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP**  ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Luyện tập 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Luyện tập 2 (8 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | - HS đọc nội dung và thực hiện Luyện tập 2.  *HD.* | - Thông qua Luyện tập 2, HS rèn luyện kĩ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**  ***Mục tiêu:*** Giúp HS biết vận dụng kiến thức để giải quyết bài toán thực tế.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Vận dụng 1 (10 phút)**  GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, cho HS thực hiện nhóm rồi trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án. | - HS hoạt động nhóm thực hiện Vận dụng.  *HD.*  Xét phương trình hoành độ giao điểm    Khi đó  Thặng dư tiêu dùng cho sản phẩm này là  (triệu đồng).  Thặng dư sản xuất cho sản phẩm này là  (triệu đồng). | - Mục đích phần này là rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học, vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng trong bài học để giải quyết.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**  *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:  + Tính diện tích các hình phẳng: Bài tập 4.14, 4.15.  + Vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng để giải quyết bài toán thực tiễn: Bài tập 4.16.  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

**Tiết 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần a)**

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| **HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**  ***Mục tiêu:*** HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích vật thể.  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ3, Ví dụ 5, Ví dụ 6.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **2. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể**  **a) Thể tích của vật thể**  **HĐ3 (10 phút)**  - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.  - Từ HĐ3, GV giới thiệu cho HS công thức tính thể tích vật thể.  GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. | - HS thực hiện HĐ3 theo nhóm đôi.  *HD.*  a) Ta có  b) Ta có .  Khi đó    - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | - Mục đích của phần này là để HS nhận biết công thức tính thể tích vật thể.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 5 (8 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. | - Mục đích của VD5 là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 6 (10 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.  - GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý. | HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài. | - Mục đích của ví dụ này là để HS hình thành cách tính thể tích vật thể.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**  ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng tính thể tích vật thể.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Vận dụng 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Vận dụng 2 (12 phút)**  GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện một nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | - HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 2.  *HD.*  Mỗi mặt phẳng vuông góc với trục *Ox* tại điểm có hoành độ bằng *x* cắt khối chóp cụt đều theo thiết diện có diện tích  Thể tích của khối chóp cụt đều này là    Mà  và  nên    Do đó thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng *S* và chiều cao bằng *h* là | - Mục đích của Vận dụng 2 là để HS vận dụng được kiến thức, kĩ năng trong bài tính được thể tích của khối chóp đều.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học. |
| **TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**  *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích vật thể.  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

**Tiết 4. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần b)**

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| **HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC**  ***Mục tiêu:*** HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích của khối tròn xoay.  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ4, Ví dụ 7, Ví dụ 8.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **3. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể**  **b) Thể tích khối tròn xoay**  **HĐ4 (10 phút)**  - GV cho HS thực hiện theo cặp trong 5 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.  - Từ HĐ4, GV giới thiệu công thức tính thể tích khối tròn xoay.  - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | - HS thực hiện HĐ4 theo nhóm đôi.  *HD.*  a) Ta có  b)    - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | - Thông qua HĐ4, HS khám phá được các công thức tính thể tích khối tròn xoay.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 7 (8 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7 trong 4 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài. | - Mục đích của ví dụ này là để HS rèn luyện kĩ năng tính thể tích khối tròn xoay.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Ví dụ 8 (10 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 8 trong 5 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - HS thực hiện Ví dụ 8 và ghi bài. | - Mục đích của ví dụ là để HS rèn luyện kĩ năng tính thể tích khối tròn xoay.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG**  ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng tính thể tích của khối tròn xoay.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Vận dụng 3.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Vận dụng 3 (12 phút)**  GV cho HS thực hiện theo bàn trong 8 phút, sau đó gọi đại diện 2 nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án. | - HS đọc nội dung và thực hiện Vận dụng 3.  a) Đường thẳng *BC* đi qua điểm *B*(*h*; *R*) và điểm *C*(0; *r*) có phương trình là    Thể tích của khối nón cụt là  b) Cho trong công thức nhận được ở phần a, ta được thể tích của khối nón có bán kính đáy bằng *R* và chiều cao *h* là | - Mục đích của Vận dụng 3 là để HS vận dụng được kiến thức, kĩ năng trong bài tính được thể tích của khối tròn xoay.  - Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ**  *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(5 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích khối tròn xoay.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Tính thể tích khối tròn xoay: Bài tập 4.17, 4.18, 4.19. | | |

**BÀI TẬP CUỐI BÀI TRONG SGK VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI**

**4.14.** Diện tích hình phẳng cần tính là



**4.15.** a) Vì nên diện tích hình phẳng cần tính là



b) Vì  nên diện tích hình phẳng cần tính là



c) Diện tích hình phẳng cần tính là



d) Diện tích hình phẳng cần tính là



**4.16.** Sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005 là



**4.17.** Thể tích vật thể cần tìm là



**4.18.** Thể tích khối chỏm cầu là



**4.19.** a) Đường thẳng *OB* đi qua điểm *O* và điểm *B* ( có phương trình đường thẳng là .

Thể tích khối nón là



b) Xét hàm số với .

Ta có . Khi đó hàm số *V* đồng biến trên 

Vậy giá trị lớn nhất của  khi 