

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG II

Thời gian thực hiện tiết 40 – 41

Ngày 4/12/2025

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Hệ thống lại kiến thức về hệ tọa độ trong không gian, tọa độ điểm và vector trong không gian.
- Ôn tập lại các phép toán vector trong không gian.
- Vận dụng được biểu thức tọa độ của các phép toán vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hóa toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Ôn tập về các phép toán vector trong không gian.
- + Tiết 2: Ôn tập về biểu thức tọa độ của các phép toán vector trong không gian.

Tiết 1. ÔN TẬP VỀ CÁC PHÉP TOÁN VECTOR TRONG KHÔNG GIAN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhắc lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vector, phép nhân vector với một số và công thức tính tích vô hướng của hai vector.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Nội dung: HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vectơ, phép nhân vectơ với một số, công thức tính tích vô hướng của hai vectơ và các tính chất của chúng. - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.	+ HS nhớ lại các quy tắc để xác định tổng, hiệu của hai vectơ, phép nhân vectơ với một số, công thức tính tích vô hướng của hai vectơ và tính chất của chúng. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Trắc nghiệm (20 phút) - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	+ Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương II. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.35 (4 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 2.35 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.36 (5 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 2.36 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng biểu diễn vectơ theo các vectơ khác trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.37a (4 phút) GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm đôi trong 3 phút, sau đó gọi một	HS thực hiện bài 2.37a và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng biểu diễn vectơ theo

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.		các vectơ khác trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập lại các phép toán vectơ trong không gian.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 2.37b.
- Nhắc HS đọc trước bài chuẩn bị cho tiết học sau.

Tiết 2. ÔN TẬP VỀ BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG		
Mục tiêu: Nhắc lại hệ toạ độ trong không gian, các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian. Nội dung: HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (8 phút) HS làm việc cá nhân vào sơ đồ tư duy của Phiếu học tập số 1 như trong Phụ lục, sau 5 phút GV gọi đại diện một số HS trình bày câu trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Phiếu học tập số 1.	+ HS nhớ lại hệ toạ độ trong không gian, các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ trong toạ độ. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 2.38 (7 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 2.38 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Bài 2.39 (6 phút) - GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 2.39 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.40 (7 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 5 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 2.40 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng thực hiện các phép toán vectơ trong không gian, tính độ dài vectơ, tính cosin của góc giữa hai vectơ. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.41 (8 phút) GV tổ chức cho HS thực hiện bài 2.41 theo cặp trong 5 - 6 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS thực hiện bài 2.41 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng tính độ dài vectơ, xác định được tọa độ điểm trong các trường hợp cụ thể. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 2.42 (7 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 5 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS thực hiện bài 2.42 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng giải quyết các vấn đề toán học có sử dụng tới vectơ và hệ trục tọa độ trong không gian. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ

GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.
- Giao cho HS làm các bài tập sau: Phiếu học tập chương II (xem Phụ lục).
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Điền vào chỗ trống để hoàn thành sơ đồ tư duy sau.

BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VÉCTƠ

Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có:

- $\vec{a} + \vec{b} = \dots\dots\dots$

- $\vec{a} - \vec{b} = \dots\dots\dots$

- $k\vec{a} = \dots\dots\dots$ với k là một số thực

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A); B(x_B; y_B; z_B); C(x_C; y_C; z_C)$.

Khi đó:

- Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là: $\dots\dots\dots$

- Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là: $\dots\dots\dots$

Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng

của hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots\dots\dots$

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{AI} = \vec{CJ}$. B. $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$. C. $\vec{BI} = \vec{D'J}$. **D. $\vec{A'I} = \vec{JC}$.**

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$. B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$.

C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$. D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

A. $\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$. B. $\vec{SI} = 3(\vec{SA} - \vec{SB} + \vec{SC})$.

C. $\vec{SI} = \frac{1}{3}\vec{SA} + \frac{1}{3}\vec{SB} + \frac{1}{3}\vec{SC}$. D. $6\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?

A. $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$. B. $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$.

C. $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$. **D. $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$.**

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ $\vec{SB}$ và $\vec{AC}$ bằng

A. 60° . **B. 120° .** C. 30° . D. 90° .

Câu 6. Cho điểm M thỏa $\vec{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tìm tọa độ của điểm M .

A. $M(0; 2; 1)$ B. $M(1; 2; 0)$. C. $M(2; 0; 1)$. **D. $M(2; 1; 0)$.**

Câu 7. Cho hai điểm $A(-1; 2; -3), B(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{AB}$.

A. $(1; -1; 1)$ B. $(3; 3; -3)$. C. $(1; 1; -3)$. **D. $(3; -3; 3)$.**

Câu 8. Cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $M(0; 0; m)$. Tìm m biết $AM = \sqrt{5}$.

A. $m = -3$. B. $m = 2$. **C. $m = 3$.** D. $m = -2$.

Câu 9. Cho hai điểm $M(1; -2; 3)$ và $N(3; 0; -1)$. Tìm tọa độ trung điểm I là trung điểm của đoạn thẳng MN

A. $I(4; -2; 2)$. B. $I(2; -1; 2)$. C. $I(4; -2; 1)$. **D. $I(2; -1; 1)$.**

Câu 10. Cho $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

A. $D(-4; 8; -3)$. B. $D(-2; 2; 5)$. C. $D(-2; 8; -3)$. D. $D(-4; 8; -5)$.

Câu 11. Cho $\vec{u} = (2; -5; 3), \vec{v} = (0; 2; -1), \vec{w} = (1; 7; 2)$. Tìm vectơ $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w}$.

A. $\vec{a} = (7; 2; -3)$. B. $\vec{a} = (0; 27; 3)$. C. $\vec{a} = (0; -27; 3)$. D. $\vec{a} = (7; -2; 3)$.

Câu 12. Cho $A(2; -1; 1); B(-1; 3; -1); C(5; -3; 4)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 48$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -48$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 52$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -52$.

Câu 13. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; a; 2)$, $\vec{v} = (-3; 9; b)$ cùng phương. Giá trị của tổng $a^2 + b$ bằng?

A. 15. B. 3. C. 0. D. -3.

Câu 14. Cho hai điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Tìm tọa độ điểm M , biết rằng $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. C. $M\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ D. $M(4; 6; 2)$

Câu 15. Cho hai vectơ $\vec{a}(2; 1; 0)$ và $\vec{b}(-1; 0; -2)$. Tìm $\cos(\vec{a}; \vec{b})$.

A. $\frac{2}{25}$. B. $\frac{-2}{5}$. C. $\frac{-2}{25}$. D. $\frac{2}{5}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

2.25. D. 2.26. B. 2.27. D. 2.28. B. 2.29. C.

2.30. C. 2.31. A. 2.32. B. 2.33. B. 2.34. A.

2.35. Gọi O là giao điểm của AC và BD thì O là trung điểm của AC và BD .

Ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$. Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

2.36. Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$

Khi đó $3\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{CN} + 2\overrightarrow{DN}) + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

2.37. a) Vì $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GA'} = \vec{0}$ nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AA'} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

b) Theo câu a và theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = 3\overrightarrow{AG}$. Do đó ba điểm A, G, C' thẳng hàng.

2.38. a) Ta có: $G\left(\frac{2}{3}; 0; \frac{4}{3}\right)$.

b) Vì M thuộc Oz nên tọa độ của M có dạng $M(0; 0; t)$. Suy ra $\overrightarrow{BM} = (-1; -1; t+1)$ mà $\overrightarrow{AC} = (-3; 1; -1)$ nên $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 - 1 - t - 1 = 1 - t = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $M(0; 0; 1)$.

2.39. Ta có: $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = (1; 5; 4) \Rightarrow B(1; 5; 4)$; $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OO'} = (3; 1; 3) \Rightarrow A'(3; 1; 3)$.

$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = (0; 0; 5) \Rightarrow C'(0; 0; 5)$;

$\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = (2; 3; 6) \Rightarrow B'(2; 3; 6)$.

2.40. a) Ta có: $\vec{u} = (-4; -1; 4)$. b) $|\vec{u}| = \sqrt{16+1+16} = \sqrt{33}$. c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$.

2.41. a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3) \Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+9+9} = 3\sqrt{3}$.

b) Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ nên $\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AB} = (3; 3; -3) \Rightarrow M(3; 1; 0)$.

c) Vì A, B, N thẳng hàng nên $\overrightarrow{AN}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương.

Theo giả thiết thì N thuộc mặt phẳng tọa độ Oxy nên tọa độ điểm $N(a; b; 0)$.

Do đó $\frac{a-4}{-3} = \frac{b-2}{-3} = \frac{0+1}{3} \Rightarrow a=3; b=1 \Rightarrow N(3; 1; 0)$.

2.42. a) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O là góc nhà phía trên trần nhà (điểm giao của hai bức tường và trần nhà) và trục Ox là giao của bức tường bên trái với trần nhà; trục Oy là điểm giao của bức tường bên phải với trần nhà; trục Oz là giao của 2 bức tường; đơn vị trên mỗi trục đều là mét. Khi đó, tọa độ của cái đèn ở vị trí ban đầu là $A(1, 2; 1, 6; 0, 5)$. Tọa độ của cái đèn ở vị trí mới là $B(1, 5; 1, 5; 0, 4)$.

b) Khoảng cách của hai vị trí của đèn lúc đầu và lúc sau là: $AB = |\overrightarrow{AB}| = \frac{\sqrt{11}}{10} \approx 0,3 (m)$.