Trường: THPT Đỗ Đăng Tuyển
Giáo viên soạn: Võ Công Mỹ
Ngày soạn: 7/11/2026
Lớp dạy: 10/1, 10/6
Thời gian thực hiện: Tuần học 12, 13

KẾ HOẠCH BÀI DẠY TÍCH HỢP NĂNG LỰC SỐ
CHƯƠNG IV: VECTƠ
BÀI 11: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ (TOÁN 10)

Khối lớp: Toán 10 - Thời lượng: 3 tiết: Tiết 36, 37, 38, 39

I. MỤC TIÊU BÀI DẠY

1. Về kiến thức

- Nhận biết và xác định được góc giữa hai vectơ (kí hiệu $(\vec{u}, \vec{v})$, với $0° \le (\vec{u}, \vec{v}) \le 180°$); hiểu quy ước góc bằng $90°$ khi hai vectơ vuông góc.
- Nắm vững định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ: $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$; hiểu quy tắc xét dấu của tích vô hướng (dương khi góc nhọn, âm khi góc tù, bằng 0 khi vuông góc) và khái niệm bình phương vô hướng $\vec{u}^2 = |\vec{u}|^2$.
- Nắm vững biểu thức tọa độ của tích vô hướng: Với $\vec{u} = (x; y)$, $\vec{v} = (x'; y')$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$; các hệ quả về điều kiện vuông góc $xx' + yy' = 0$, công thức tính độ dài $|\vec{u}| = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ và cosin góc giữa hai vectơ.
- Hiểu và vận dụng được các tính chất đại số của tích vô hướng: giao hoán, phân phối, kết hợp với số thực; các hằng đẳng thức vectơ $(\vec{u} \pm \vec{v})^2 = \vec{u}^2 \pm 2\vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{v}^2$.
- Vận dụng tích vô hướng để giải quyết các bài toán hình học (tính góc, độ dài, chứng minh vuông góc, tìm trực tâm, giải tam giác) và bài toán thực tiễn vật lý (tính công cơ học $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, phân tích hợp lực).

2. Về năng lực

a) Năng lực Toán học

- **Tư duy và lập luận toán học:** Sử dụng tư duy logic để tịnh tiến vectơ về chung gốc khi xác định góc; lập luận chứng minh hai đường thẳng vuông góc thông qua tích vô hướng bằng 0; chứng minh các hệ thức hình học và đẳng thức lượng giác bằng vectơ.
- **Mô hình hóa toán học:** Chuyển đổi bài toán vật lý thực tế về công cơ học sinh bởi lực không đổi $\vec{F}$ tác dụng lên quãng đường $\vec{d}$ thành mô hình tích vô hướng của hai vectơ.
- **Giải quyết vấn đề toán học:** Lựa chọn phương pháp giải tối ưu (dùng định nghĩa hình học thuần túy hoặc gắn hệ trục tọa độ Oxy); phối hợp linh hoạt giữa giải tích và hình học để tìm tọa độ điểm đặc biệt (trực tâm H).
- **Giao tiếp toán học:** Sử dụng chuẩn mực các kí hiệu tích vô hướng (dấu chấm '$\cdot$'), góc lượng giác vectơ, tọa độ; trình bày mạch lạc lập luận trên bảng, phiếu học tập và không gian số.

b) Năng lực số (Tích hợp có chọn lọc theo Phụ lục 3)

- **1.1.NC1b** (Sử dụng công cụ số theo hướng dẫn để học Toán): Sử dụng máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X: MENU 5 - Vector) để tính tích vô hướng, độ dài vectơ, góc giữa hai vectơ qua lệnh `DotP` và `Angle`; dùng GeoGebra kiểm chứng trực quan góc và độ dài.
- **1.2.NC1a** (Sử dụng phần mềm, ứng dụng số trong học tập): Ứng dụng GeoGebra Classic dựng góc giữa hai vectơ tịnh tiến về chung gốc, kiểm chứng sự đổi dấu của tích vô hướng khi góc chuyển từ nhọn sang tù.
- **5.1.NC1a** (Giải quyết vấn đề với công nghệ số & AI): Soạn Prompting cho AI (ChatGPT/Gemini) giải các bài toán tích vô hướng có tham số; thực hiện kiểm thử để phát hiện bẫy sai lầm của AI khi nhầm lẫn giữa tích vô hướng và tích độ dài thông thường.

3. Về phẩm chất

- **Chăm chỉ:** Kiên trì rèn luyện kỹ năng tính toán tích vô hướng, cẩn thận xác định góc giữa hai vectơ (luôn đưa về chung gốc).
- **Trung thực:** Khách quan, trung thực khi báo cáo kết quả kiểm thử trên máy tính Casio và phần mềm GeoGebra; không ngụy tạo kết quả đối phó.
- **Trách nhiệm:** Ý thức trách nhiệm cao với nhiệm vụ dự án nhóm; có ý thức áp dụng toán học để giải quyết bài toán cơ học và phân tích năng lượng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

Đối tượng	Thiết bị / Học liệu số & truyền thống	Mục đích sử dụng & Địa chỉ truy cập
Giáo viên	• Máy tính kết nối Internet, máy chiếu/Smart Tivi. • Applet GeoGebra mô phỏng Góc giữa 2 vectơ và Tích vô hướng động. • Bài giảng tương tác đa phương tiện PowerPoint/ Canva. • Phiếu học tập số & Phiếu bài tập in giấy dự phòng.	Trình chiếu mô phỏng trực quan góc và tích vô hướng động, điều phối lớp học và tổng hợp đánh giá bài làm HS.
Học sinh	• SGK Toán 10 (KNTT), vở ghi, thước kẻ, ê-ke, compa. • Máy tính cầm tay (Casio fx-580VN X / fx-880BTG). • Thiết bị thông minh theo nhóm (1 máy tính/tablet/smartphone kết nối Internet cho nhóm 4-6 HS).	Thao tác trên Applet GeoGebra, bấm máy tính MENU 5 tính tích vô hướng, thảo luận nhóm và nộp bài trên Padlet.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1: GÓC GIỮA HAI VECTƠ VÀ ĐỊNH NGHĨA TÍCH VÔ HƯỚNG

HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU / TÌNH HUỐNG THỰC TẾ

a) Mục tiêu:

• Tạo tâm thế hứng thú, kết nối kiến thức Vật lý (Công cơ học) với khái niệm Toán học mới về tích của hai vectơ cho kết quả là một số thực (tích vô hướng). (Phát triển NLS 1.1.NC1a: quét mã QR tiếp nhận hình ảnh lực tác dụng; Năng lực mô hình hóa toán học).

b) Nội dung:

• Tình huống thực tế (SGK trang 66): Trong môn Vật lý lớp 10, khi một lực không đổi $\vec{F}$ tác dụng vào một vật làm vật dịch chuyển một đoạn thẳng từ điểm M đến điểm N, công sinh bởi lực $\vec{F}$ được tính bởi công thức:

$A = |\vec{F}| \cdot |\overrightarrow{MN}| \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN})$ (đơn vị: Joule).

• GV đặt vấn đề: Biểu thức A là tích của độ dài hai vectơ với cosin của góc tạo bởi hai vectơ đó. Trong toán học, giá trị đại số này (bỏ qua đơn vị vật lý) được gọi là TÍCH VÔ HƯỚNG của hai vectơ $\vec{F}$ và $\overrightarrow{MN}$.

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của học sinh nhận ra biểu thức công A phụ thuộc đồng thời vào độ lớn của lực, quãng đường dịch chuyển và góc hợp bởi hướng của lực với hướng chuyển động.

d) Tổ chức thực hiện:

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ	***1. Tình huống mở đầu*** (Công cơ học trong Vật lý)

- GV trình chiếu hình ảnh kéo một khối gỗ trượt trên sàn nằm ngang bởi lực kéo $\vec{F}$ hợp với phương ngang một góc α. - GV đặt câu hỏi: 'Công sinh bởi lực $\vec{F}$ phụ thuộc vào những yếu tố nào? Khi nào công sinh ra đạt giá trị lớn nhất? Khi nào công bằng 0?'. - HS suy nghĩ cá nhân trong 2 phút (NLS 1.1.NC1a).	- Công thức tính công: $A = \lvert\vec{F}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{MN}\rvert \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN})$. - Nhận xét: + Khi kéo cùng hướng chuyển động (góc 0°): cos 0° = 1 -> Công cực đại. + Khi lực kéo vuông góc chuyển động (góc 90°): cos 90° = 0 -> Công A = 0. + Khi lực cản ngược hướng (góc 180°): cos 180° = -1 -> Công cản (A < 0). -> Nhu cầu toán học: Nghiên cứu phép toán TÍCH VÔ HƯỚNG của hai vectơ.
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ - HS quan sát, trao đổi nhanh với bạn bên cạnh. - HS nhận ra: Cần xác định chính xác góc giữa hai vectơ trước khi tính toán.	- Ý tưởng kết nối: Cần định nghĩa rõ ràng góc giữa hai vectơ bất kì trong không gian phẳng.
Bước 3: Báo cáo, thảo luận - 1 HS phát biểu: Góc giữa hai vectơ quyết định dấu và độ lớn của công sinh ra. - GV dẫn dắt: Để xây dựng tích vô hướng, bước đầu tiên ta cần tìm hiểu cách xác định góc giữa hai vectơ.	- Khái niệm mở đầu: Góc giữa hai vectơ.
Bước 4: Kết luận, nhận định - GV chuẩn hóa thuật ngữ và giới thiệu bài học: Bài 11 - Tích vô hướng của hai vectơ.	- Ghi tên bài học vào vở.

HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI - GÓC GIỮA HAI VECTƠ

a) Mục tiêu:

• ***Mục tiêu:*** Hiểu định nghĩa và nắm vững cách xác định góc giữa hai vectơ bằng kĩ thuật tịnh tiến về chung gốc; quy ước góc từ 0° đến 180°; nhận biết hai vectơ vuông góc; sử dụng GeoGebra để trực quan hóa (Phát triển NLS 1.1.NC1b, 1.2.NC1a; Năng lực tư duy & lập luận toán học).

• ***Nội dung:*** Đọc định nghĩa SGK trang 66; Thực hiện Ví dụ 1 và Luyện tập 1 SGK; Thao tác trên Applet GeoGebra Classic.

• ***Sản phẩm:*** Hình vẽ xác định góc trong vở; Lời giải chi tiết Ví dụ 1 và Luyện tập 1.

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng
Bước 1: Tiếp cận Định nghĩa Góc giữa hai vectơ - GV nêu định nghĩa: Cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Từ một điểm A tùy ý, vẽ các vectơ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Khi đó, góc BAC với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu là $(\vec{u}, \vec{v})$. - Các quy ước đặc biệt:	***1. Góc giữa hai vectơ*** ***a) Định nghĩa:*** Cho $\vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}$. Từ điểm A bất kì vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}, \overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Góc BAC ($0° \leq BAC \leq 180°$) được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu là $(\vec{u}, \vec{v})$. ***b) Quy ước:***

+ Nếu (u→, v→) = 90° thì ta nói u→ và v→ vuông góc với nhau, kí hiệu u→ ⊥ v→. + Nếu u→ và v→ cùng hướng thì (u→, v→) = 0°. + Nếu u→ và v→ ngược hướng thì (u→, v→) = 180°. + Quy ước: Với vectơ-không 0→, góc (0→, u→) tùy ý từ 0° đến 180°.	• (u→, v→) = (v→, u→) • 0° ≤ (u→, v→) ≤ 180° • u→ ⊥ v→ ⇔ (u→, v→) = 90° • u→, v→ cùng hướng ⇔ (u→, v→) = 0° • u→, v→ ngược hướng ⇔ (u→, v→) = 180°
Bước 2: Thực hành Ví dụ 1 & Kĩ thuật tịnh tiến - GV giao Ví dụ 1 (SGK trang 66): Cho tam giác ABC vuông tại A có góc B = 30°. + Tính (AB→, AC→) = BAC = 90° (vì chung gốc A). + Tính (CA→, CB→) = ACB = 180° - (90° + 30°) = 60° (vì chung gốc C). + Tính (AB→, BC→): Vẽ vectơ BD→ = AB→ -> (AB→, BC→) = (BD→, BC→) = 180° - 30° = 150°. - Tích hợp NLS (GeoGebra): GV chiếu hình vẽ GeoGebra tịnh tiến vectơ AB→ sang BD→ để HS quan sát trực quan góc ngoài 150° (NLS 1.1.NC1b, 1.2.NC1a).	***Ví dụ 1*** (SGK trang 66): Cho tam giác ABC vuông tại A, B = 30°: • (AB→, AC→) = 90° • (CA→, CB→) = 60° • (AB→, BC→) = 150° (góc bù với góc B). Kĩ thuật then chốt: Khi hai vectơ chưa chung gốc (như AB→ và BC→), bắt buộc phải tịnh tiến một vectơ để đưa về chung gốc trước khi đọc góc.
Bước 3: Thực hành Luyện tập 1 SGK - Giao Luyện tập 1 (SGK trang 66): Cho tam giác đều ABC. Tính góc (AB→, BC→). - HS giải: Tam giác ABC đều nên góc B = 60°. Vẽ BD→ = AB→ -> (AB→, BC→) = (BD→, BC→) = 180° - 60° = 120°. - GV lưu ý lỗi sai kinh điển: Rất nhiều HS trả lời nhầm (AB→, BC→) = 60° vì nhìn vào góc trong tam giác.	***Luyện tập 1*** (SGK trang 66): Cho tam giác đều ABC (góc B = 60°): • Vẽ BD→ = AB→. • (AB→, BC→) = (BD→, BC→) = 180° - B = 180° - 60° = 120°. -> Góc giữa AB→ và BC→ là 120°.
Bước 4: Kết luận, nhận định - GV nhấn mạnh: Góc giữa hai vectơ có thể là góc nhọn, góc vuông hoặc góc tù (khác với góc hình học của tam giác chỉ lấy góc trong).	- Chuyển sang Mục 3: Định nghĩa Tích vô hướng.

HOẠT ĐỘNG 3: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI - TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

a) Mục tiêu:

• ***Mục tiêu:*** Nắm vững định nghĩa tích vô hướng u→ · v→; hiểu quy tắc xét dấu và ý nghĩa của bình phương vô hướng u→² = |u→|²; giải Ví dụ 2, Luyện tập 2 SGK (Phát triển NLS 1.1.NC1b, 3.1.NC1a; Năng lực tư duy & giải quyết vấn đề toán học).

• ***Nội dung:*** Tìm hiểu định nghĩa SGK trang 67; Thực hiện Ví dụ 2 (hình vuông) và Luyện tập 2 (hệ thức lượng tam giác); Thao tác trên GeoGebra.

• ***Sản phẩm:*** Công thức định nghĩa trong vở; Lời giải chi tiết Ví dụ 2 và Luyện tập 2.

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng
Bước 1: Tiếp cận Định nghĩa Tích vô hướng - GV phát biểu định nghĩa chuẩn mực: Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số thực, kí hiệu là $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. - Các trường hợp đặc biệt: + Nếu ít nhất một trong hai vectơ là $\vec{0}$ thì $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. + Bình phương vô hướng: $\vec{u}^2 = \vec{u} \cdot \vec{u} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{u}\rvert \cdot \cos 0° = \lvert\vec{u}\rvert^2$. + Điều kiện vuông góc: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.	***2. Định nghĩa Tích vô hướng của hai vectơ*** ***a) Định nghĩa:*** Cho $\vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}$. Tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số thực, kí hiệu $\vec{u} \cdot \vec{v}$: • $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ ***b) Quy tắc xét dấu của tích vô hướng:*** • $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v})$ là góc nhọn ($0° \leq$ góc $< 90°$). • $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 90°$ (hai vectơ vuông góc). • $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v})$ là góc tù ($90° <$ góc $\leq 180°$). ***c) Bình phương vô hướng:*** • $\vec{u}^2 = \lvert\vec{u}\rvert^2$ (Bình phương vô hướng bằng bình phương độ dài).
Bước 2: Thực hành Ví dụ 2 SGK (Hình vuông ABCD cạnh a) - Giao Ví dụ 2 (SGK trang 67): Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Tính: + $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \lvert\vec{AB}\rvert \cdot \lvert\vec{AD}\rvert \cdot \cos 90° = a \cdot a \cdot 0 = 0$ (vì $AB \perp AD$). + $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \lvert\vec{AB}\rvert \cdot \lvert\vec{AC}\rvert \cdot \cos 45° = a \cdot (a\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2}/2) = a^2$. + $\vec{AB} \cdot \vec{BD}$: $(\vec{AB}, \vec{BD}) = 135°$ -> $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = a \cdot (a\sqrt{2}) \cdot \cos 135° = a(a\sqrt{2})(-\sqrt{2}/2) = -a^2$. - HS thao tác bấm máy tính Casio kiểm tra dấu âm khi góc tù (NLS 1.1.NC1b).	***Ví dụ 2*** (SGK trang 67): Cho hình vuông ABCD cạnh a: • $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$ (do $AB \perp AD$). • $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot (a\sqrt{2}) \cdot \cos 45° = a^2$. • $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = a \cdot (a\sqrt{2}) \cdot \cos 135° = -a^2$.
Bước 3: Thực hành Luyện tập 2 SGK (Mối liên hệ với Định lí Cô-sin) - Giao Luyện tập 2 (SGK trang 68): Cho tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ theo a, b, c. - HS biến đổi: Theo Định lí Cô-sin, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. Mà $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = c \cdot b \cdot \cos A = bc \cos A$. -> $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (b^2 + c^2 - a^2) / 2$.	***Luyện tập 2*** (SGK trang 68): Trong tam giác ABC: • $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \lvert\vec{AB}\rvert \cdot \lvert\vec{AC}\rvert \cdot \cos A = bc \cos A$. • Theo Định lí Cô-sin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ -> $bc \cos A = (b^2 + c^2 - a^2) / 2$. • Vậy: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (b^2 + c^2 - a^2) / 2$.
Bước 4: Kết luận, nhận định - GV nhấn mạnh: Tích vô hướng cho ra KẾT QUẢ LÀ MỘT CON SỐ, không phải là một vectơ. Đây là điểm khác biệt cốt lõi với phép cộng, trừ và nhân số.	- Dặn dò chuẩn bị cho Tiết 2: Biểu thức tọa độ.

HOẠT ĐỘNG 4: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG & CÁC TÍNH CHẤT

a) Mục tiêu:

• Thiết lập và vận dụng thành thạo biểu thức tọa độ của tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$; các công thức tính độ dài, góc và điều kiện vuông góc; sử dụng máy tính Casio MENU 5 (Vector) tính nhanh (Phát triển NLS 1.1.NC1b, 6.1.NC1a; Năng lực giải quyết vấn đề toán học).

b) Nội dung:

• Thực hiện HĐ3 SGK trang 68: Xây dựng công thức tọa độ từ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ và $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ (với $\vec{i}^2 = 1$, $\vec{j}^2 = 1$, $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$).

• Rút ra các hệ quả quan trọng về độ dài, góc và điều kiện vuông góc.

• Giới thiệu các tính chất của tích vô hướng.

• Thực hành tính toán trên Casio fx-580VN X.

c) Sản phẩm:

Biểu thức tọa độ và các hệ quả trong vở; Lời giải chi tiết bài tập áp dụng tọa độ.

d) Tổ chức thực hiện:

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	**Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng**
Bước 1: Thiết lập Biểu thức Tọa độ (HĐ3) - GV hướng dẫn phân tích vectơ đơn vị: $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ và $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (x\vec{i} + y\vec{j})(x'\vec{i} + y'\vec{j}) = xx'\,\vec{i}^2 + xy'\,(\vec{i}\cdot\vec{j}) + yx'\,(\vec{j}\cdot\vec{i}) + yy'\,\vec{j}^2$. Vì $\vec{i} \perp \vec{j}$ nên $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$; và $\lvert\vec{i}\rvert = \lvert\vec{j}\rvert = 1$ nên $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = 1$. -> $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$.	***3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng*** ***a) Công thức tọa độ:*** Cho $\vec{u} = (x; y)$ và $\vec{v} = (x'; y')$. Khi đó: • $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$ ***b) Các hệ quả quan trọng:*** 1. Độ dài vectơ: $\lvert\vec{u}\rvert = \sqrt{(x^2 + y^2)}$ 2. Khoảng cách giữa 2 điểm A(x_A; y_A), B(x_B; y_B): $AB = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2]}$ 3. Điều kiện vuông góc: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow xx' + yy' = 0$ 4. Cosin góc giữa hai vectơ: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = (xx' + yy') / [\sqrt{(x^2 + y^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2)}]$
Bước 2: Tính chất của Tích vô hướng & Kỹ năng Casio - GV giới thiệu các tính chất đại số: Giao hoán, phân phối, kết hợp với số k. - Tích hợp NLS (Casio MENU 5): GV hướng dẫn HS sử dụng tính năng Vector trên Casio fx-580VN X (NLS 1.1.NC1b, 6.1.NC1a): + Bấm `MENU 5 1 2` nhập VctA = (2, -3). + Bấm `OPTN 1 2 2` nhập VctB = (4, 1). + Tính tích vô hướng: `VctA OPTN 2 VctB =` -> màn hình xuất ra `5` (tức 2×4 + (-3)×1 = 5). + Tính góc: `OPTN ↓ 3 VctA , VctB ) =` -> màn hình xuất ra góc chính xác.	***c) Tính chất của tích vô hướng:*** Với $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ bất kì và số $k \in R$: 1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (Giao hoán) 2. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (Phân phối) 3. $(k\vec{u}) \cdot \vec{v} = k(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \vec{u} \cdot (k\vec{v})$ 4. $\vec{u}^2 \geq 0$; $\vec{u}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{0}$. ***Thao tác Casio fx-580VN X:*** • Tính tích vô hướng: Dùng lệnh Dot Product (OPTN 2). • Tính góc: Dùng lệnh Angle (OPTN ↓ 3).

Bước 3: Báo cáo & Thảo luận - 1 HS lên bảng tính bằng tay, 1 HS thao tác trên máy tính Casio đối chiếu. - GV lưu ý: Công thức tọa độ chỉ áp dụng khi hai vectơ đã được biểu diễn trong cùng hệ trục tọa độ vuông góc Oxy.	- Khắc sâu: Biểu thức tọa độ là công cụ tính toán nhanh nhất khi biết tọa độ.
Bước 4: Kết luận, nhận định - GV nhấn mạnh biểu thức tọa độ của tích vô hướng.	- Dặn dò chuẩn bị cho vận dụng.

HOẠT ĐỘNG 5: VẬN DỤNG TOÁN HỌC VÀO BÀI TOÁN CÔNG CƠ HỌC & HỢP LỰC

a) Mục tiêu:

• Vận dụng toàn diện tích vô hướng và quy tắc hợp lực $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ để giải bài toán Vận dụng SGK trang 70; phát triển tư duy mô hình hóa liên môn Toán - Lý (Phát triển NLS 2.2.NC1b, 3.1.NC1a; Năng lực mô hình hóa toán học).

b) Nội dung:

• Đề bài Vận dụng (SGK trang 70): Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn 20 N kéo một chiếc xe trượt tuyết đi một đoạn d = 50 m theo phương ngang.

+ Trường hợp 1: Dây kéo hợp với phương chuyển động một góc $\alpha = 30°$.

+ Trường hợp 2: Lực kéo có thêm một lực phụ $\vec{F_2}$ của người thứ hai tác dụng cùng lúc.

• Tính công A sinh bởi lực $\vec{F}$ trong từng trường hợp và so sánh hiệu quả.

c) Sản phẩm:

Lời giải chi tiết bài toán Vận dụng trong vở ghi; kết quả tính công cơ học chính xác.

d) Tổ chức thực hiện:

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ - GV chiếu hình ảnh xe trượt tuyết và sơ đồ phân tích lực. - GV yêu cầu HS làm việc nhóm đôi: Áp dụng công thức tích vô hướng tính công $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = \lvert\vec{F}\rvert \cdot \lvert\vec{d}\rvert \cdot \cos\alpha$ với $\lvert\vec{F}\rvert = 20$ N, d = 50 m, $\alpha = 30°$.	***Vận dụng*** (SGK trang 70) - Bài toán Kéo xe trượt tuyết: • Lực kéo: $\lvert\vec{F}\rvert = 20$ N. • Quãng đường: $\lvert\vec{d}\rvert = 50$ m. • Góc kéo: $\alpha = 30°$. • Công sinh bởi lực $\vec{F}$ là: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = \lvert\vec{F}\rvert \cdot \lvert\vec{d}\rvert \cdot \cos 30°$ $= 20 \cdot 50 \cdot (\sqrt{3} / 2) = 500\sqrt{3} \approx 866{,}03$ (J).
Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ & Mở rộng hợp lực - HS tính toán vào vở; GV mở rộng: Nếu có 2 lực $\vec{F_1}$ (20N, góc 30°) và $\vec{F_2}$ (15N, góc 45°) cùng kéo xe thì tổng công $A_{tổng} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{d} = \vec{F_1} \cdot \vec{d} + \vec{F_2} \cdot \vec{d}$. - HS áp dụng tính chất phân phối để tính nhanh tổng công.	Mở rộng - Tính chất phân phối: • $A_{tổng} = (\vec{F_1} + \vec{F_2}) \cdot \vec{d} = \vec{F_1} \cdot \vec{d} + \vec{F_2} \cdot \vec{d}$ • $A_{tổng} = A_1 + A_2$. -> Tổng công của hợp lực bằng tổng các công của từng lực thành phần.

Bước 3: Báo cáo & Thảo luận - Đại diện 1 nhóm lên bảng trình bày. - Cả lớp nhận xét, đối chiếu kết quả bấm máy Casio (NLS 1.1.NC1b).	- Ý nghĩa vật lý: Phép toán tích vô hướng giúp tính toán chính xác năng lượng tiêu hao trong các hệ cơ học.
Bước 4: Kết luận, nhận định	- Dặn dò chuẩn bị cho tiết 2.

TIẾT 2: TIẾT LUYỆN TẬP TỔNG HỢP & DỰ ÁN MÔ PHỎNG VẬT LÝ SỐ

HOẠT ĐỘNG 6: LUYỆN TẬP HỆ THỐNG KIẾN THỨC THEO 5 DẠNG TOÁN (25 PHÚT)

• ***Mục tiêu:*** Thành thạo tính góc và tích vô hướng từ tọa độ; tìm tham số để hai vectơ vuông góc; giải tam giác và tìm trực tâm H; chứng minh đẳng thức vectơ hình học (Bài 4.21 đến 4.26 SGK trang 70). (Phát triển NLS 1.1.NC1b, 5.1.NC1a, 6.1.NC1a; Năng lực giải quyết vấn đề toán học).

• ***Nội dung:*** Giải quyết 5 dạng toán trọng tâm SGK.

• ***Sản phẩm:*** Lời giải chi tiết, chuẩn xác trên bảng và trong vở bài tập của học sinh.

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	**Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng**
DẠNG 1: Tính Góc và Tích vô hướng từ Tọa độ (Bài 4.21 SGK) - Câu a: $\vec{a} = (-3; 1)$, $\vec{b} = (2; 6)$ -> $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3)(2) + 1(6) = 0$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 90°$. - Câu b: $\vec{a} = (3; 1)$, $\vec{b} = (2; 4)$ -> $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3(2) + 1(4) = 10$; $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{10}$, $\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ -> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 10 / (\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}) = 1/\sqrt{2}$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 45°$. - Câu c: $\vec{a} = (-\sqrt{2}; 1)$, $\vec{b} = (2; -\sqrt{2})$ -> $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3\sqrt{2}$; $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{3}$, $\lvert\vec{b}\rvert = \sqrt{6}$ -> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -3\sqrt{2} / \sqrt{18} = -1$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 180°$ (ngược hướng) (NLS 1.1.NC1b).	***Bài 4.21*** (SGK trang 70): a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3)\cdot 2 + 1\cdot 6 = 0$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 90°$. b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$; $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{10}$; $\lvert\vec{b}\rvert = 2\sqrt{5}$ -> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 10 / (10\sqrt{2}) = 1/\sqrt{2}$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 45°$. c) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3\sqrt{2}$; $\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert = 3\sqrt{2}$ -> $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1$ -> $(\vec{a}, \vec{b}) = 180°$.
DẠNG 2: Điều kiện của Tích vô hướng (Bài 4.22 SGK) - Câu a: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 0°$ -> $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng. - Câu b: $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 180°$ -> $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.	***Bài 4.22*** (SGK trang 70): a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \Leftrightarrow \vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng hướng. b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \Leftrightarrow \vec{u}$ và $\vec{v}$ ngược hướng.
DẠNG 3: Bài toán Tọa độ có Tham số Vuông góc (Bài 4.23 SGK) - Cho A(1; 2), B(-4; 3), M(t; 0) ∈ Ox. + $\overrightarrow{AM} = (t - 1; -2)$; $\overrightarrow{BM} = (t + 4; -3)$. + $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (t - 1)(t + 4) + (-2)(-3) = t^2 + 3t + 2$. + $AMB = 90° \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ hoặc $t = -2$.	***Bài 4.23*** (SGK trang 70): Cho A(1; 2), B(-4; 3), M(t; 0): a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (t - 1)(t + 4) + (-2)(-3) = t^2 + 3t + 2$. b) $AMB = 90° \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0$ $\Leftrightarrow t = -1$ hoặc $t = -2$. -> $M_1(-1; 0)$ và $M_2(-2; 0)$.

-> Có hai điểm M thỏa mãn: $M_1(-1; 0)$ và $M_2(-2; 0)$.	
DẠNG 4: Giải Tam giác & Tìm Trực tâm H (Bài 4.24 SGK) - Cho A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2). + AB = $3\sqrt{5}$, AC = $3\sqrt{5}$, BC = 6 -> Tam giác ABC cân tại A. + cos A = $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) / (AB \cdot AC)$ = [6(6) + 3(-3)] / 45 = 27/45 = 3/5 -> A ≈ 53,13°; B = C ≈ 63,43°. + Tìm trực tâm H(x; y): $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow$ (x + 4)(0) + (y - 1)(-6) = 0 ⇔ y = 1. $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow$ (x - 2)(6) + (y - 4)(-3) = 0 -> Thay y = 1: 6x - 12 + 9 = 0 ⇔ x = 1/2. -> Trực tâm H(1/2; 1) (NLS 6.1.NC1a).	***Bài 4.24*** (SGK trang 70): a) Giải tam giác: AB = AC = $3\sqrt{5}$ (cân tại A), BC = 6. cos A = 3/5 -> A ≈ 53,13°; B = C ≈ 63,43°. b) Tìm trực tâm H(x; y): $\{ \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ -> -6(y - 1) = 0 ⇔ y = 1 $\{ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ -> 6(x - 2) - 3(1 - 4) = 0 ⇔ x = 1/2 -> Trực tâm H(1/2; 1).
DẠNG 5: Chứng minh Đẳng thức Vectơ (Bài 4.25 & 4.26 SGK) - Bài 4.25: Chứng minh $S_{ABC} = (1/2)\sqrt{[AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2]} = (1/2)\sqrt{[AB^2 \cdot AC^2(1 - \cos^2 A)]} = (1/2)$ AB·AC·sin A (đpcm). - Bài 4.26: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ (do $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$).	***Bài 4.25 & 4.26*** (SGK trang 70): • Bài 4.25: VP = $(1/2)\sqrt{[AB^2 \cdot AC^2(1 - \cos^2 A)]}$ = (1/2) AB·AC·sin A = S_{ABC} (đpcm). • Bài 4.26: Phân tích $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}$ -> khai triển bình phương vô hướng và dùng tính chất trọng tâm $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ (đpcm).

HOẠT ĐỘNG 7: DỰ ÁN 'MÔ PHỎNG LỰC KÉO VÀ TỐI ƯU HÓA CÔNG CƠ HỌC VỚI GEOGEBRA' (15 PHÚT)

a) Mục tiêu:

• Vận dụng toàn diện tích vô hướng vào giải quyết bài toán tối ưu hóa công cơ học trong kỹ thuật kéo tàu thuyền; sử dụng GeoGebra Classic mô phỏng vectơ lực và nộp báo cáo Infographic lên Padlet (Phát triển NLS 2.1.NC1a, 2.2.NC1b, 5.1.NC1a; Phẩm chất Trách nhiệm).

b) Nội dung:

• Đề bài Bài toán Kỹ thuật Kéo sà lan: Hai chiếc tàu kéo cùng kéo một chiếc sà lan dọc theo kênh nước. Tàu 1 tác dụng lực $F_1 = 4000$ N lệch góc $\alpha_1 = 30°$ so với hướng kênh. Tàu 2 tác dụng lực $F_2 = 4000$ N lệch góc $\alpha_2 = 30°$ về phía đối diện.

1. Xác định hợp lực $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ tác dụng lên sà lan (độ lớn $F = 2 \cdot 4000 \cdot \cos 30° = 4000\sqrt{3} \approx 6928{,}2$ N).
2. Tính công A sinh ra khi sà lan di chuyển quãng đường d = 1000m ($A = F \cdot d = 4000\sqrt{3} \cdot 1000 \approx 6{,}93$ MJ).
3. Tích hợp NLS (GeoGebra): Dựng mô hình vectơ lực trên GeoGebra, thay đổi góc kéo α từ 0° đến 90° để khảo sát sự biến thiên của công sinh ra.

• Thiết kế Poster / Infographic 'Tối ưu hóa Lực kéo trong Giao thông Thủy' nộp lên Padlet.

c) Sản phẩm:
Bài giải chi tiết lực tổng hợp và công A; Tệp GeoGebra mô phỏng lực kéo; Poster Infographic của nhóm trên Padlet.
d) Tổ chức thực hiện:

Hoạt động của Giáo viên và Học sinh	Dự kiến Sản phẩm / Ghi bảng
Bước 1: Tiếp nhận dữ liệu & Mô hình hóa toán học - GV chiếu hình ảnh hai tàu kéo sà lan trên sông và sơ đồ hợp lực hình thoi. - Mô hình toán học: Hợp lực $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ có độ lớn $F = 2 \cdot 4000 \cdot \cos 30° = 4000\sqrt{3} \approx 6928{,}2$ N. Hướng hợp lực dọc theo kênh. - Công sinh ra: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos 0° = 4000\sqrt{3} \cdot 1000 = 4.000.000\sqrt{3}$ J $\approx 6{,}93$ MJ.	***Mô hình Toán học Bài toán Hợp lực & Công***: • Hợp lực $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$. • Độ lớn hợp lực: $F = 2 \cdot F_1 \cdot \cos 30° = 2 \cdot 4000 \cdot (\sqrt{3}/2) = 4000\sqrt{3} \approx 6928{,}2$ (N). • Công sinh ra khi đi được d = 1000m: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d = 4000\sqrt{3} \cdot 1000 \approx 6.928.203$ (J) $\approx 6{,}93$ (MJ).
Bước 2: Mô phỏng động trên GeoGebra & Đánh giá hiệu suất - Nhóm phân vai: (1) Trưởng nhóm; (2) Kỹ thuật viên mở GeoGebra tạo thanh trượt góc α (từ 0° đến 90°), vẽ hai vectơ lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ và dựng vectơ tổng hợp $\vec{F}$ bằng lệnh `Vector` -> Quan sát khi góc α càng nhỏ thì hợp lực và công càng lớn (NLS 2.2.NC1b, 5.1.NC1a). - Thiết kế Infographic trên Canva phân tích góc kéo tối ưu giúp tiết kiệm nhiên liệu cho tàu kéo.	***Kết quả Mô phỏng GeoGebra:*** • Khi góc α = 0° (kéo thẳng song song): F_max = 8000 N, Công A_max = 8,00 MJ (100% hiệu suất). • Khi góc α = 30°: F = 6928 N, Công A = 6,93 MJ (hiệu suất 86,6%). • Khi góc α = 60°: F = 4000 N, Công A = 4,00 MJ (hiệu suất 50%). -> Khuyến nghị kỹ thuật: Thu hẹp góc kéo giữa hai dây cáp để tối ưu hóa lực kéo.
Bước 3: Triển lãm Padlet & Đánh giá chéo - Các nhóm gắn link GeoGebra và hình ảnh Poster lên Padlet lớp học (NLS 2.1.NC1a). - Đại diện 1 nhóm thuyết trình 90 giây; các nhóm chấm điểm theo Rubric.	Tiêu chí đánh giá Infographic: • Tính toán tích vô hướng đúng (4đ) • Mô phỏng GeoGebra mượt mà (3đ) • Phân tích tối ưu kỹ thuật (2đ) • Hợp tác & Trách nhiệm số (1đ)
Bước 4: Kết luận & Đúc kết năng lực - GV nhận xét, biểu dương tư duy mô hình hóa liên môn Toán - Lý của học sinh. - Khẳng định: Tích vô hướng là công cụ toán học nền tảng của cơ học giải tích, đồ họa máy tính 3D và trí tuệ nhân tạo (tính cosine similarity).	- Hoàn thành xuất sắc mục tiêu bài học.

HOẠT ĐỘNG CỦNG CỐ: PHIẾU RA CỬA 3 - 2 - 1 (5 PHÚT)

📌 PHIẾU RA CỬA 3 - 2 - 1 (EXIT TICKET TRỰC TUYẾN / GOOGLE FORMS)

• 3 Công thức cốt lõi của Tích vô hướng em đã nắm vững (Định nghĩa $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u},\vec{v})$, Biểu thức tọa độ $xx' + yy'$, Điều kiện vuông góc $xx' + yy' = 0$).

• 2 Lỗi sai phổ biến khi làm bài tích vô hướng cần tránh (Quên đưa về chung gốc khi xác định góc; nhầm dấu khi tính tích vô hướng có tọa độ âm).
• 1 Ứng dụng thực tế của tích vô hướng mà em thấy ấn tượng nhất (Tính công cơ học trong Vật lý; so sánh độ tương đồng góc Cosine Similarity trong AI).

IV. PHỤ LỤC & TÀI NGUYÊN BỔ TRỢ CHO GIÁO VIÊN VÀ HỌC SINH

1. Khung Prompt chuẩn hướng dẫn học sinh kiểm thử bài toán Tích vô hướng với AI

📌 KHUNG PROMPT GỢI Ý CHO HỌC SINH (DÀNH CHO CHATGPT / GEMINI)

"Bạn là chuyên gia Hình học Giải tích lớp 10. Tôi đang học bài 'Tích vô hướng của hai vectơ'.
Bài toán:
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(1; 2) và B(-4; 3). Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành Ox sao cho góc AMB = 90°.
Nhiệm vụ của bạn:
1. Gọi tọa độ M(t; 0), hãy tính tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{BM}$ theo tham số t.
2. Sử dụng điều kiện vuông góc qua tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ để thiết lập phương trình bậc hai ẩn t.
3. Giải chi tiết phương trình tìm tất cả các giá trị của t và kết luận tọa độ các điểm M thỏa mãn.
4. Đưa ra 01 câu hỏi trắc nghiệm tương tự có bẫy dấu tọa độ để tôi tự kiểm tra."

2. Hướng dẫn bài tập về nhà & Phân hóa học sinh

- **Bài tập cơ bản (Đại trà HS):** Hoàn thành toàn bộ Bài 4.21 đến 4.26 SGK trang 70 vào vở bài tập. Ghi nhớ biểu thức tọa độ của tích vô hướng và điều kiện vuông góc.
- **Bài tập ứng dụng thực tế (NLS 3.1.NC1a):** Sưu tầm 01 bài toán thực tế về tính công cơ học của lực kéo gàu nước hoặc xe goòng trong hầm mỏ. Sử dụng máy tính Casio tính toán và viết báo cáo giải thích.
- **Dự án mở rộng (HS khá giỏi / Đam mê công nghệ - NLS 5.1.NC1a, 6.1.NC1a):** Sử dụng GeoGebra thiết kế một mô phỏng tương tác: Cho điểm M chạy trên đường tròn đường kính AB, tự động đo góc AMB và tính tích vô hướng $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ luôn bằng 0. Viết báo cáo giải trình thuật toán hình học nộp lại vào tiết sau.