

BÀI 21: PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGA

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: 2 tiết (60,61)

I. MỤC TIÊU:

1. **Kiến thức :**
 - Học sinh nắm được phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
 - Biết được cách giải một số dạng phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
 - Giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ, bất phương trình log.
2. **Năng lực :**
 - Năng lực tính toán.
 - Năng lực tìm hiểu các kiến thức liên quan.
 - Năng lực tự học, giải quyết vấn đề.
 - Năng lực hợp tác
 - Năng lực tự học, tự giải quyết vấn đề, sáng tạo, tự quản lí, giao tiếp, hợp tác, sử dụng MTCT, sử dụng ngôn ngữ.
 - Năng lực thực hiện phép toán biến đổi về lũy thừa, năng lực tích hợp sử dụng MTCT hình thành năng lực tính toán.
3. **Phẩm chất:**
 - Trách nhiệm: cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
 - Chăm chỉ : Ham học hỏi, tích cực xây dựng bài, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
 - Trung thực: Năng động, sáng tạo, trung thực trong quá trình tiếp cận tri thức mới, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

Giáo viên: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học, thước thẳng có chia khoảng, phiếu học tập.

Học sinh: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC VÀ CÁC HOẠT ĐỘNG

Tiết 1

1. Hoạt động khởi động :

a) **Mục tiêu:** Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) **Nội dung:** VD mở đầu trang 21: Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc xe ô tô sau t năm sử dụng được mô tả bằng công thức : $V(t) = 780 \cdot (0,905)^t$. Hỏi nếu theo mô hình này sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe ô tô còn lại không quá 300 triệu đồng ? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu VD trong sgk/trang 20
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động hình thành kiến thức mới :

Hoạt động 2.1 : Tìm hiểu phương trình mũ cơ bản và cách giải

a) **Mục tiêu:** HS nắm được dạng, cách giải phương trình mũ cơ bản và vận dụng giải được phương trình mũ cơ bản

b) **Nội dung:** HĐ 1, VD1, VD2, LT 1

HĐ 1: Xét phương trình $2^{x+1} = \frac{1}{4}$

a. PT có dạng $2^{x+1} = 2^{-2}$

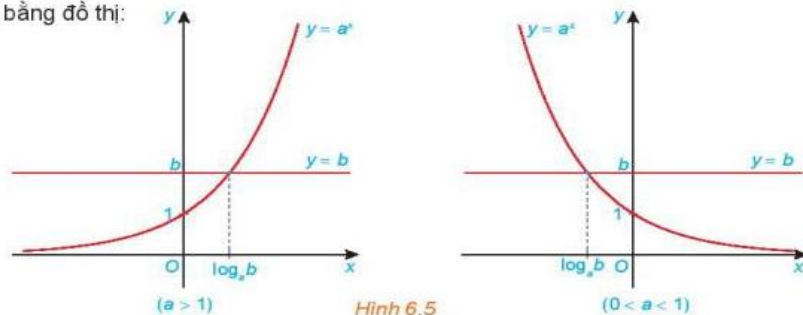
b. $x+1=-2 \Rightarrow x=-3$

ĐN: Phương trình mũ cơ bản có dạng c

Nếu $b>0$ phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$

Nếu $b<0$ phương trình vô nghiệm

Minh hoạ bằng đồ thị:



Chú ý: Phương pháp giải phương trình mũ bằng cách đưa về cùng cơ số

Nếu $0 < a < 1$ thì $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v$

» Luyện tập 1.

Giải các phương trình sau:

a) $2^{3x-1} = \frac{1}{2^{x-1}}$;

b) $2e^{2x} = 5$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	H1? Từ hđ 1 đưa ra phương trình mũ cơ bản có dạng nào? H2? Cơ số a trong Pt phải thỏa mãn điều kiện gì? Từ đó đưa ra công thức nghiệm của Pt $a^u = a^v$ - HS trả lời câu hỏi 1, 2 - HS đọc hiểu vd 1,2. GV giải đáp thắc mắc của HS *GV chia lớp thành 6 nhóm và giao nhiệm vụ cho các nhóm làm BT Luyện tập 1: Nhóm 1+2+3 : làm phần a Nhóm 4+5+6: làm phần b
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.2 : Tìm hiểu phương trình logarit cơ bản và cách giải

a) **Mục tiêu:** HS nắm được dạng, cách giải phương trình log cơ bản và vận dụng giải được phương trình log cơ bản

b) **Nội dung:**

HĐ 2, VD3, VD4, LT2

HĐ 2:

» HĐ2.

Xét phương trình $2\log_2 x = -3$.

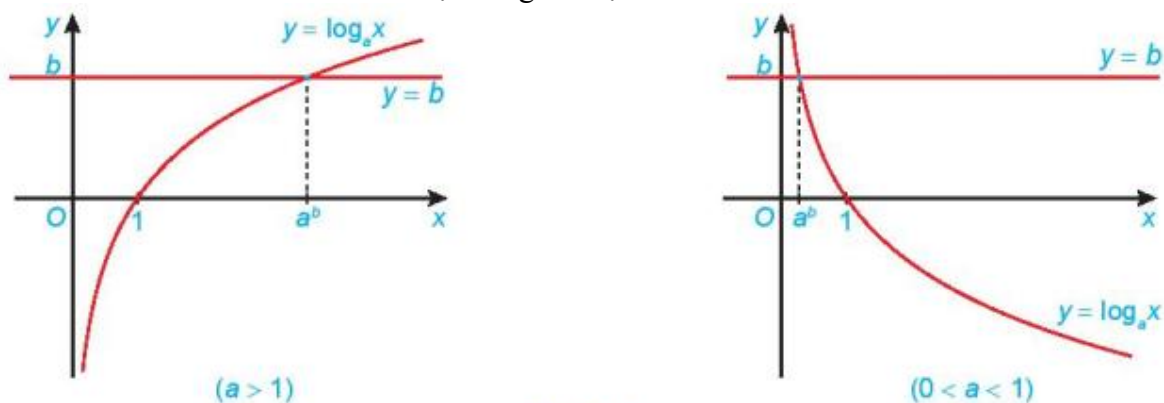
a) Từ phương trình trên, hãy tính $\log_2 x$.

b) Từ kết quả câu a và sử dụng định nghĩa logarit, hãy tìm x.

Phương trình lôgarit cơ bản có dạng $\log_a x = b$ ($0 < a \neq 1$).

Phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b$ có nghiệm duy nhất $x = a^b$.

Minh họa bằng đồ thị:



Hình 6.6

Chú ý. Phương pháp giải phương trình lôgarit bằng cách đưa về cùng cơ số:

Nếu $u, v > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a u = \log_a v \Leftrightarrow u = v$.

► Ví dụ 3.

Giải phương trình: $4 + 3\log(2x) = 16$.

HD

Điều kiện: $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Phương trình trở thành $\log(2x) = 4$. Từ đó $2x = 10^4$ hay $x = 5000$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 5000$

► Ví dụ 4.

Giải phương trình: $\log_3(x+1) = \log_3(x^2-1)$.

HD

Điều kiện: $x+1 > 0$ & $x^2-1 > 0$, tức là $x > 1$.

Phương trình trở thành $x+1 = x^2-1$ hay $x^2-x-2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -1$ & $x = 2$, nhưng chỉ có nghiệm $x = 2$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.

► Luyện tập 2.

Giải các phương trình sau:

a) $4 - \log(3-x) = 3$;

b) $\log_2(x+2) + \log_2(x-1) = 1$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	*GV yêu cầu học sinh thực hiện HĐ2 H1? Từ hđ 2 đưa ra phương trình log cơ bản có dạng nào? H2? Cơ số a trong Pt phải thỏa mãn điều kiện gì? Từ đó đưa ra công thức nghiệm của Pt $\log_a x = b$ - HS trả lời câu hỏi 1, 2 - GV chiếu sự tương giao của ĐTHS: $y = \log_a x$ và đường thẳng $y = b$ - Từ đồ thị nhận xét nghiệm PT: $\log_a x = b$ - HS đọc hiểu vd 3,4 GV giải đáp thắc mắc của HS
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - Học sinh thảo luận cặp đôi
Báo cáo thảo luận	* Đại diện hs báo cáo, các hs còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.3 : Tìm hiểu bất phương trình mũ cơ bản và cách giải

a) Mục tiêu: HS nắm được dạng, cách giải bất phương trình mũ cơ bản và vận dụng giải được bất phương trình mũ cơ bản

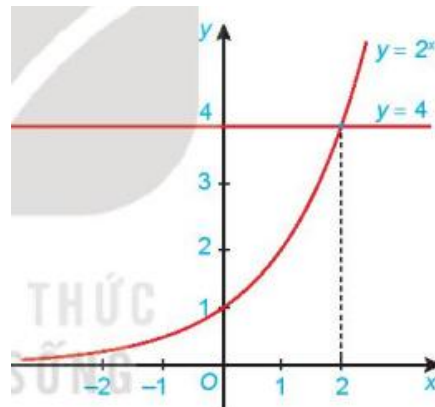
b) Nội dung:

HD3, VD5, VD6, LT3

HD3.

Nhận biết nghiệm của bất phương trình mũ

Cho đồ thị của các hàm số $y = 2^x$ và $y = 4$ như Hình 6.7. Tìm khoảng giá trị của x mà đồ thị hàm số $y = 2^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 4$ và từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4$.



Hình 6.7

. Bất phương trình mũ dạng cơ bản có dạng $a^x > b$ (hoặc $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$) với $a > 0, a \neq 1$.

. Xét bất phương trình dạng $a^x > b$:

— Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.

— Nếu $b > 0$ thì bất phương trình tương đương với $a^x > a^{\log_a b}$.

+/- Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > \log_a b$.

+/- Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $x < \log_a b$.

Chú ý

a) Các bất phương trình mũ cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu $a > 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u > v$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u < v$.

Ví dụ 5.

Giải bất phương trình: $16^x > \frac{1}{8}$.

HD

Ta có $16^x > \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{4x} > 2^{-3} \Leftrightarrow 4x > -3 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 6.

Giải bài toán trong tình huống mở đầu

HD

Ta cần tìm t sao cho

$$V(t) \leq 300 \Leftrightarrow 780 \cdot (0,905)^t \leq 300 \Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{5}{13} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \frac{5}{13} \approx 9,6.$$

Vậy sau khoảng 10 năm sử dụng, giá trị của chiếc xe đó còn lại không quá 300 triệu đồng.

Luyện tập 3.

Giải các bất phương trình sau:

a) $0,1^{2x-1} \leq 0,1^{2-x};$

b) $3 \cdot 2^{x+1} \leq 1.$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	*GV yêu cầu học sinh thực hiện HD3 Nhận biết nghiệm của bất phương trình mũ. để rút ra cách giải BPT mũ cơ bản * GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm. * Giáo viên hướng dẫn học sinh chỉ ra cách đưa về cùng cơ số đối với bpt mũ
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện hs báo cáo, các hs còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.4 : Tìm hiểu bất phương trình log cơ bản và cách giải

a) **Mục tiêu:** HS nắm được dạng, cách giải bất phương trình log cơ bản và vận dụng giải được bất phương trình log cơ bản

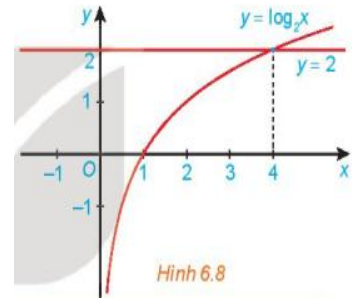
b) **Nội dung:** HĐ4, VD7, VD8, LT 4

HĐ4.

Nhận biết nghiệm của bất phương trình lôgarit

Cho đồ thị của các hàm số $y = \log_2 x$ và $y = 2$ như

Hình 6.8. Tìm khoảng giá trị của x mà đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 2$ và từ đó suy ra tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$.



. **Bất phương trình lôgarit dạng cơ bản có dạng** $\log_a x > b$ (hoặc $\log_a x \geq b, \log_a x < b, \log_a x \leq b$) với $a > 0, a \neq 1$.

. Xét bất phương trình dạng $\log_a x > b$:

+/- Với $a > 1$ thì nghiệm của bất phương trình là $x > a^b$.

+/- Với $0 < a < 1$ nghiệm của bất phương trình là $0 < x < a^b$.

Chú ý

a) Các bất phương trình lôgarit cơ bản còn lại được giải tương tự.

b) Nếu $a > 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v > 0$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow 0 < u < v$.

Ví dụ 7.

Giải bất phương trình: $\log_{0,3}(x+1) > \log_{0,3}(2x-1)$.

Giải

Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$.

Vì cơ số $0,3 < 1$ nên bất phương trình trở thành $x+1 \geq 2x-1$, từ đó ta tìm được $x \leq 2$.

Luyện tập 4. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_{\frac{1}{7}}(x+1) > \log_7(2-x)$. b) $2\log(2x+1) > 3$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - HS Nhận biết nghiệm của bất phương trình lôgarit qua Hđ 4 - HS tiếp cận Bất phương trình lôgarit dạng cơ bản và cách giải với từng dạng. - GV huowgs dẫn hs giải bpt dạng $\log_a u > \log_a v$ - HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ - Nhóm 1+2+3: nghiên cứu lt 4a - Nhóm 4+5+6: Nghiên cứu lt 4b - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm – - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Tiết 2

3. Hoạt động luyện tập :

- a) **Mục tiêu:** HS được luyện tập giải một số dạng phương trình mũ, phương trình log, bất phương trình mũ, bất phương trình log cơ bản.
-Giai quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .

b) **Nội dung:** BÀI TẬP 6.20 -6.26

6.20. Giải các phương trình sau

a) $3^{x-1} = 27$.

b) $100^{2x^2-3} = 0,1^{2x^2-18}$.

c) $\sqrt{3}e^{3x} = 1$.

d) $5^x = 3^{2x-1}$.

6.21. Giải các phương trình sau

a) $\log(x+1) = 2$.

b) $2\log_4 x + \log_2(x-3) = 2$.

c) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 4x$.

d) $\log_3(x^2 - 3x + 2) = \log_3(2x - 4)$.

6.22. Giải các bất phương trình sau

a) $0,1^{2-x} > 0,1^{4-2x}$.

b) $2.5^{2x+1} \leq 3$.

c) $\log_3(x+7) \geq -1$.

d) $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1)$.

c) **Sản phẩm:** Bài làm của học sinh.

d) **Tổ chức thực hiện:** Giáo viên giảng giải. Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn. Hoạt động nhóm
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

4. **Hoạt động vận dụng :**

a) **Mục tiêu:** Giải quyết một số vấn đề liên môn hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình , bất phương trình mũ, bất phương trình log .

b) **Nội dung:** BT sgk/24 Áp dụng khí quyển p (tính bằng kilopascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức sau: $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$

(Theo britannica.com)

a) Tính áp suất khí quyển khi ở độ cao 4 km .

b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

6.23. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được (cả vốn lẫn lãi) sau n năm là

$A = 500(1 + 0,075)^n$ (triệu đồng). Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức $A = 500.(1 + 0,075)^n = 500.(1 + 0,075)^n$

Để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) thì

$A = 500.(1 + 0,075)^n \geq 800 \Leftrightarrow 1,075^n \geq 1,6 \Leftrightarrow n \geq \log 1,075 1,6 \approx 6,5$

Vậy bác Minh cần tối thiểu 7 năm để thu được ít nhất 800 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

6.24. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức $N(t) = 500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức $N(t) = 500e^{0,4t}$.

Số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con khi
 $N(t)=500e^{0,4t}>80000 \Leftrightarrow e^{0,4t}>160 \Leftrightarrow 0,4t>\ln 160 \Leftrightarrow t>12,68793454$
 Vậy sau 13 giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con.

6.25. Giả sử nhiệt độ $T(^{\circ}C)$ của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức $T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$.

Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức $T=25+70e^{-0,5t}$

a) Nhiệt độ ban đầu của vật là khi $t = 0$

$$T_0=25+70e^{-0,5 \cdot 0}=95$$

b) Nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$ nên

$$T=25+70e^{-0,5t}=30 \Leftrightarrow e^{-0,5t}=1/14 \Leftrightarrow -0,5t=\ln 1/14 \Leftrightarrow t=5,278114659$$

Vậy sau 6 phút nhiệt độ của vật còn lại $30^{\circ}C$.

6.26. Tính nồng độ ion hydrogen (tính bằng mol/lit) của một dung dịch có độ pH là 8.

Lời giải chi tiết

Sử dụng công thức tính độ pH $pH = -\log_{10}[H^{+}]$

Độ pH của một dung dịch được tính bằng công thức

$$pH = -\log_{10}[H^{+}] \Rightarrow [H^{+}] = 10^{-pH}$$

Do đó, nồng độ ion hydrogen của dung dịch có độ pH = 8 là: $[H^{+}] = 10^{-8}$ (mol/lít)

Vậy, nồng độ ion hydrogen của dung dịch là 10^{-8} mol/lít.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi.

Chuyển giao	GV yêu cầu HS thực hiện HĐ2, luyện tập 2 và phát biểu định lí 1. GV: Học sinh thảo luận cặp đôi, tìm lời giải cho bài toán.
Thực hiện	- Tìm lời giải bài toán - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức