**NHỊ THỨC NEWTON**

**25**

❶. Giáo viên Văn quý Vênh

❷. Tiết 91 -92. Ngày 8/4/2025

Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết khai triển:



Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của  và . Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển  khi  không?

HĐ1. Hãy xây dựng sơ đồ hình cây của tích hai nhị thức  như sau:

Từ một điểm gốc, kẻ các mũi tên, mỗi mũi tên tương ứng với một đơn thức (gọi là nhãn của mũi tên) của nhị thức thứ nhất (H.8.6);

Sơ đồ hình cây của $\left(a+b\right)⋅(c+d)$

$$a$$

$$b$$

$$c$$

$$d$$

$$c$$

$$d$$

$$a⋅c$$

$$a⋅d$$

$$b⋅c$$

$$b⋅d$$

Hình 8.6

Từ ngọn của mỗi mũi tên đã xây dựng, kẻ các mũi tên, mỗi mũi tên tương ứng với một đơn thức của nhị thức thứ hai;

Tại ngọn của các mũi tên xây dựng tại bước sau cùng, ghi lại tích của các nhãn của các mũi tên đi từ điểm gốc đến đầu mút đó.

Hãy lấy tổng của các tích nhận được và so sánh kết quả với khai triển của tích .

**Giải**

Tổng các tích nhận được là , tổng này chính là kết quả của khai triển .

HĐ2. Hãy cho biết các đơn thức còn thiếu (…) trong sơ đồ hình cây (H.8.7) của tích .

Sơ đồ hình cây của $\left(a+b\right)⋅\left(a+b\right)⋅(a+b)$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a^{3}$$

$$a^{2}b$$

$$…$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$…$$

$$…$$

$$…$$

$$…$$

$$…$$

$$…$$

$$…$$

$$a$$

$$…$$

$$b^{3}$$

Hình 8.7

Có bao nhiêu tích nhận được lần lượt bằng , , , ?

Hãy so sánh chúng với các hệ số nhận được khi khai triển .

**Giải**

Sơ đồ hình cây của $\left(a+b\right)⋅\left(a+b\right)⋅(a+b)$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a^{3}$$

$$a^{2}b$$

$$a^{2}b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$ab^{2}$$

$$a^{2}b$$

$$ab^{2}$$

$$ab^{2}$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$b^{3}$$

Có 1, 3, 3, 1 tích nhận được lần lượt bằng , , , .

**Nhận xét.** Các tích nhận được từ sơ đồ hình cây của một tích các đa thức giống như cách lấy ra một đơn thức từ mỗi đa thức rồi nhân lại với nhau. Hơn nữa, tổng của chúng cho ta khai triển của tích các đa thức đã cho.

$$a$$

$$b$$

$$c$$

$$d$$

$$c$$

$$d$$

$$a⋅c$$

$$a⋅d$$

$$b⋅c$$

$$b⋅d$$

$$\left(a+b\right)⋅(c+d)$$

Hình 8.8

Chẳng hạn, trong sơ đồ hình cây (H.8.8) của  thì các tích nhận được là , , ,  cũng chính là các tích nhận được khi ta lấy một hạng tử của nhị thức thứ nhất (là  hoặc ) nhân với một hạng tử của nhị thức thứ hai (là  hoặc ). Ta có



 HĐ 3. Hãy vẽ sơ đồ hình cây của khai triển  được mô tả như Hình 8.9. Sau khi khai triển, ta thu được một tổng gồm  (theo quy tắc nhân) đơn thức có dạng , trong đó mỗi , , ,  là  hoặc . Chẳng hạn, nếu , ,  là , còn  là  thì ta có đơn thức , thu gọn là . Để có đơn thức này, thì trong 4 nhân tử , , ,  có 1 nhân tử là , 3 nhân tử còn lại là . Khi đó số đơn thức đồng dạng với  trong tổng là .

Sơ đồ hình cây của $\left(a+b\right)^{4}$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

$$a$$

$$b$$

Hình 8.9

Lập luận tương tự trên, dùng kiến thức về tổ hợp, hãy cho biết trong tổng nêu trên, có bao nhiêu đơn thức đồng dạng với mỗi đơn thức thu gọn sau:

; ; ; ; ?

Giải

Có , , , ,  đơn thức đồng dạng với mỗi đơn thức ; ; ; ; .

Từ HĐ 3, sau khi rút gọn các đơn thức đồng dạng ta thu được:



Trong khai triển nhị thức Newton , các đơn thức có bậc là 4.

Khai triển .

**Ví dụ 1.**

**Giải**

Thay  và  trong công thức khai triển của , ta được:



Khai triển .

**Luyện tập 1.**

**Giải**

Thay  và  trong công thức khai triển của , ta được:



 HĐ 4. Tương tự như HĐ3, sau khi khai triển , ta thu được một tổng gồm  đơn thức có dạng , trong đó mỗi  là  hoặc . Chẳng hạn, nếu ,  là , còn  là  thì ta có đơn thức , thu gọn là . Để có đơn thức này, thì trong 5 nhân tử  có 3 nhân tử là , 2 nhân tử còn lại là . Khi đó số đơn thức đồng dạng với  trong tổng là .

Lập luận tương tự trên, dùng kiến thức về tổ hợp, hãy cho biết trong tổng nêu trên, có bao nhiêu đơn thức đồng dạng với mỗi đơn thức thu gọn sau:

; ; ; ; ; ?

Từ HĐ 4, sau khi rút gọn các đơn thức đồng dạng ta thu được:



Trong khai triển nhị thức Newton , các đơn thức có bậc là 5.

Khai triển ****

**Ví dụ 2.**

**Giải**

Thay  và trong công thức khai triển của , ta được:

.

Khai triển 

**Luyện tập 2.**

**Giải**





**Nhận xét.** Các công thức khai triển  với  là công cụ hiệu quả để tính chính xác hoặc xấp xỉ một số đại lượng mà không cần dùng máy tính.

**Vận dụng**

1. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của  để tính giá trị gần đúng của .
2. Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của  và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

**Giải**

a) 

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

**BÀI TẬP**

**8.12.** Khai triển các đa thức:

a) ; b) ;

c) ; d) 

**Giải**

a) 

 

b) 

 

c) 

 

 

d) 

 

**8.13.** Tìm hệ số của  trong khai triển của 

**Giải**

Số hạng thứ 4 của khai triển là . Vậy hệ số của  trong khai triển là .

**8.14.** Biểu diễn  dưới dạng  với  là các số nguyên.

**Giải**

Nhận xét:



 

 

Do đó

**8.15.** a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của  để tính giá trị gần đúng của .

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của  và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

**Giải**

a) 

b) Cách bấm máy: C1.02^5=

Hiển thị:



Sai số tuyệt đối: 

**8.16.** Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là 

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là (nghìn người).

b) Với , dùng hai số hạng đầu trong khai triển của , hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

**Giải**

Số dân của tính đó sau 1 năm là (nghìn người)

Số dân của tính đó sau 2 năm là (nghìn người).

Lập luận hoàn toàn tương tự ta có số dân của tỉnh đó sau 5 năm là (nghìn người)

b) Số dân của tỉnh đó ước tính sau 5 năm nữa là

(nghìn người)

**Em có biết?**

Trong di truyền quân thể, nguyên lí Hardy-Weinberg đưa ra công thức toán học tính tần số của các kiểu gen trong một quần thể (thỏa mãn một số điều kiện) ở các thế hệ.

Trong trường hợp ở mỗi vị trí trên nhiễm sắc thể chỉ có hai alen (là một trạng thái cụ thể của một gen)  và  với các tần số khởi đầu lần lượt là và (, tức là ), công thức của lí Hardy-Weinberg là tương ứng với khai triển nhị thức Newton.

Chẳng hạn:

* Tần số các kiểu gen  tương ứng là 

(ứng với qui tắc kết hợp );

* Tần số các kiểu gen  tương ứng là 

(ứng với );

* Tần số các kiểu gen  tương ứng là



(ứng với );

* Tổng quát, ta có tần số kiểu gen gồm  alen A và  alen B là .

(Theo S*inh học 12*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2017)