

**ĐƯỜNG TRÒN**

**TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ**

**21**

❶. Giáo viên Văn Quý Vênh

❷. Tiết 73 – 74. Ngày soạn 5/3/2025

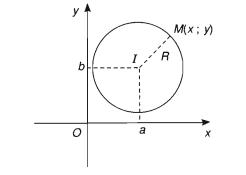
|  |  |
| --- | --- |
| **THUẬT NGỮ**   * Đường tròn * Tâm * Bán kính * Phương trình đường tròn * Phương trình tiếp tuyến | **KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**   * Lập phương trình đường tròn khi biết tọa độ tâm và bán kính hoặc biết tọa độ ba điểm thuộc đường tròn. * Xác định tâm và bán kính của đường tròn khi biết phương trình của nó. * Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết tọa độ của tiếp điểm. * Vận dụng kiến thức về phương trình đường tròn để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn. |

Cũng như đối với đường thẳng, việc đại số hóa đường tròn gồm hai bước:

* Thiết lập đối tượng đại số tương ứng với đường tròn, gọi là phương trình của đường tròn.
* Chuyển các yếu tố liên quan tới đường tròn từ hình học sang đại số.

**1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN**

Đường tròn tâm , bán kính là tập hợp những điểm thỏa mãn điều kiện . Do đó, để lập phương trình đường tròn đó, ta cần chuyển điều kiện hình học  thành một điều kiện đại số.



Hình 7.13

Trong mặt phẳng tọa độ , cho đường tròn , tâm , bán kính  (H.7.13). Khi đó, một điểm  thuộc đường tròn khi và chỉ khi tọa độ của nó thỏa mãn điều kiện đại số nào?

**HĐ1:**

*Hướng dẫn*

.

|  |
| --- |
| Điểm  thuộc đường tròn , tâm , bán kính  khi và chỉ khi    Ta gọi  là phương trình của đường tròn . |

Tìm tâm và bán kính của đường tròn  có phương trình 

**Ví dụ 1.**

Viết phương trình đường tròn có tâm và có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn .

**Giải**

Ta viết phương trình của  ở dạng 

Vậy  có tâm  và bán kính .

Đường tròn  có tâm và có bán kính , nên có phương trình



Tìm tâm và bán kính của đường tròn 

**Luyện tập 1.**

**Giải**

Ta viết phương trình của  ở dạng 

Đường tròn  có tâm  và bán kính .

Phương trình tương đương với

**Nhận xét.**



Cho  là các hằng số. Tìm tập hợp những điểm  thỏa mãn phương trình

**Ví dụ 2.**

**Giải**

Phương trình tương đương với



Xét , khi đó,  và phương trình trên trở thành

Từ đó, ta xét các trường hợp sau:

* Nếu  thì tập hợp những điểm thỏa mãn  là đường tròn tâm , bán kính 
* Nếu  thì . Do đó, tập hợp những điểm thỏa mãn  chỉ gồm một điểm là .
* Nếu  thì tập hợp những điểm là tập rỗng.

|  |
| --- |
| Phương trình  là phương trình của một đường tròn  khi và chỉ khi . Khi đó,  có tâm  và bán kính |

Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.

**Luyện tập 2.**

1. 
2. 
3. 

**Giải**

1. Phương trình  không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của  và  không bằng nhau.

Ta có 

Xét 

Vậy phương trình  không phải là phương trình đường tròn.

Ta có 

Xét 

Vậy phương trình  là phương trình đường tròn có tâm , bán kính 

Viết phương trình đường tròn  đi qua ba điểm 

**Ví dụ 3.**

**Giải**

Các đoạn thẳng  tương ứng có trung điểm là , . Đường thẳng trung trực  của đoạn thẳng  đi qua  và có vectơ pháp tuyến .

Vì  cùng phương với  nên  cũng nhận  là vectơ pháp tuyến.

Do đó, phương trình của  là

 hay 

Đường thẳng trung trực  của đoạn thẳng  đi qua  và có vectơ pháp tuyến .

Vì  cùng phương với  nên  cũng nhận  là vectơ pháp tuyến.

Do đó, phương trình của  là

 hay 

Tâm của đường tròn  cách đều ba điểm  nên  là giao điểm của  và .

Vậy tọa độ của  là nghiệm của hệ phương trình 

Suy ra . Đường tròn  có bán kính là  Vậy phương trình của  là



Viết phương trình đường tròn  đi qua ba điểm 

**Luyện tập 3.**

**Giải**

Gọi phương trình đường tròn  có dạng 

Vì đường tròn  đi qua ba điểm , ,  nên ta có hệ phương trình

Vậy phương trình đường tròn  là: 

Bên trong một hồ bơi, người ta dự định thiết kế hai bể sục nửa hình tròn bằng nhau và một bể sục hình tròn (H.7.14) để người bơi có thể ngồi tựa lưng vào thành các bể sục thư giãn. Hãy tìm bán kính của các bể sục để tổng chu vi của ba bể là  m mà tổng diện tích (chiếm hồ bơi) là nhỏ nhất. Trong tính toán, lấy , độ dài tính theo mét và làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai.

**Vận dụng.**



*Hướng dẫn*

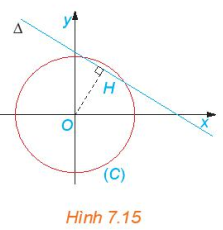
- Gọi bán kính bể hình tròn và bể nửa hình tròn tương ứng là (m). Khi đó, tổng chu vi ba bể là  m khi và chỉ khi



- Gọi tổng diện tích của ba bể sục là . Khi đó



- Trong mặt phẳng tọa độ , xét đường tròn :  có tâm , bán kính  và đường thẳng . Khi đó bài toán được chuyển thành: Tìm  nhỏ nhất để  và  có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương (H.7.15).



Khi đó, 



Vậy  nhỏ nhất khi 

Lúc này, tọa độ  là hình chiếu của  lên  có hoành độ và tung độ tương ứng là các bán kính cần tìm.

Phương trình đường thẳng : 

 nên tọa độ  là nghiệm của hệ phương trình .

Vậy bán kính bể hình tròn xấp xỉ bằng  và bán kính bể nửa hình tròn xấp xỉ bằng .

**2. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

**HĐ2**

|  |  |
| --- | --- |
| Cho đường tròn  :  và điểm .  a) Chứng minh điểm  thuộc đường tròn . b) Xác định tâm và bán kính của . c) Gọi  là tiếp tuyến của  tại . Hãy chỉ ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng  (H.7.16). Từ đó, viết phương trình đường thẳng . | **Hình 7.16** |

**Giải**

a) Do  nên điểm  thuộc .

b) Ta có  có tâm  và bán kính .

c) Tiếp tuyến của  tại  có vectơ pháp tuyến , nên có phương trình

.

|  |
| --- |
| Cho điểm  thuộc đường tròn  (tâm , bán kính ). Khi đó, tiếp tuyến  của  tại  có vectơ pháp tuyến  và phương trình  . |

**Ví dụ 4.**

Cho đường tròn  có phương trình . Điểm  có thuộc đường tròn  hay không? Nếu có, hãy viết phương trình tiếp tuyến tại  của .  
**Giải**  
Do , nên điểm  thuộc .  
Đường tròn  có tâm là . Tiếp tuyến của  tại  có vectơ pháp tuyến , nên có phương trình

.

**Luyện tập 4.**

Cho đường tròn  : . Viết phương trình tiếp tuyến  của (C) tại điểm .

**Giải**

Ta có .

Đường tròn  có tâm là .

Do  nên điểm  thuộc đường tròn (C).

Tiếp tuyến của  tại  có vectơ pháp tuyến , nên có phương trình

.

**Vận dụng 2.**

Trên mặt phẳng tọa độ , một vật chuyển động nhanh trên đường tròn có phương trình . Khi tới vị trí  thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó, trong một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn. Hỏi trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng nào?

**Giải**

Ta có đường tròn :  có tâm là điểm .

Tiếp tuyến của  tại  có vectơ pháp tuyến , nên có phương trình

.

**3. BÀI TẬP**

**Bài 7.13.**

Tìm tâm và tính bán kính của đường tròn

.

**Giải**

Đường tròn  có tâm là điểm , có bán kính .

**Bài 7.14.**

Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.  
a) ;  
b) ;  
c) .

**Giải**

a) không phải là phương trình của một đường tròn vì có .

b)  không phải là phương trình của một đường tròn vì .

c)  là phương trình của đường tròn tâm , bán kính .

**Bài 7.15.**

Viết phương trình của đường tròn trong mỗi trường hợp sau:  
a) Có tâm  và bán kính ;  
b) Có tâm  và đi qua điểm ;  
c) Có đường kính , với ;  
d) Có tâm  và tiếp xúc với đường thẳng .

**Giải**

a) Phương trình của đường tròn là .

b) Ta có , bán kính của đường tròn là .

Phương trình của đường tròn là .

c) Toạ độ trung điểm  của  là . Ta có .

Bán kính của đường tròn là .

Phương trình của đường tròn là .

d) Có tâm  và tiếp xúc với đường thẳng .

Khoảng cách từ tâm  đến đường thẳng  bằng bán kính .

Phương trình đường tròn tâm  bán kính  là

.

**Bài 7.16.**

Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác , với . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

**Giải**

Gọi phương trình đường tròn  có dạng 

Vì đường tròn  đi qua ba điểm , ,  nên ta có hệ phương trình

Vậy phương trình đường tròn  là: .

**Bài 7.17.**

Cho đường tròn . Viết phương trình tiếp tuyến  của  tại điểm .

**Giải**

Ta có đường tròn :   có tâm là điểm .

Do  nên điểm  thuộc đường tròn (C).

Tiếp tuyến của  tại  có vectơ pháp tuyến , nên có phương trình

.

**Bài 7.18.**

Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm  vật thể ở vị trí có tọa độ .  
a) Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.  
b) Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

**Giải**

a) Vị trí ban đầu của vật thể tại thời điểm  có tọa độ .

Vị trí kết thúc của vật thể tại thời điểm  có tọa độ .

b) Quỹ đạo chuyển độ của vật thể là các điểm  thỏa mãn

.

Vậy quỹ đạo chuyển độ của vật thể là đường tròn , có tâm , bán kính .