

**Bài 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT
MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN**

Tiết 19 – 22

Ngày 15/10/2025

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

2. Về năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.
- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Góp phần phát triển các năng lực chung như năng lực giao tiếp và hợp tác (qua việc thực hiện hoạt động nhóm), năng lực thuyết trình, báo cáo (khi trình bày kết quả của nhóm), năng lực tự chủ và tự học, ...

3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
- + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân;

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),...
- + GV chuẩn bị một số bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng, bài toán tối ưu hoá đơn giản,...

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 04 tiết:

- + Tiết 1,2: Mục 1: Tốc độ thay đổi của một đại lượng.
- + Tiết 3,4: Mục 2: Một vài bài toán tối ưu hoá đơn giản.

Tiết 1. TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA MỘT ĐẠI LƯỢNG

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (Hoạt động khởi động này chung cho cả bài) Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán thực tế cần vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số. Nội dung: GV đưa ra tình huống mở đầu trong SGK. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Tình huống mở đầu: 3 phút - GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. - <i>Đặt vấn đề:</i> Bài học này sẽ giúp em hiểu, vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.		+ Mục đích của phần này chỉ là để HS thấy được tình huống cần vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC THỨ 1 Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lượng. Nội dung: GV giới thiệu hàm số thể hiện tốc độ thay đổi, HS thực hiện Ví dụ 1, 2. Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi Ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
1. Tốc độ thay đổi của một đại lượng (10 phút) GV hướng dẫn HS đoạn mở đầu. - GV giới thiệu cho HS tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ đối với đối lượng x tại thời điểm $x = a$. - Sau đó, GV giới thiệu ý nghĩa thực tế của tốc độ thay đổi tức thời trong một số trường hợp thường gặp của đại lượng y: hàm vị trí, nồng độ của một chất tham gia phản ứng hoá học tại thời điểm t, số lượng cá thể trong một quần thể động vật hoặc thực vật tại thời điểm t, hàm chi phí.	HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	+ Mục đích là để giới thiệu hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của của y đối với x. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
Ví dụ 1 (9 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, GV có thể gợi ý; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài.	+ Mục đích là để rèn luyện kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 2 (9 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, GV có thể gợi ý; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài.	+ Mục đích là để rèn luyện kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 3 (9 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là để rèn luyện kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ		
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng y đối với x. - Giao cho HS làm bài tập 1.26 trong SGK: Vận dụng đạo hàm để giải quyết bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 2. TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA MỘT ĐẠI LƯỢNG		
Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lượng. Nội dung: HS thực hiện Ví dụ 3, 4. Sản phẩm: Lời giải của ví dụ. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Ví dụ 4 (10 phút) GV cho HS hoạt động theo cặp trong 8 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi đại diện HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là để rèn luyện kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lượng. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 1. Sản phẩm: Lời giải của Luyện tập 1. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 1 (10 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm và cho HS hoạt động nhóm trong 6 phút, sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài. Ta có: $P' = \frac{50t(t^2 + 1) - 2t(25t^2 + 125)}{(t^2 + 1)^2}$ $= \frac{-200t}{(t^2 + 1)^2}.$ Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là $P'(5) = \frac{-250}{169}$ (mmHg/s).	+ Mục đích của ví dụ này là để củng cố kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 1.26 (10 phút) GV cho HS hoạt động cá nhân trong 6 phút, GV có thể hướng dẫn (nếu cần), sau đó gọi một HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài 1.26 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là để củng cố kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Bài tập 1.27 (10 phút) GV chia lớp thành 4 nhóm và cho HS hoạt động nhóm trong 6 phút, sau đó gọi đại diện	HS thực hiện bài 1.27 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là để củng cố kỹ năng giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS lên bảng; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.		thay đổi của một đại lượng. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ		
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (4 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: hàm số thể hiện tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng y đối với x. - Giao cho HS làm bài tập 1.27 trong SGK: Vận dụng đạo hàm để giải quyết bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 3. MỘT VÀI BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ ĐƠN GIẢN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC		
Mục tiêu: HS nắm được quy trình giải một bài toán tối ưu hoá. Nội dung: GV giới thiệu quy trình giải một bài toán tối ưu hoá, HS thực hiện Ví dụ 5. Sản phẩm: Quy trình giải một bài toán tối ưu hoá, lời giải Ví dụ 5. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
2. Một vài bài toán tối ưu hoá đơn giản Đoạn mở đầu: (4 phút) GV giới thiệu cho HS những tình huống cần tối ưu hoá thường gặp trong thực tế và cho HS lấy thêm một vài tình huống cụ thể.	HS lắng nghe và suy nghĩ về tình huống.	+ Mục đích của phần này là để HS thấy được tình huống cần tối ưu hoá trong thực tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Quy trình giải một bài toán tối ưu hoá: (6 phút) GV có thể đặt cho HS một vài câu hỏi để gợi mở cho HS xây dựng quy trình giải một bài toán tối ưu hoá. Sau đó GV tổng kết lại quy trình giải bài toán tối ưu hoá.	HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	+ Mục đích của phần này là để HS nắm được quy trình giải một bài toán tối ưu hoá. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Ví dụ 5 (15 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 5, trong quá trình HS thực hiện Ví dụ 5, GV có hỗ trợ	HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là để HS rèn luyện

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HS nêu cần. GV gọi đại diện lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết. GV lưu ý HS nội dung phần Chú ý.		kĩ năng giải một bài toán tối ưu hoá. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP		
Mục tiêu: HS biết cách giải quyết bài toán tối ưu. Nội dung: HS thực hiện Luyện tập 2. Sản phẩm: Lời giải của Luyện tập 2. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Luyện tập 2 (15 phút) GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 5 phút, sau đó gọi HS trả lời, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài. Gọi x (km) là độ dài đoạn CD. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8$. Độ dài quãng đường chèo thuyền là $S_1 = \sqrt{x^2 + 9}.$ Do vận tốc chèo thuyền là 6 km/h nên thời gian chèo thuyền là $t_1 = \frac{S_1}{6} = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6}.$ Độ dài quãng đường chạy bộ là $S_2 = 8 - x$. Do vận tốc chạy bộ là 8 km/h nên thời gian chạy bộ là $t_2 = \frac{S_2}{8} = \frac{8 - x}{8}.$ Do đó tổng thời gian đi từ A đến B của anh An là $t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}.$ Ta cần tìm x sao cho t đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có: $t' = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}; t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9\sqrt{7}}{7}.$ Bảng biến thiên:	+ Mục đích của phần này là rèn luyện kĩ năng giải quyết bài toán tối ưu. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
	$\begin{array}{c ccc} x & 0 & \frac{9\sqrt{7}}{7} & 8 \\ \hline t'(x) & - & 0 & + \\ \hline t(x) & \frac{3}{2} & & \frac{\sqrt{73}}{6} \\ & & \nwarrow \nearrow & \\ & & \frac{1}{8}(8+\sqrt{7}) & \end{array}$ Vậy anh An cần chèo thuyền đến điểm cách điểm C một khoảng là $\frac{9\sqrt{7}}{7} \approx 3,402$ (km) để thời gian đến điểm B là ngắn nhất.	

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ		
GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (5 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Quy trình giải một bài toán tối ưu - Giao cho HS làm bài tập: GV có thể giao cho HS một số bài toán tương tự Ví dụ 5 và Luyện tập 2. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

Tiết 4. MỘT VÀI BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ ĐƠN GIẢN

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC Mục tiêu: HS biết cách giải một bài toán tối ưu hoá liên quan tới kinh tế. Nội dung: Ví dụ 6, Ví dụ 7. Sản phẩm: Lời giải các ví dụ. Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.		
Một số hàm số cơ bản trong kinh tế (3 phút) GV nhắc lại cho HS các khái niệm hàm chi phí, hàm cầu, hàm doanh thu và hàm lợi nhuận trong kinh tế.	HS ghi nội dung cần ghi nhớ.	+ Mục đích của phần này là để HS nhớ lại các hàm trong kinh tế.
Ví dụ 6 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 6. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng	HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là rèn luyện kỹ năng giải một bài toán tối ưu trong kinh tế.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết.		+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
Ví dụ 7 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 7. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết.	HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài.	+ Mục đích của ví dụ này là rèn luyện kỹ năng rút ra các kết luận thực tiễn từ việc khảo sát hàm số trong mô hình thực tế đang xét. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG

Mục tiêu: HS vận dụng, tổng hợp được các kỹ năng trong bài để giải quyết bài toán thực tế.

Nội dung: HS thực hiện Vận dụng.

Sản phẩm: Lời giải của Vận dụng.

Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.

Vận dụng (10 phút) GV cho HS hoạt động nhóm đôi trong 10 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	- HS thực hiện bài Vận dụng và ghi bài. a) Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi chiếc ti vi. Ta cần xác định hàm cầu $p(x)$. Giá vé $p_1 = 14$ ứng với $x_1 = 1\ 000$, giá vé $p_2 = 13,5$ ứng với $x_2 = 1\ 000 + 100 = 1\ 100$. Do đó, ta có: $p - 14 = \frac{14 - 13,5}{1000 - 1100}(x - 1000),$ hay $p = -\frac{1}{200}(x - 1000) + 14 = -\frac{1}{200}x + 19.$ b) Hàm doanh thu từ số ti vi bán được là $R(x) = px = x\left(-\frac{1}{200}x + 19\right)$ $= -\frac{1}{200}x^2 + 19x.$ Ta cần tìm x sao cho R đạt giá trị lớn nhất. Ta có: $R'(x) = -\frac{1}{100}x + 19;$ $R'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1900.$ Bảng biến thiên:	+ Mục đích của ví dụ này là HS vận dụng, tổng hợp được kiến thức kỹ năng trong bài để giải quyết được bài toán kinh tế. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
--	--	---

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt																								
	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1 900</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$R'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$R(x)$</td><td>0</td><td>18 050</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Với $x = 1\,900$ thì $p = 9,5$. Vậy với giá bán là 9,5 triệu đồng, tức là công ty nên giảm 4,5 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất. c) Hàm lợi nhuận là: $P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12\,000.$ Ta cần tìm x sao cho P đạt giá trị lớn nhất. Ta có: $P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22;$ $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2\,200.$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2 200</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$R'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$R(x)$</td><td>0</td><td>12 200</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Với $x = 2\,200$ thì $p = 8$. Vậy với giá bán là 8 triệu thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.	x	0	1 900	$+\infty$	$R'(x)$	+	0	-	$R(x)$	0	18 050	$-\infty$	x	0	2 200	$+\infty$	$R'(x)$	+	0	-	$R(x)$	0	12 200	$-\infty$	
x	0	1 900	$+\infty$																							
$R'(x)$	+	0	-																							
$R(x)$	0	18 050	$-\infty$																							
x	0	2 200	$+\infty$																							
$R'(x)$	+	0	-																							
$R(x)$	0	12 200	$-\infty$																							
Bài tập 1.28 (10 phút) GV cho HS thực hiện cá nhân bài 1.28. GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, các bạn còn lại lắng nghe, nhận xét, góp ý. Sau đó GV tổng kết.	HS thực hiện bài 1.28 và ghi bài.	+ Mục đích của bài này là củng cố kĩ năng giải quyết bài toán tối ưu. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.																								
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học. - Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Quy trình giải một bài toán tối ưu trong kinh tế. - Giao cho HS làm bài tập 1.29 trong SGK: Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết các bài toán tối ưu hoá. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.																										

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

1.26. a) Hàm vận tốc: $v = y' = 3t^2 - 12$.

Hàm gia tốc: $a = v' = 6t$.

b) Nếu coi chiều dương của trục là chiều thẳng đứng hướng lên trên thì hạt chuyển động lên trên khi $v > 0$, chuyển động xuống dưới khi $v < 0$.

Do đó, vật chuyển động lên trên khi $t \in (2; +\infty)$ và chuyển động xuống dưới khi $t \in [0; 2)$.

c) Từ $t = 0$ đến $t = 2$, vật chuyển động từ toạ độ $y = 3$ đến toạ độ $y = -13$, tức là vật đi được quãng đường 16 đơn vị độ dài.

Từ $t = 2$ đến $t = 3$, vật chuyển động từ toạ độ $y = -13$ đến toạ độ $y = -6$, tức là vật đi được quãng đường 7 đơn vị độ dài.

Do đó, trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$, vật đi được quãng đường 23 đơn vị độ dài.

d) Hạt tăng tốc khi $a > 0$, hạt giảm tốc khi $a < 0$.

Mà $a = 6t, \forall t \geq 0$, nên hạt luôn tăng tốc.

1.27. a) Hàm chi phí biên $C'(x) = 50 - x + 0,00525x^2$.

b) $C'(100) = 2,5$. Chi phí biên tại $x = 100$ là 2,5 (trăm nghìn đồng), nghĩa là ta dự đoán chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hoá tiếp theo (đơn vị hàng hoá thứ 101) là khoảng 250 nghìn đồng.

c) Chi phí sản xuất đơn vị hàng hoá thứ 101 là $C(101) - C(100) \approx 2,527$ (trăm nghìn đồng).

Giá trị này xấp xỉ với giá trị chi phí biên $C'(100)$ đã tính ở câu b.

1.28. Gọi p (triệu đồng) là giá thuê căn hộ một tháng. Ta cần xác định hàm cầu.

Giá thuê $p = 8$ ứng với $x = 100$, và giá thuê $p = 8,1$ ứng với $x = 99$. Do đó, ta có:

$$p - 8 = \frac{8 - 8,1}{100 - 99}(x - 100), \text{ hay } p - 8 = -\frac{1}{10}(x - 100), \text{ tức là } x = -10p + 180.$$

Hàm doanh thu từ tiền cho thuê căn hộ là

$$R(p) = px = p(-10p + 180) = -10p^2 + 180p.$$

Ta cần tìm p sao cho R đạt giá trị lớn nhất. Ta có: $R'(p) = -20p + 180; R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 9$.

Bảng biến thiên:

p	0	9	$+\infty$
$R'(p)$		+	0
$R(p)$			-
	0	810	$-\infty$

Vậy với giá thuê là 9 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất.

1.29. a) Ta có: $x = \frac{35400 - 100p}{p}$.

Do $x \geq 0$ và $p > 0$ nên suy ra $0 < p \leq 354$. Vậy tập xác định của hàm số $x = x(p)$ là nửa khoảng $(0; 354]$.

b) Ta có: $x'(p) = -\frac{35400}{p^2} < 0, \forall p \in (0; 354]$. Suy ra hàm số $x = x(p)$ nghịch biến trên nửa khoảng $(0; 354]$.

Do đó, số lượng đơn vị sản phẩm bán được x sẽ giảm khi giá bán p tăng.

Ta có: $\lim_{p \rightarrow 0^+} x(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{35400 - 100p}{p} = +\infty$. Điều này chứng tỏ khi giá bán p dần về 0 đồng thì số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ tăng lên vô hạn.

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG I

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kỹ năng

- Ôn tập và hệ thống hoá cách sử dụng đạo hàm để khảo sát hàm số (xét chiều biến thiên, tìm cực trị,...) và vẽ đồ thị hàm số.
- Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

2. Về năng lực

- Bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc khảo sát, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Về phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):
- + Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;
 - + Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Giáo viên:

- + Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...
- + GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

- Học sinh:

- + SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 02 tiết:

- + Tiết 1: Ôn tập về tính đơn điệu, cực trị và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- + Tiết 2: Ôn tập về khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

Tiết 1. ÔN TẬP VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ, ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhắc lại toàn bộ lí thuyết của chương I. Nội dung: HS thực hành vẽ sơ đồ tư duy để tổng hợp kiến thức. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (10 phút) - GV chia lớp thành 4 nhóm, HS hoạt động theo nhóm, vẽ sơ đồ tư duy tổng hợp lại toàn bộ lí thuyết chương I: tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số, các bước khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số. - Sau đó, 4 nhóm sẽ trình bày sản phẩm của nhóm mình trên bảng, các nhóm khác theo dõi, nhận xét.	HS thực hiện vẽ sơ đồ tư duy.	+ Mục đích của hoạt động này là giúp HS nhớ lại lí thuyết của chương I. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kĩ năng xác định chiều biến thiên, tìm được cực trị của hàm số, tìm được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn, tìm được đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Nội dung: HS thực hiện các bài tập trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Trắc nghiệm (20 phút) - GV tổ chức cho HS làm các câu hỏi trong phần Trắc nghiệm. + GV cho HS hoạt động cá nhân trong 15 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài tập Trắc nghiệm.	+ Mục đích của phần này là để HS luyện tập tổng hợp các kiến thức đã học ở chương I. + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.40 ý a và c (5 phút) GV chia lớp thành 2 nhóm lớn, phân công mỗi nhóm thực hiện Bài 1.40 ý a và c, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 1.40 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kĩ năng xác định chiều biến thiên và cực trị của hàm số. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.41a (4 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 1.41 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kĩ năng tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
		+ Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
Bài 1.42a (4 phút) GV chia lớp thành các nhóm bốn HS, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 3 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS thực hiện bài 1.42 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng tìm tòi khám phá của đồ thị hàm số. + Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Ôn tập cách xét sự biến thiên của hàm số, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: bài tập 1.40 ý b, d, bài 1.41b, bài 1.42b. - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		
---	--	--

Tiết 2. ÔN TẬP VỀ KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG Mục tiêu: Nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số. Nội dung: HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số. Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Hoạt động khởi động (4 phút) GV đặt câu hỏi cho HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số, sau đó gọi đại diện 1 HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.	+ HS nhớ lại sơ đồ khảo sát hàm số. + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP Mục tiêu: Giúp HS rèn luyện kỹ năng khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, vận dụng . Nội dung: HS thực hiện các bài tập tự luận trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức thực hiện: HS hoạt động nhóm dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.43 (20 phút) GV chia lớp thành các nhóm theo tổ, tổ chức cho HS làm việc nhóm trong 15 phút, sau đó các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS thực hiện bài 1.43 và ghi bài.	+ Rèn luyện cho HS kỹ năng khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số. + Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
HOẠT ĐỘNG VẬN DỤNG		

Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh	Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động	Mục tiêu cần đạt
Mục tiêu: Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn. Nội dung: HS thực hiện các bài tập tự luận trong bài Ôn tập chương. Sản phẩm: Lời giải của các bài tập. Tổ chức hoạt động: HS làm việc cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV.		
Bài 1.45 (9 phút) GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân, sau đó gọi HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.	HS thực hiện bài 1.45 và ghi bài.	+ Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.
Bài 1.46 (10 phút) GV tổ chức cho HS thực hiện bài 1.46 theo nhóm đôi trong 7 phút, sau đó đại diện các nhóm sẽ trình bày trên bảng. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.	HS thực hiện bài 1.46 và ghi bài.	+ Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.
TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS (2 phút) - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm vector trong không gian. - Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập 1.44 và Phiếu học tập chương I (xem Phụ lục). - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.		

PHỤ LỤC. PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4		-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. **D. $(-1; 0)$**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

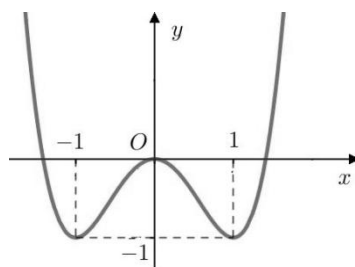
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ **D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$	

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$.
- B. $(-\infty; -1)$.
- C. $(0; +\infty)$.
- D. $(0; 1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$			5	
		4			$-\infty$

- A. $y_{CD} = 5$.
- B. $x_{CD} = 5$.
- C. $x_{CT} = 1$.
- D. $y_{CT} = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

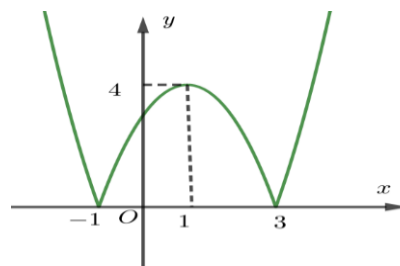
- A. $x = 3$.
- B. $(1; 3)$.
- C. $(2; -2)$.
- D. $x = 2$.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$	3	-2	$+\infty$		

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Đồ thị hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 0.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y					

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Câu 10. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

- 1.30. B 1.31. A 1.32. D 1.33. C 1.34. B
 1.35. B 1.36. D 1.37. D 1.38. B 1.39. D

1.40. a) Ta có $y' = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số không có cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = y(0) = -1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = y(\pm 1) = -2$.

c) Ta có $y' = \frac{5}{(1+3x)^2} > 0, \forall x \neq -\frac{1}{3}$. Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Hàm số không có cực trị.

d) Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $y_{CD} = y(-2) = -2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $y_{CT} = y(0) = 2$.

1.41. a) Ta có $\max_{x \in [2; +\infty)} y = \frac{5}{4}$ và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $[2; +\infty)$.

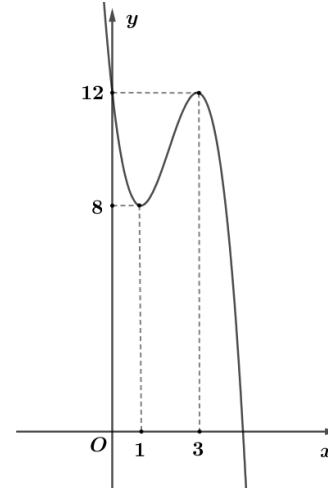
b) Ta có $\max_{x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = \sqrt{2}$ tại $x=0$ và $\min_{x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 0$ tại $x = \pm\sqrt{2}$.

1.42. a) Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 3$.

b) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và tiệm cận xiên $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$.

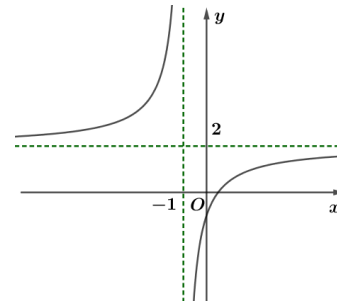
1.43. a) Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 12$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ và nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. Hàm số đạt cực đại tại điểm $(3;12)$ và cực tiểu tại điểm $(1;8)$. Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		8		12		$-\infty$



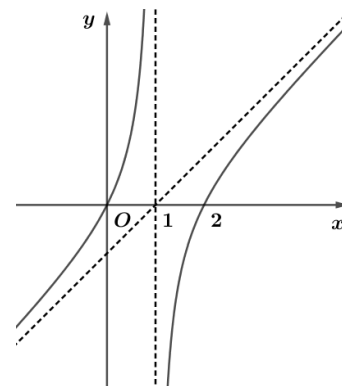
b) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang. Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y	2		$+\infty$		2



c) Hàm số $y = \frac{x^2-2x}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định và không có cực trị. Đồ thị hàm số này có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x - 1$. Bảng biến thiên và đồ thị hàm số được cho như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+		+	
y	$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$



1.44. a) Ta có $q = g(p) = \frac{pf}{p-f}$ là một hàm số của biến $p \in (f; +\infty)$.

b) Ta có $\lim_{p \rightarrow +\infty} q = \lim_{p \rightarrow +\infty} g(p) = \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{pf}{p-f} = f$ và $\lim_{p \rightarrow f^+} q = \lim_{p \rightarrow f^+} g(p) = \lim_{p \rightarrow f^+} \frac{pf}{p-f} = +\infty$.

Từ $\lim_{p \rightarrow +\infty} q = f$ suy ra đồ thị hàm số $q = g(p)$ nhận đường thẳng $q = f$ làm tiệm cận ngang. Như vậy, khi vật đặt cách thấu kính càng xa thì ảnh càng tiến gần đến tiêu điểm của thấu kính.

Từ $\lim_{p \rightarrow f^+} q = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số $q = g(p)$ nhận đường thẳng $p = f$ làm tiệm cận đứng. Như vậy, khi vật đặt càng gần tiêu điểm thì ảnh càng tiến ra xa vô hạn.

c) Bảng biến thiên của hàm số $q = g(p)$ trên khoảng $(f; +\infty)$ được cho dưới đây:

p	f	$+\infty$
q'		-
q	$+\infty$	f

1.45. a) Dân số của quốc gia này vào các năm 2030 và 2035 lần lượt là $f(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} \approx 108,76$ triệu người và $f(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} \approx 115,49$ triệu người.

b) Hàm số f đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

c) Ta có $f'(x) = 1,2e^{0,012x}$. Tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm nếu

$$f'(x) = 1,2e^{0,012x} = 1,6 \Leftrightarrow e^{0,012x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{0,012} \ln \frac{4}{3} \approx 23,97.$$

Vậy vào khoảng năm 2047 thì tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm.

1.45. Đặt $BM = x, (0 \leq x \leq 10)$. Tổng chi phí lắp đặt là

$$f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2} \text{ triệu đồng.}$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 10]$. Ta có

$$f'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{16 + x^2}} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{16 + x^2} = 5x \Leftrightarrow x = 3.$$

Ta thấy $\min_{x \in [0; 10]} f(x) = 460$ khi $x = 3$. Như vậy chi phí lắp đặt nhỏ nhất 460 triệu đồng khi đoạn BM dài 3 km.

