**CHƯƠNG VII: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG**

Sau điểm và vectơ, những đối tượng khác của hình học phẳng như đường thẳng, đường tròn,…. sẽ lần lượt được đại số hóa ở chương này. Đối với mỗi đối tượng hình học đó, trước hết ta đưa ra đối tượng đại số tương ứng, được gọi là phương trình của nó. Các mối quan hệ, công thức tính toán hình học sẽ được thể hiện theo các yếu tố của phương trình tương ứng.

Nhờ đại số hóa hình học, ta có thể dùng ngôn ngữ và phương pháp của đại số để diễn đạt và học tập hình học. Ngoài ra, đại số hóa hình học là bước quan trọng cho phép ta dùng ngôn ngữ của máy tính để diễn đạt hình học. Nhờ đó, ta có thể sử dụng công nghệ thông tin trong học tập và áp dụng hình học, chẳng hạn, các phần mền vẽ hình như GeoGebra ( dùng trong học tập), Autocad (dùng trong vẽ thiết kế) đều sử dụng các kiến thức hình học.



**PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

**19**

❶. Giáo viên: Văn Quý Vênh

❷. Tiết 68- 69 . Ngày soạn 17/2/2025

**KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**

* Mô tả được phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng.
* Lập phương trình của đường thẳng khi biết một điểm và một

vectơ pháp tuyến hoặc một điểm và một vectơ chỉ phương hoặc hai điểm.

* Giải thích mối liên hệ giữa đồ thị hàm bậc nhất và đường thẳng.
* Vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng để giải một số bài toán có liên quan đến thực tế.

**THUẬT NGỮ**

* Vectơ chỉ phương
* Vectơ pháp tuyến
* Phương trình tổng quát
* Phương trình tham số

Đường thẳng là một tập hợp điểm, được xác định bởi tính chất đặc trưng của các điểm thuộc đường thẳng đó. Do vậy, ta có thể đại số hóa đường thẳng bằng cách thể hiện tính chất đặc trưng đó bởi điều kiện đại số đối với tọa độ của các điểm tương ứng.

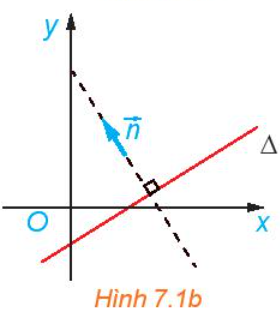
**1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG**

**HĐ1:**

|  |  |
| --- | --- |
| Cho vectơ  và điểm . Tìm tập hợp những điểm  sao cho vuông góc với |  |

**Giải**

Từ hình vẽ 7.1a, ta thấytập hợp những điểm  sao cho vuông góc với  thuộc đường thẳng đi qua điểm  và vuông góc với giá của vectơ .



|  |
| --- |
| Vectơ  khác  được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng  nếu giá của nó vuông góc với . |

**Nhận xét**

* Nếu là vectơ pháp tuyến của đường thẳng  thì  cũng là vectơ pháp tuyến của 
* Đường thẳng hoàn toàn xác định nếu biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.

**Ví dụ 1.**

Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh là. Hãy chỉ ra một vectơ pháp tuyến của đường trung trực của đoạn thẳng  và một vectơ pháp tuyến của đường cao kẻ từ A của tam giác .

**Giải**

Đường trung trực của đoạn thẳng  vuông góc với  nên có một vectơ pháp tuyến là 

Đường cao kẻ từ  của tam giác  vuông góc với  nên có một vectơ pháp tuyến là 

**HĐ2:**

Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng  đi qua điểm  và có vectơ pháp tuyến . Chứng minh rằng điểm thuộc  khi và chỉ khi

 (1)

|  |  |
| --- | --- |
| **Giải**  Ta có :  Từ hình vẽ ta thấy rằng điểm thuộc  khi và chỉ khi vectơ  vuông góc với vectơ    Vậy điểm thuộc  khi và chỉ khi |  |

**Nhận xét**

Trong HĐ2, nếu đặt  thì (1) còn được viết dưới dạng  và được gọi là *phương trình tổng quát* của . Như vậy, điểm  thuộc đường thẳng  khi và chỉ khi tọa độ của nó thỏa mãn phương trình tổng quát của .

|  |
| --- |
| Trong mặt phẳng tọa độ, mọi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng , với  và  không đồng thời bằng . Ngược lại, mỗi phương trình dạng , với  và không đồng thời bằng , đều là phương trình của một đường thẳng, nhận là một vectơ pháp tuyến. |

**Ví dụ 2.**

Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua điểm  và nhận  là một vectơ pháp tuyến.

**Giải**

Đường thẳng  có phương trình là  hay 

**Luyện tập 1.**

Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh . Lập phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ của tam giác.

**Giải**

Đường cao kẻ từ của tam giác vuông góc với  nên có một vectơ pháp tuyến là .

Đường cao kẻ từ của tam giáccó phương trình tổng quát là  hay



**Ví dụ 3.**

Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình đường thẳng  đi qua và có vectơ pháp tuyến , với là các số thực cho trước. Hãy chỉ ra mối liên hệ giữa đường thẳng với đồ thị hàm số .

**Giải**

Đường thẳng  phương trình là  hay .

Đường thẳng  là tập hợp những điểm thỏa mãn , hay là .

Do đó, đường thẳng  chính là đồ thị của hàm số.

**Luyện tập 2.**

Hãy chỉ ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng .

**Giải**

Ta có 

Vậy một vectơ pháp tuyến của đường thẳng  là .

**Nhận xét.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng .

* Nếu  thì phương trình có thể đưa về dạng (với ) và  vuông góc với .
* Nếu  thì phương trình có thể đưa về dạng (với).

**2. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG**

**HĐ3:**

Trong Hình 7.2a, nếu một vật thể chuyển động với vectơ vận tốc bằng  đi qua  thì nó duy chuyển trên đường thẳng nào?

|  |  |
| --- | --- |
| **Giải**  Một vật thể chuyển động với vectơ vận tốc bằng  đi qua  thì nó duy chuyển trên đường thẳng . |  |

|  |
| --- |
| Vectơ  khác  được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng  nếu giá của nó song song hoặc trùng với . |

**Nhận xét**

|  |  |
| --- | --- |
| * Nếu  là vectơ chỉ phương của đường thẳng  thì cũng là vectơ chỉ phương của . * Đường thẳng hoàn toàn xác định nếu biết một điểm và một vectơ chỉ phương của nó. * Vec tơ vuông góc với vec tơ và  nên nếu  là vectơ pháp tuyến của đường thẳng thì là hai vectơ chỉ phương của đường thẳng đó và ngược lại. |  |
|  |  |

**Ví dụ 4.**

Trong mặt phẳng tọa độ, cho . Hãy chỉ ra hai vectơ chỉ phương của đường thẳng .

**Giải**

Đường thẳng  nhận là một vectơ chỉ phương.

Lấy , khi đó  cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng .

**Luyện tập 3.**

Hãy chỉ ra một vectơ chỉ phương của đường thẳng .

**Giải**

Đường thẳng  có vectơ pháp tuyến nên có một vectơ chỉ phương .

**HĐ4:**

Chuyển động của một vật thể được thể hiện trong mặt phẳng . Vật thể khởi hành từ và chuyển động thẳng đều với vận tốc .

a) Hỏi vật thể chuyển động trên đường thẳng nào (chỉ ra điểm đi qua và vectơ chỉ phương của đường thẳng đó)?

b) Chứng minh rằng tại thời điểm tính từ khi khởi hành, vật thể ở vị trí có tọa độ là .

**Giải**

a) Vật thể chuyển động trên đường thẳng đi qua điểm nhận làm vectơ chỉ phương.

b) Giả sử tại thời điểm tính từ khi khởi hành, vật thể ở vị trí  thuộc đường thẳng đi qua điểm nhận làm vectơ chỉ phương. Khi đó, hai vectơ  và  cùng phương nên tồn tại số thực  sao cho 

Ta có 

Do đó 

Vậy  với .

|  |
| --- |
| Cho đường thẳng  đi qua điểm và có vectơ chỉ phương . Khi đó điểm thuộc đường thẳng  khi và chỉ khi tồn tại số thực  sao cho , hay  (2)  Hệ (2) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng (t là tham số). |

**Ví dụ 5.**

Lập phương trình tham số của đường thẳng  đi qua điểm và có vectơ chỉ phương .

**Giải**

Phương trình tham số của đường thẳng  là .

**4**

**Luyện tập 4.**

Lập phương trình tham số của đường thẳng  đi qua điểm và song song với đường thẳng .

**Giải**

Đường thẳng có một vectơ pháp tuyến .

Vì đường thẳng  song song với đưởng thẳng  nên  nhận làm vectơ pháp tuyến, do đó có vectơ chỉ phương .

Phương trình tham số của đường thẳng  là .

**Ví dụ 6.**

Lập phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm  và .

**Giải**

Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương , do đó có phương trình tham số là.

**4**

**Luyện tập 5.**

Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt  cho trước.

**Giải**



Đường thẳngđi quavà nên có vectơ chỉ phương , do đó có vectơ pháp tuyến .

Phương trình tham số đường thẳnglà .

Phương trình tổng quát đường thẳnglà .

**Vận dụng.**

|  |  |
| --- | --- |
| Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị độ C (Anders Celsius, 1701 - 1744) và đơn vị độ F (Daniel Fahrenheit, 1686 – 1736) được xác định bởi hai mốc sau:  Nước đóng băng ở  Nước sôi ở  Trong quy đổi đó, nếu  tương ứng với  thì trên mặt phẳng tọa độ , điểm  thuộc đường thẳng đi qua  và .  Hỏi  tương ứng với bao nhiêu |  |

**Giải**

Đường thẳng  đi qua  và  có véctơ chỉ phương là  nên đường thẳng  có vectơ pháp tuyến là . Khi đó phương trình đường thẳng  là:

****

Khi đó tương ứng với 

**Bài tập.**

**7.1.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho ****

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua  và có vectơ pháp tuyến 

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có vectơ chỉ phương 

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng 

**Giải**

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng  đi qua  và có vectơ pháp tuyến  là



b) Phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có vectơ chỉ phương  là



c) Lập phương trình tham số của đường thẳng 

Đường thẳng  đi qua điểm  và có vectơ chỉ phương là



**7.2.** Lập phương trình tổng quát của các trục tọa độ.

**Giải**

- Phương trình trục  đi qua điểm  và nhận  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là



- Phương trình trục  đi qua điểm  và nhận  làm vectơ pháp tuyến có phương trình là



**7.3.** Cho hai đường thẳng  và 

a) Lập phương trình tổng quát của 

b) Lập phương trình tham số của 

**Giải**

a) Lập phương trình tổng quát của 

Đường thẳng  đi qua điểm , có vectơ chỉ phương  nên  có vectơ pháp tuyến là  Khi đó phương trình tổng quát của là: 

b) Lập phương trình tham số của 

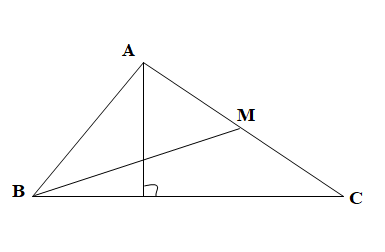
Đường thẳng  đi qua điểm , có vectơ pháp tuyến là  nên  có vectơ chỉ phương  Khi đó phương trình tham số của  là: 

**7.4.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác  có  và 

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ 

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ 

**Giải**

****

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ 

Đường cao kẻ từ  đi qua  và nhận  là vectơ pháp tuyến có phương trình là



b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ 

Gọi  là trung điểm của  thì .

Đường trung tuyến kẻ từ  nhận  là vectơ chỉ phương nên có vectơ pháp tuyến là  và đi qua  nên có phương trình là: .

|  |  |
| --- | --- |
| **7.5.** (Phương trình đọan chắn của đường thẳng )  Chứng minh rằng, đường thẳng đi qua hai điểm  với  có phương trình là |  |

**Giải**

Đường thẳng đi qua hai điểm  nhận  làm vectơ chỉ phương thì có vectơ pháp tuyến là  Khi đó phương trình đường thẳng là: 

Vì  nên chia cả hai vế của phương trình cho  ta được phương trình là

.

**7.6.** Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là  Bắc, kinh độ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là  Bắc, kinh độ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm  giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ  Bắc, kinh độ Đông được tính theo công thức



a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm  giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến  ( Bắc) chưa?

**Giải**

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Thay , vào công thức trên ta có



Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất  giờ.

b) Tại thời điểm  giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến  ( Bắc) chưa?

Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh thì máy bay đã bay đến  Bắc nên máy bay đã bay qua vĩ tuyến .

|  |
| --- |
| Em có biết?  Hồi quy tuyến tính là một phương pháp được sử dụng trong thống kê để dự báo về mối quan hệ giữa các đại lượng dựa trên kết quả thống kê mẫu. Chẳng hạn để dự báo về mối quan hệ giữa hai đại lượng  và  ( phụ thuộc vào  như thế nào), từ kết quả thống kê được thể hiện ở Hình 7.4a, phương pháp hồi quy tuyến tính đưa ra đường thẳng  (H.7.4b) thể hiện gầm đúng nhất mối quan hệ giữa các đại lượng  và đã được thống kê. Về mặt hình ảnh, các chấm xanh trên hình vẽ (có tọa độ là các cặp giá trị  trong kết quả thống kê, tập trung dọc .  Để xác định  (phương trình ), người ta thường dùng tiêu chuẩn gọi là bình phương nhỏ nhất như sau: Với mỗi cặp  trong kết quả thống kê, xét bình phương khoảng cách từ  đến . Khi đó,  được chọn sao cho tổng các bình phương này là nhỏ nhất.  Nhờ đưa ra được đường thẳng biểu thị (gần đúng) sự phụ thuộc giữa đại lượng  theo đại lượng , người ta có thể đưa ra các dự báo nằm ngoài kết quả thống kê. Tất nhiên, không phải mô hình nào cũng phù hợp với phương pháp này ngay cả khi kết quả thông kê tập trung dọc một đường thẳng. Chẳng hạn, để xác định đường đi của một quả tên lửa, nếu dựa vào một số quan sát ban đầu để dự đoán, ta có thể nghĩ rằng nó chuyển động thẳng, nhưng trên thực tế, nhìn chung nó đi theo đường parabol. Sai lầm tỏng những dự báo như vậy thật là tai hại! |