

BÀI 4: PHÉP QUAY VÀ PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán. Lớp: 11

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức:

- Nêu được định nghĩa phép quay, phép đối xứng tâm.
- Trình bày được những tính chất của phép quay, phép đối xứng tâm.
- Phân biệt được ảnh của điểm, đoạn thẳng, tam giác, đường tròn qua phép quay, phép đối xứng tâm.
- Mô tả được phép quay, phép đối xứng tâm trong đồ họa và trong một số vấn đề thực tiễn....

2. Về năng lực:

- Năng lực giao tiếp toán học: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- Tư duy và lập luận toán học: xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót. Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Về phẩm chất:

- Thông qua các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chăm học, chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV
- Có trách nhiệm hợp tác xây dựng cao và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.
- Trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- KHBD, SGK.
- Máy chiếu, tranh ảnh.
- Bảng phụ, máy tính bỏ túi casio.
- Phấn màu, thước kẻ, phiếu học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu:

- Hình thành được kiến thức về phép quay, phép đối xứng tâm.

b) Nội dung:

- Giáo viên hướng dẫn học sinh xét bài toán mở đầu SGK và trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm:

- Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV nêu câu hỏi - Cá nhân mỗi học sinh quan sát hình, trả lời câu hỏi.
Thực hiện	- HS thực hiện nhiệm vụ độc lập
Báo cáo thảo luận	- GV gọi lần lượt các hs, đứng tại chỗ trình bày câu trả lời của mình. - Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả. - Dẫn dắt vào bài mới: Sự dịch chuyển của những chuyển động quay trên cho ta hình ảnh về phép quay mà chúng ta sẽ nghiên cứu trong bài này.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức

1

PHÉP QUAY

a) Mục tiêu:

- Hình thành được định nghĩa của phép quay. Học sinh xây dựng và ghi nhớ được tính chất của phép quay.

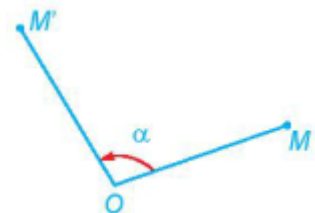
b) Nội dung:

- GV yêu cầu HS đọc SGK trang 16, giải bài toán HĐ1, trả lời câu hỏi -> phát biểu định nghĩa phép quay.

c) Sản phẩm:

- HS nắm được định nghĩa phép quay và nhận xét được các trường hợp đặc biệt của phép quay.

Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến điểm O thành điểm O và biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và các góc lượng giác $(OM, OM') = \alpha$ gọi là phép quay tâm O , góc quay α , kí hiệu $Q_{(O, \alpha)}$. Điểm O gọi là tâm quay, α gọi là góc quay của phép quay đó.



Chú ý:

- Chiều dương, chiều âm của đường tròn lượng giác được quy ước tương ứng là ngược chiều, cùng chiều quay của kim đồng hồ (H.1.20b).

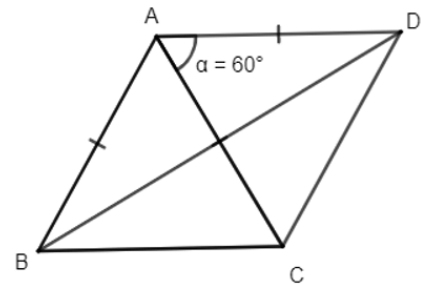


Hình 1.20b

- Hai phép quay có cùng tâm và có hai góc quay sai khác nhau bội của 2π (hay 360°) thì trùng nhau.
- HS vẽ được ảnh của một điểm qua phép quay.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV giới thiệu định nghĩa phép quay. - Áp dụng làm một số VD
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Học sinh áp dụng được định nghĩa phép quay - GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải cho luyện tập 1 Tam giác ABC đều nên $AB = AC$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Do đó phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ biến điểm B thành điểm C. Vì D là ảnh của C qua phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ nên $AC = AD$ và $\widehat{CAD} = 60^\circ$ Khi đó tam giác ACD là tam giác đều nên $AC = AD = DC$. Mà $AB = AC = BC$ (tam giác ABC đều). Do đó, $AB = BC = CD = AD$, suy ra tứ giác ABCD là hình thoi. Khi đó hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên AC là đường trung trực của đoạn thẳng BD. Vậy B và D đối xứng nhau qua đường thẳng AC hay B là ảnh của D qua phép đối xứng trục AC. - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức định nghĩa phép quay



2

TÍNH CHẤT CỦA PHÉP QUAY

a) Mục tiêu:

- Hình thành các tính chất của phép quay.

b) Nội dung:

- Giáo viên yêu cầu HS đọc SGK trang 17, giải toán, trả lời câu hỏi -> các tính chất của phép quay.

c) Sản phẩm:

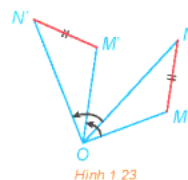
- HS nắm được các tính chất của phép quay.

Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

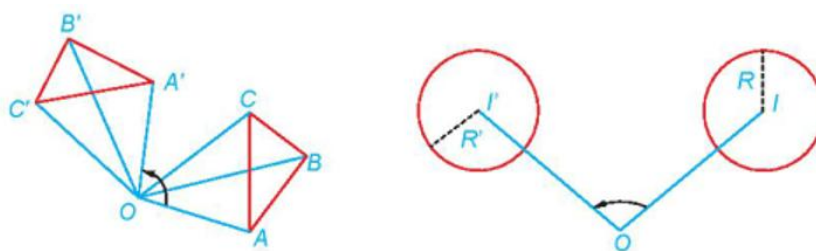
Từ tính chất trên, ta có thể rút ra:

Phép đối xứng trục biến:

- Đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Tam giác thành tam giác bằng nó;



- Đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính và có tâm là ảnh của tâm;
- Ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó;
- Tia thành tia;
- Góc thành góc bằng nó;
- Đường thẳng thành đường thẳng.



Hình 1.24

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV giới thiệu các tính chất của phép quay. Áp dụng làm một số VD:
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
	- Học sinh áp dụng được các tính chất của phép quay. - GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải cho luyện tập 2 Ta có: ABCDEF là lục giác đều nên $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \widehat{FOA} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ và $OA = OB = OC = OD = OE = OF$. Do đó, phép quay $Q_{\left(O, \frac{\pi}{3}\right)}$ biến các điểm A, C, E tương ứng thành các điểm B, D, F. Báo cáo thảo luận Vậy phép quay $Q_{\left(O, \frac{\pi}{3}\right)}$ biến tam giác ACE thành tam giác BDF. Ta có: $\widehat{AOE} = \widehat{AOF} + \widehat{EOF} = \frac{2\pi}{3}$, tương tự $\widehat{COA} = \widehat{EOC} = \frac{2\pi}{3}$. Vì $OA = OE$ và góc quay $-\frac{2\pi}{3}$ nên phép quay $Q_{\left(O, -\frac{2\pi}{3}\right)}$ biến điểm A thành điểm E. Vì $OC = OA$ và góc quay $-\frac{2\pi}{3}$ nên phép quay $Q_{\left(O, -\frac{2\pi}{3}\right)}$ biến điểm C thành điểm A. Vì $OE = OC$ và góc quay $-\frac{2\pi}{3}$ nên phép quay $Q_{\left(O, -\frac{2\pi}{3}\right)}$ biến điểm E thành điểm C. Vậy phép quay $Q_{\left(O, -\frac{2\pi}{3}\right)}$ biến tam giác ACE thành tam giác ECA hay biến tam giác ACE thành chính nó. - HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm
Đánh giá, nhận xét	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức các tính chất của phép quay.

tổng hợp	
---------------------	--

3

PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

a) Mục tiêu:

- Hình thành định nghĩa phép đối xứng tâm, cách xác định ảnh của một điểm qua phép đối xứng tâm

b) Nội dung:

- Giáo viên yêu cầu HS đọc SGK trang 19, giải toán, trả lời câu hỏi -> định nghĩa phép đối xứng tâm.

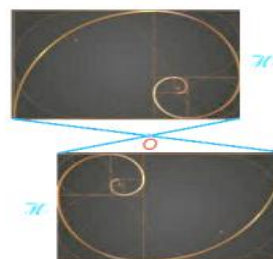
c) Sản phẩm:

- HS nắm được định nghĩa phép đối xứng tâm.

Phép biến hình biến điểm O thành điểm O và biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng MM' được gọi là **phép đối xứng tâm O** , kí hiệu $\mathcal{D}_O$. Điểm O được gọi là **tâm đối xứng**.

Nhận xét

- Phép đối xứng tâm O chính là phép quay tâm O , góc quay π , do đó, nó có đầy đủ các tính chất của phép quay.
- Nếu M' là ảnh của M qua $\mathcal{D}_O$ thì M cũng là ảnh của M' qua $\mathcal{D}_O$. Do đó, nếu hình H' là ảnh của hình H qua $\mathcal{D}_O$ thì H cũng là ảnh của H' qua $\mathcal{D}_O$, và ta nói H và H' đối xứng với nhau qua O (H.1.29a).
- $\mathcal{D}_O$ biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- Hình H nhận điểm O là tâm đối xứng khi và chỉ khi $\mathcal{D}_O$ biến H thành chính nó (H.1.29b).



Hình 1.29a



Hình 1.29b

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV giới thiệu định nghĩa và các tính chất của phép đối xứng tâm. - Áp dụng làm một số VD
Thực hiện	- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	- Học sinh áp dụng được định nghĩa và các tính chất của phép đối xứng tâm. - GV hướng dẫn HS trình bày lời giải cho luyện tập 3
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức định nghĩa và các tính chất của phép đối xứng tâm.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu:

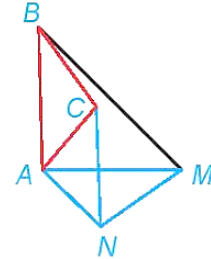
- Hình thành các kiến thức đã học trong bài vào giải quyết các bài tập cụ thể.

b) Nội dung:

- Giáo viên cho HS giải các bài tập SGK

c) Sản phẩm:

1.11. Trong Hình 1.31, BAM và CAN là các tam giác vuông cân tại A . Hãy chỉ ra một phép quay biến tam giác ABC thành tam giác AMN .



Hình 1.31

Lời giải

Tam giác BAM vuông cân tại A nên $AB = AM$ và $\widehat{BAM} = 90^\circ$. Do đó, ta có phép quay $Q_{(A, -90^\circ)}$ biến điểm B thành điểm M , biến điểm C thành điểm N (1).

Tam giác CAN vuông cân tại A nên $AC = AN$ và $\widehat{CAN} = 90^\circ$. Do đó, ta có phép quay $Q_{(A, -90^\circ)}$ biến điểm C thành điểm N (2).

Từ (1) và (2) suy ra phép quay $Q_{(A, -90^\circ)}$ biến tam giác ABC thành tam giác AMN .

1.12. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O . Trên đường tròn ngoại tiếp hình vuông, theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ), thứ tự các đỉnh hình vuông là A, B, C, D

a) Tìm ảnh của các điểm A, B, C, D qua phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{2}$.

b) Mỗi phép quay $Q_{(O,0)}, Q_{(O,\frac{\pi}{2})}, Q_{(O,\pi)}, Q_{(O,\frac{3\pi}{2})}$ biến hình vuông $ABCD$ thành hình nào?

Lời giải

a) Vì $ABCD$ là hình vuông nên hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại tâm O và $OA = OB = OC = OD$.

Khi đó, phép quay $Q_{(O,\frac{\pi}{2})}$ biến các điểm A, B, C, D tương ứng thành các điểm B, C, D, A .

b) Phép quay $Q_{(O,0)}$ biến hình vuông $ABCD$ thành hình vuông $ABCD$.

Từ câu a, suy ra phép quay $Q_{(O,\frac{\pi}{2})}$ biến hình vuông $ABCD$ thành hình vuông $BCDA$.

Phép quay $Q_{(O,\pi)}$ biến các điểm A, B, C, D tương ứng thành các điểm C, D, A, B . Do đó phép quay $Q_{(O,\pi)}$ biến hình vuông $ABCD$ thành hình vuông $CDAB$.

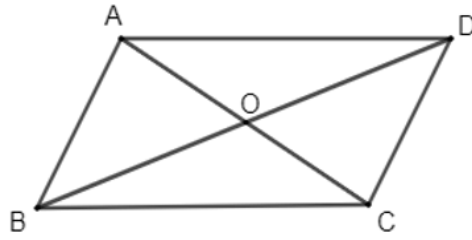
Phép quay $Q_{(O,\frac{3\pi}{2})}$ biến các điểm A, B, C, D tương ứng thành các điểm D, A, B, C . Do đó phép quay $Q_{(O,\frac{3\pi}{2})}$ biến hình vuông $ABCD$ thành hình vuông $DABC$.

1.13. Cho hình bình hành $ABCD$ với tâm O .

a) Tìm ảnh của đường thẳng AB qua phép đối xứng tâm O .

b) Tìm ảnh của tam giác ABC qua phép đối xứng tâm O .

Lời giải



Vì ABCD là hình bình hành nên tâm O là trung điểm các đường chéo AC và BD.

O là trung điểm của AC nên C là ảnh của A qua $\mathcal{D}_O$.

O là trung điểm của BD nên D là ảnh của B qua $\mathcal{D}_O$.

Do đó, CD là ảnh của đường thẳng AB qua $\mathcal{D}_O$.

Lại có A là ảnh của C qua $\mathcal{D}_O$. Vậy tam giác CDA là ảnh của tam giác ABC qua $\mathcal{D}_O$.

1.14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + y^2 = 1$.

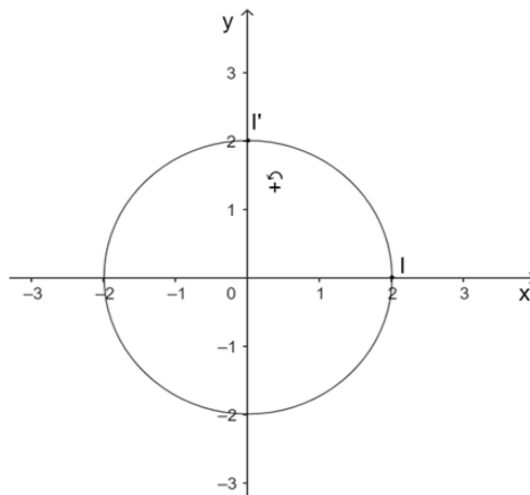
a) Tìm tọa độ tâm đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}$.

b) Viết phương trình (C') .

Lời giải

Ta có $(C): (x-2)^2 + y^2 = 1$. Suy ra đường tròn (C) có tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R = 1$.

Vì (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép quay $Q_{\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}$ nên tâm I' của đường tròn (C') là ảnh của tâm I của đường tròn (C) qua phép quay $Q_{\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}$



Vì $I(2; 0)$ nên $I'(0; 2)$.

b) Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính nên bán kính của đường tròn (C') là 1.

Vậy phương trình đường tròn (C') là $x^2 + (y-2)^2 = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Giải các bài tập - HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	- GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ - HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận - Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu:

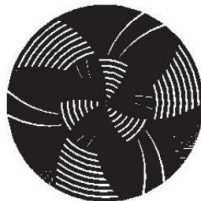
- Hình thành các kiến thức đã học trong bài vào giải quyết các bài toán ứng dụng trong thực tế

b) Nội dung:

- Giáo viên cho HS giải các bài tập SGK

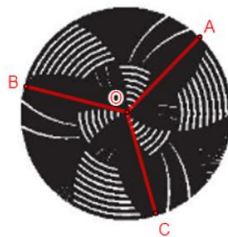
c) Sản phẩm:

1.15. Bằng quan sát Hình 1.32 hãy chỉ ra một cách cắt hình đó thành ba phần giống nhau.



Hình 1.32

Lời giải



Ta có thể chia Hình 1.32 thành ba phần giống nhau bằng cách cắt theo đường màu đỏ như hình vẽ trên ($\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 120^\circ$).

Sử dụng phép quay $Q_{(O, 120^\circ)}$ để thấy rõ các phần giống nhau của hình.

1.16. Trong tình huống mở đầu, mặt bàn tròn đặt đồ ăn được thiết kế để có thể quay quanh tâm mặt bàn. Coi mặt bàn tròn là hình tròn tâm O, bán kính R. Hỏi, khi thực hiện phép quay tâm O với góc quay α bất kì thì:

- Điểm O biến thành điểm nào?
- Đường tròn (O, R) biến thành đường tròn nào?
- Vị trí của mặt bàn có bị dịch chuyển hay không?

Lời giải

Điểm O là tâm quay nên khi thực hiện phép quay tâm O với góc quay α bất kì thì điểm O biến thành điểm O , đường tròn $(O; R)$ biến thành đường tròn $(O; R)$.

Vậy vị trí của mặt bàn không bị dịch chuyển

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	- GV: Chia lớp thành 4 nhóm. Giải các bài tập - HS: Nhận nhiệm vụ,
Thực hiện	- GV: điều hành, quan sát, hỗ trợ HS: 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.
Báo cáo thảo luận	- Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.

CÂU HỎI KIỂM TRA/ĐÁNH GIÁ THEO MỨC ĐỘ

1

Nhận biết

Câu 1. [MĐ1] Khẳng định nào sau đây **sai**?

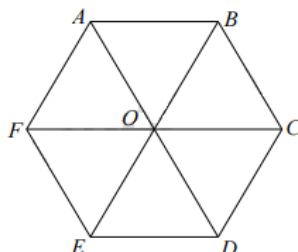
- A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- B. Phép quay biến góc thành góc bằng nó.
- C. Phép quay biến tam giác thành tam giác bằng nó.
- D. Phép quay biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A

- A. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó. **Sai**
Ví dụ: Phép quay góc 90° biến đường thẳng thành đường thẳng vuông góc với nó.
- B. Phép quay biến góc thành góc bằng nó. **Đúng**
- C. Phép quay biến tam giác thành tam giác bằng nó. **Đúng**
- D. Phép quay biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng. **Đúng**

Câu 2. [MĐ1] Trong hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Phép quay $Q_{(O, 120^\circ)}$ biến điểm E thành điểm nào?



A. C.

B. A.

C. D.

D. F.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $Q_{(O, 120^\circ)}(E) = C$.

Câu 3. [MĐ1] Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$ (thứ tự các đỉnh theo chiều dương lượng giác). Kết luận nào sau đây sai?

A. $Q_{(I, 90^\circ)}(\triangle IBC) = \triangle ICD$.

B. $Q_{(I, -90^\circ)}(\triangle IBC) = \triangle IAB$.

C. $Q_{(I, 180^\circ)}(\triangle IBC) = \triangle IDA$.

D. $Q_{(I, 360^\circ)}(\triangle IBC) = \triangle IDA$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4. [MĐ1] Cho tam giác đều ABC . Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành C .

A. $\varphi = 30^\circ$

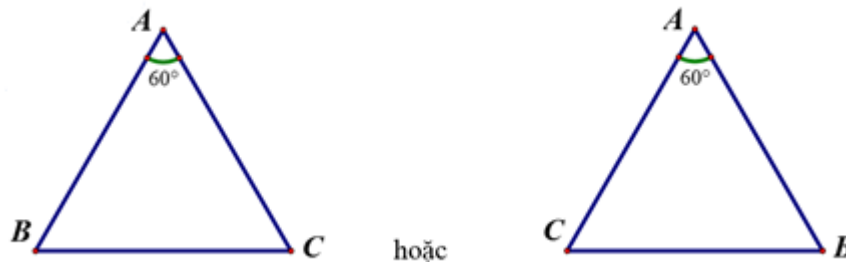
B. $\varphi = 60^\circ$ hoặc $\varphi = -60^\circ$

C. $\varphi = -120^\circ$

D. $\varphi = 90^\circ$

Lời giải

Chọn B



Ta có $BAC = 60^\circ$ nên để phép quay tâm A với góc quay φ biến B thành C thì $\varphi = 60^\circ$ hoặc $\varphi = -60^\circ \Rightarrow$ Chọn B

Câu 5. [MĐ1] Cho hình chữ nhật tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha \leq \pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó

A. 2

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Khi góc quay $\alpha = 0$ hoặc $\alpha = \pi$ thì phép quay tâm O góc α biến hình chữ nhật thành chính nó. Vậy có 2 phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha \leq \pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó.

Câu 6. [MĐ1] Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.

B. Phép đối xứng tâm biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.

C. Phép đối xứng tâm biến tam giác thành tam giác bằng nó.

D. Phép đối xứng tâm biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Lời giải

Chọn A

Vì Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 7. [MĐ1] Trong mặt phẳng Oxy , điểm đối xứng với $A(-3;5)$ qua $O(0;0)$ có tọa độ là

- A.** $(-5;3)$. **B.** $(-3;-5)$. **C.** $(3;-5)$. **D.** $(-3;5)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: điểm đối xứng với $A(-3;5)$ qua $O(0;0)$ có tọa độ là $(3;-5)$.

Câu 8. [MĐ1] Phép đối xứng tâm $I(1;1)$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm nào sau đây?

- A.** $A'(-2;-1)$ **B.** $A'(2;-1)$ **C.** $A'(1;-2)$ **D.** $A'(1;-1)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $A'(a;b)$ là ảnh của A qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

$$\text{Ta có } I(1;1) \text{ là trung điểm của } AA' \text{ nên: } \begin{cases} \frac{a+1}{2} = 1 \\ \frac{b+3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Câu 9. [MĐ1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay 90° là

- A.** $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$ **B.** $A'(0;3)$ **C.** $A'(0;-3)$ **D.** $A'(-3;0)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Với phép quay tâm } O(0;0) \text{ góc quay } 90^\circ, \text{ ta có } \begin{cases} x_{A'} = -y_A = 0 \\ y_{A'} = x_A = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(0;3).$$

Câu 10. [MĐ1] Ảnh của điểm $M(2;-3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90° có tọa độ là

- A.** $(-3;2)$ **B.** $(3;-2)$ **C.** $(3;2)$ **D.** $(-3;-2)$

Lời giải

Chọn D

Ta gọi $M'(x';y')$ là ảnh của $M(2;-3)$ qua phép quay tâm O góc quay -90°

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = y = -3 \\ y' = -x = -2 \end{cases}.$$

Ảnh của điểm $M(2;-3)$ là $M'(-3;-2)$.

Câu 11. [MĐ2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x - 3y + 15 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ.

- A. $5x - 3y + 6 = 0$ B. $5x + y - 7 = 0$. C. $3x + 5y + 15 = 0$. D. $-3x + 5y + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Do d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ nên d' có phương trình $3x + 5y + c = 0$.

Lấy $A(-3; 0) \in (d)$. Ảnh của A qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ với O là gốc tọa độ là

$$A'(0; -3) \in d' \Rightarrow c = 15.$$

Vậy d' có phương trình $3x + 5y + 15 = 0$.

Câu 12. [MĐ2]. Cho điểm $I(1; 1)$ và đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép đối xứng tâm I .

- A. $d': x + y - 3 = 0$ B. $d': x + 2y - 7 = 0$
C. $d': 2x + 2y - 3 = 0$ D. $d': x + 2y - 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

Lấy điểm $M(x; y) \in d \Rightarrow x + 2y + 3 = 0$ (*)

$$\text{Gọi } M'(x'; y') = D_I(M) \text{ thì } \begin{cases} x' = 2 - x \\ y' = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = 2 - y' \end{cases}.$$

Thay vào (*) ta được $(2 - x') + 2(2 - y') + 3 = 0 \Leftrightarrow x' + 2y' - 9 = 0$

Vậy ảnh của d là đường thẳng $d': x + 2y - 9 = 0$.

Câu 13. [MĐ2] Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Vì Phép đối xứng tâm biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

$(C): x^2 + y^2 = 1$ có bán kính bằng 1. Nên đường tròn (C') cũng có bán kính bằng 1.

Câu 14. [MĐ2] Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ qua phép đối xứng tâm $O(0; 0)$ là đường tròn

- A. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$. B. $(C'): (x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

C. $(C'): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 9.$

D. $(C'): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn D

+ (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = 3.$

+ (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm $O(0; 0)$ nên đường tròn (C')

có tâm $I'(-3; 1)$ bán kính $R' = 3.$

Vậy $(C'): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 9.$

Câu 15. [MĐ2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$. Tìm ảnh đường tròn (C') của (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$.

A. $x^2 + (y-3)^2 = 4.$

B. $(C): x^2 + y^2 + 6y - 6 = 0.$

C. $x^2 + (y+3)^2 = 4.$

D. $(C): x^2 + y^2 + 6x - 5 = 0.$

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(-3; 0)$ và bán kính $R = 2$. $Q_{(O, 90^\circ)}(I) = I' \Rightarrow I'(0; -3).$

Phương trình đường tròn $(C'): x^2 + (y+3)^2 = 4.$

3

Vận dụng

Câu 16. [MĐ3] Cho đường thẳng d và điểm O cố định không thuộc d , M là điểm di động trên d . Tìm tập hợp các điểm N sao cho tam giác MON đều.

A. N chạy trên d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$

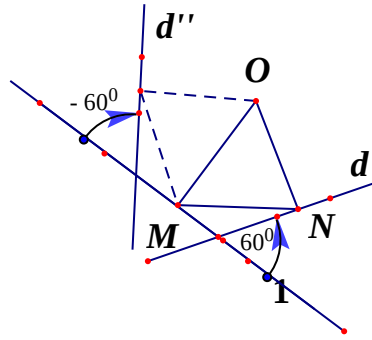
B. N chạy trên d' là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, -60^\circ)}$

C. N chạy trên d' và d'' lần lượt là ảnh của d qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$ và $Q_{(O, -60^\circ)}$

D. N là ảnh của O qua phép quay $Q_{(O, 60^\circ)}$

Lời giải

Chọn C



$\triangle OMN$ đều $\Rightarrow OM = ON$ và $\angle NOM = 60^\circ$

Vì vậy khi chạy trên d thì N chạy trên d' là ảnh của d qua $Q_{(O, 60^\circ)}$ và N chạy trên d'' là ảnh của d qua $Q_{(O, -60^\circ)}$.

Câu 17. [MĐ3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta: x + 2y - 3 = 0$ và $\Delta': x - 2y - 7 = 0$. Qua phép đối xứng tâm $I(1; -3)$, điểm M trên đường thẳng Δ biến thành điểm N thuộc đường thẳng Δ' . Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A.** $MN = 4\sqrt{5}$. **B.** $MN = 13$. **C.** $MN = 2\sqrt{37}$. **D.** $MN = 12$.

Lời giải

Chọn A

Ta gọi điểm $M(-2a + 3; a)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ .

Vì phép đối xứng tâm $I(1; -3)$ biến điểm $M(-2a + 3; a)$ thành điểm N nên tọa độ điểm $N(2a - 1; -6 - a)$.

Do điểm N thuộc đường thẳng Δ' nên tọa độ điểm N thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ'

Suy ra $2a - 1 + 12 + 2a - 7 = 0 \Rightarrow a = -1$.

Từ đó $M(5; -1)$ và $N(-3; -5)$. Vậy $MN = 4\sqrt{5}$.

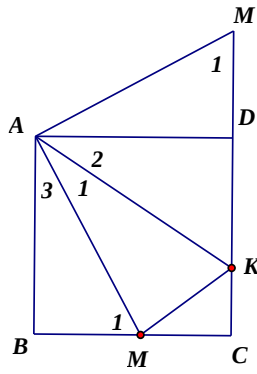
4 Vận dụng cao

Câu 18. [MĐ4] Cho hình vuông $ABCD$, $M \in BC$, $K \in DC$ sao cho $BAM = MAK$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $AD = AK - KD$. **B.** $AB = AM + DK$.
C. $AK = BM + KD$. **D.** $AM = BM + AB$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $Q_{(A, 90^\circ)} : B \rightarrow D; Q_{(A, 90^\circ)} : M \rightarrow M' \Rightarrow Q_{(A, 90^\circ)} : BM \rightarrow DM' \Rightarrow BM = DM'$.

Vậy, $BM + KD = DM' + KD$.

Cần chứng minh: M', D, K thẳng hàng và $\triangle AKM'$ cân tại $K \Rightarrow DM' + KD = KM'$.

Thật vậy: $Q_{(A, 90^\circ)}(BM) = DM' \Rightarrow BM \perp DM'$. Mà $BM \parallel AD \Rightarrow AD \perp DM' \Rightarrow \angle ADM' = 90^\circ$

M', D, K thẳng hàng.

Ta có: $Q_{(A, 90^\circ)} : \triangle ABM \rightarrow \triangle ADM' \Rightarrow M_1 = M'_1$.

Có: $M'AK + A_1 = 90^\circ \Rightarrow M'AK + A_3 = 90^\circ$ (do $A_1 = A_3$) $\Rightarrow M'AK = M_1 \Rightarrow \triangle AKM$ cân tại K
 $\Rightarrow KM' = KD + DM' = KA \Rightarrow KD + BM = AK$

Câu 19. [MĐ4] Cho $\triangle ABC$ và đường tròn tâm O . Trên đoạn AB , lấy điểm E sao cho $BE = 2AE$, F là trung điểm của AC và I là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AEIF$. Với mỗi điểm P trên (O) ta dựng điểm Q sao cho $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = 6\overrightarrow{IQ}$. Khi đó tập hợp điểm Q khi P thay đổi là:

- A. Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua D_I .
- B. Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua D_E
- C. Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua phép đối xứng tâm D_F
- D. Đường tròn tâm O' là ảnh của đường tròn (O) qua phép đối xứng tâm D_B .

Lời giải

Chọn A

Gọi K là điểm xác định bởi $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

Khi đó $\overrightarrow{KA} + 2(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) + 3(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Mặt khác $AEIF$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ nên $K \equiv I$.

Từ giả thiết $\Rightarrow 6\overrightarrow{PK} + (\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC}) = 6\overrightarrow{IQ} \Leftrightarrow \overrightarrow{PK} = \overrightarrow{IQ}$ hay $\overrightarrow{PI} = \overrightarrow{IQ}$

$\Rightarrow D_I(P) = Q \Rightarrow$ khi P di động trên (O) thì Q di động trên đường (O') là ảnh của (O) qua phép đối xứng tâm I .