

HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC.

Môn học: Toán; lớp:11.
Thời gian thực hiện: 4 tiết (70-73)

I. Mục tiêu.

1. Về kiến thức

- Nhận biết được góc giữa hai mặt phẳng và hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hai mặt phẳng vuông góc.
- Nhận biết được góc phẳng nhị diện và biết tính số đo góc phẳng nhị diện trong một số trường hợp đơn giản.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hình chóp đều, hình lăng trụ đứng và các trường hợp đặc biệt của nó.
- Vận dụng kiến thức bài học để mô tả một số hình ảnh thực tế.

2. Về năng lực

- Năng lực mô hình hóa toán học: chẳng hạn, thông qua việc xác định góc mở của cánh cửa, diễn giải vĩ độ và kinh độ, mô tả một số hình ảnh trong thực tế.
- Năng lực giao tiếp toán học: xuyên suốt bài học.
- Năng lực tư duy và lập luận toán học: xuyên suốt bài học.
- Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán: thước kẻ, phần mềm vẽ hình.

3. Về phẩm chất:

Các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực: xuyên suốt quá trình học tập và báo cáo kết quả học tập.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Giáo viên: máy tính và máy chiếu.
- Học sinh: Bút màu, bút chì, máy tính cầm tay.

III. Tiến trình dạy học.

Tiết 1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG, HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC. ĐIỀU KIỆN HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC.

1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG, HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

* Hoạt động khởi động

a. Mục tiêu: Học sinh tiếp cận khái niệm góc giữa hai mặt phẳng qua các thông số kỹ thuật.

b. Nội dung:

* Nhiệm vụ 1: HS xem mô hình máy bay và được giới thiệu một thông số kỹ thuật ‘góc giữa hai cánh máy bay là 20 độ’



* Nhiệm vụ 2: HS thử minh họa hình ảnh về góc giữa hai cánh máy bay.

c. Sản phẩm: HS đưa ra một số hình ảnh minh họa về góc giữa hai cánh máy bay vào bảng phụ.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên cho HS xem hình ảnh chiếc máy bay, thông số kỹ thuật về góc giữa hai cánh máy bay và đặt câu hỏi.
Thực hiện	Học sinh quan sát thảo luận (theo cá nhân hoặc đại diện mỗi nhóm.)
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận, hoàn thiện sản phẩm.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời. Giáo viên giới thiệu bài học và mục tiêu bài học.

GV: Chúng ta sẽ chọn được câu trả lời đúng qua nội dung “góc giữa hai mặt phẳng”

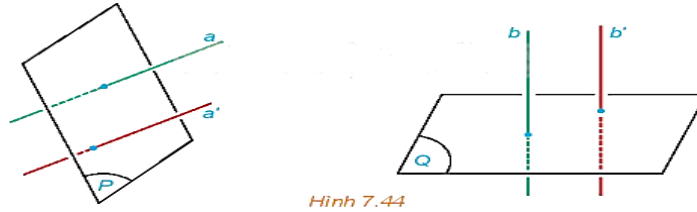
*** Hoạt động hình thành kiến thức:**

Hoạt động 1:

a. Mục tiêu: Cho phép quy khái niệm góc giữa hai mặt phẳng về góc giữa hai đường thẳng tương ứng vuông góc với hai mặt phẳng đó.

b. Nội dung:

HD1: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy hai đường thẳng a, a' cùng vuông góc với (P) , hai đường thẳng b, b' cùng vuông góc với (Q) . Tìm mối quan hệ giữa các góc (a, b) và (a', b') .



Hình 7.44

Giải

Ta có $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ nên ta được $(a, b) = (a', b')$.

- Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy các đường thẳng a, b tương ứng vuông góc với $(P), (Q)$. Khi đó, góc giữa a và b không phụ thuộc vào vị trí của a, b và được gọi là **góc giữa hai mặt phẳng** (P) và (Q) .
- Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là **vuông góc với nhau** nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Chú ý: Nếu φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (P) thì $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

c. Sản phẩm: HS giải thích được như sau: Ta có $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ nên ta được $(a, b) = (a', b')$.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	Giáo viên cho HS xem hình 7.44 và hỏi HS
Thực hiện	Học sinh quan sát thảo luận (theo cá nhân hoặc đại diện mỗi nhóm.)
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời. Đưa ra khái niệm góc giữa hai mặt phẳng và giảng giải khung kiến thức này.

*** Hỏi thêm:**

a. Mục tiêu: Giúp học sinh hiểu thêm về định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng.

b. Nội dung:



Góc giữa hai mặt phẳng bằng 0° khi nào?

Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 0° khi $(P) \parallel (Q)$ hoặc (P) trùng (Q) .

c. Sản phẩm: HS trả lời: Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 0° khi $(P) \parallel (Q)$ hoặc (P) trùng (Q) .

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận
-------------------------------------	---

*** Đưa ra ví dụ:**

- a. Mục tiêu:** Giới thiệu thêm một cách thường làm để xác định góc giữa hai mặt phẳng.
b. Nội dung:

Ví dụ 1. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy một điểm O bất kì thuộc đường thẳng Δ . Gọi m, n là các đường thẳng đi qua O , tương ứng thuộc (P) , (Q) và vuông góc với Δ . Chứng minh rằng góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n .

Giải. (H.7.45)

Trong mặt phẳng chứa m, n lấy một điểm E không thuộc m, n . Gọi A, B tương ứng là hình chiếu của E trên m, n góc với các đường thẳng EA, EB .

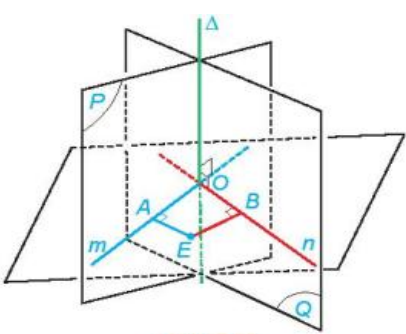
Do $EA \perp m$, $EA \perp \Delta$ nên $EA \perp (P)$. Tương tự, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa EA và EB .

Do $OAE = 90^\circ = OBE$ nên bốn điểm O, A, E, B thuộc đó, AOB và AEB bằng hoặc bù nhau, tức là $(EA, EB) = (m, n)$.

Vậy góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n .

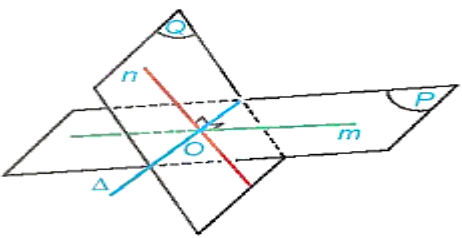
c. Sản phẩm: HS trả lời được như lời giải trên.

d. Tổ chức thực hiện:



Hình 7.45

các đường thẳng m, n . Khi đó Δ vuông góc với (P, Q) . Do đó, $EA \perp (P)$ và $EB \perp (Q)$. Do đó, EA, EB và Δ cùng nằm trong một đường tròn. Do



Hình 7.46

Chuyển giao	GV nêu ví dụ, giảng giải và dẫn dắt HS chứng minh.
Thực hiện	HS suy nghĩ và trả lời từng hướng dẫn theo cá nhân.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV chốt lại cách thường gặp để xác định góc giữa hai mặt phẳng bằng nhận xét sau.

Nhận xét: (H.7.46) Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy hai đường thẳng m, n tương ứng thuộc (P) , (Q) và cùng vuông góc với Δ tại một điểm O (nói cách khác, lấy một mặt phẳng vuông góc với Δ , cắt (P) , (Q) tương ứng theo các giao tuyến m, n). Khi đó, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n . Đặc biệt, (P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi m vuông góc với n .

*** Luyện tập**

- a. Mục tiêu:** HS rèn luyện kỹ năng nhận biết góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.
b. Nội dung:

Luyện tập 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là một hình chữ nhật có tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Chứng minh rằng hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $ABCD$ là một hình vuông.

Giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SAC) \cap (SBD) \\ O \in (SAC) \cap (SBD) \end{cases}$$

$\Rightarrow SO$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} AC \subset (SAC) \\ AC \perp SO \text{ (vì } SO \perp (ABCD)) \end{cases} \text{ và } \begin{cases} BD \subset (SBD) \\ BD \perp SO \text{ (vì } SO \perp (ABCD)) \end{cases} \text{ nên}$$

góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là góc giữa hai đường thẳng AC và BD .

Do đó, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AC \perp BD$

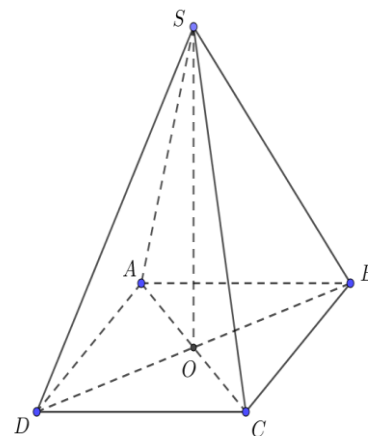
Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên ta được $ABCD$ là hình vuông.

c. Sản phẩm: - Phiếu học tập số 1 của các nhóm

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:



Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 1 cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 1 kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận

2. ĐIỀU KIỆN HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC.

* Hoạt động 2

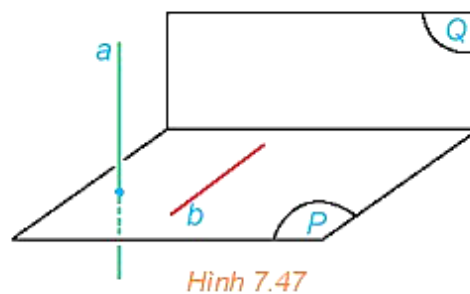
a. Mục tiêu: Dẫn tới điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.

b. Nội dung:

HD2: Cho hai mặt phẳng (P) , chứa đường thẳng b vuông góc với mặt phẳng (Q) . Lấy một đường thẳng a vuông góc với (P) (H.7.47).

a) Tính góc giữa a và b .

b) Tính góc giữa (P) và (Q) .



Hình 7.47

Giải

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \perp b. \text{ Do đó, góc giữa } a \text{ và } b \text{ bằng } 90^\circ.$$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} a \perp (P) \\ b \perp (Q) \end{cases}. \text{ Do đó, góc giữa } (P) \text{ và } (Q) \text{ bằng góc giữa } a \text{ và } b.$$

Mà $(a, b) = 90^\circ$ nên góc giữa (P) và (Q) bằng 90° .

c. Sản phẩm: - Phiếu học tập số 2 của các nhóm

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 2 cho các nhóm và nêu nội dung hđ2, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 2 kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận GV trình bày khung kiến thức: Điều kiện hai mặt phẳng vuông góc và giảng giải cho HS

Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

*** Ví dụ 2**

- a. **Mục tiêu:** HS học kỹ năng dùng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.
b. **Nội dung:**

Ví dụ 2. Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với OB và OC . Chứng minh rằng các mặt phẳng (OAB) và (OAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

Giải

Do OA vuông góc với OB và OC nên $OA \perp (OBC)$. Mặt khác, các mặt phẳng (OAB) , (OAC) chứa OA . Do đó chúng cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC) .

- c. **Sản phẩm:** HS trả lời như trên.
d. **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận

*** Luyện tập 2**

- a. **Mục tiêu:** HS rèn kỹ năng dùng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.
b. **Nội dung:**

Luyện tập 2. Trong HĐ1 của Bài 23, ta đã nhận ra rằng đường thẳng nối các bản lề của cửa phòng vuông góc với sàn nhà. Hãy giải thích vì sao trong quá trình đóng – mở, cánh cửa luôn vuông góc với sàn nhà.

Giải

Mặt phẳng cánh cửa chứa đường thẳng nối các bản lề. Mặt khác đường thẳng này vuông góc với sàn nhà. Do đó, mặt phẳng cánh cửa vuông góc với sàn nhà.

- c. **Sản phẩm:** HS trả lời như trên.
d. **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp

GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận

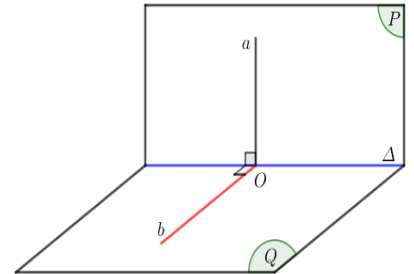
Tiết 2. TÍNH CHẤT HAI MẶT PHẶNG VUÔNG GÓC. GÓC NHỊ DIỆN.

3. TÍNH CHẤT HAI MẶT PHẶNG VUÔNG GÓC

* **Hoạt động dẫn dắt tới khung kiến thức:**

a. **Mục tiêu:** Dẫn dắt đến tính chất hai mặt phẳng vuông góc.

b. **Nội dung:**



HD3: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Kẻ đường thẳng a thuộc (P) và vuông góc với giao tuyến Δ của (P) và (Q) . Gọi O là giao điểm của a và Δ . Trong mặt phẳng (Q) , gọi b là đường thẳng vuông góc với Δ tại O .

a) Tính góc giữa a và b .

b) Tìm mối quan hệ giữa a và (Q) .

Giải

a) Theo đề ta có góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là góc giữa a và b .

Mà hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

Từ đó suy ra, góc giữa a và b bằng 90° .

b) Vì $(P) \perp (Q)$, $a \subset (P)$ và $a \perp \Delta$ nên $a \perp (Q)$.

c. **Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 3a của các nhóm

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 3a cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm, Gv hỗ trợ
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 3a kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận. GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Tính chất hai mặt phẳng vuông góc.

Với hai mặt phẳng vuông góc với nhau, bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

* **Ví dụ:**

a. **Mục tiêu:** HS học kỹ năng sử dụng tính chất hai mặt phẳng vuông góc.

b. Nội dung:

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SC, SD . Chứng minh rằng:

- a) $(SBC) \perp (SAB)$, $AB' \perp (SBC)$, $AD' \perp (SCD)$.
b) Các điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

Giải

- a) Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Do đó, $(SBC) \perp (SAB)$. Đường thẳng AB' nằm trong (SAB) và vuông góc với SB nên $AB' \perp (SBC)$. Tương tự $AD' \perp (SCD)$.
b) Từ câu a ta có $AB' \perp SC$, $AD' \perp SC$. Các đường thẳng AB', AC', AD' cùng đi qua A và vuông góc với SC nên cùng thuộc một mặt phẳng. Do đó bốn điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 3b của các nhóm
- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 3b cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm, Gv hỗ trợ
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 3b kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận. GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Tính chất hai mặt phẳng vuông góc.

* GV trình bày, có hình minh họa và giảng giải nhận xét sau: (Để HS hiểu sâu hơn về khung kiến thức này)

Nhận xét: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Mỗi đường thẳng qua điểm O thuộc (P) và vuông góc với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng đó thuộc mặt phẳng (P) .

*** Hoạt động dẫn dắt tới khung kiến thức:**

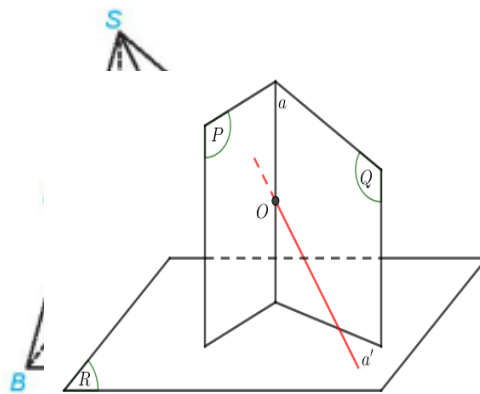
- a. Mục tiêu:** Dẫn dắt đến tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng.
b. Nội dung:

HD4: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến a và cùng vuông góc với mặt phẳng (R) . Gọi O là một điểm thuộc a và a' là đường thẳng qua O và vuông góc với (R) .

- a) Hỏi a' có nằm trong các mặt phẳng $(P), (Q)$ hay không?
b) Tìm mối quan hệ giữa a và a' .
c) Tìm mối quan hệ giữa a và (R)

Giải

- a) Ta có O là một điểm thuộc a mà a là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Do đó, $O \in (P) \cap (Q)$.



Vì $O \in a'$ và $a' \perp (R)$ nên ta được $a' \in (P)$ và $a' \in (Q)$.

b) Đường thẳng a và a' trùng nhau.

c) Đường thẳng a vuông góc mặt phẳng (R) .

- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 4a của các nhóm
 - Phân thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
 - Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 4a cho các nhóm và nêu nội dung hđ4, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 4a kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng.

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

*** Luyện tập**

a. Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng nhận biết hai mặt phẳng vuông góc với nhau và vận dụng tính chất giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng.

b. Nội dung:

Luyện tập 3. Với giả thuyết như ở Ví dụ 3, chứng minh rằng:

a) Các mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ cùng vuông góc với (SAC) .

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ và vuông góc với AC .

Giải

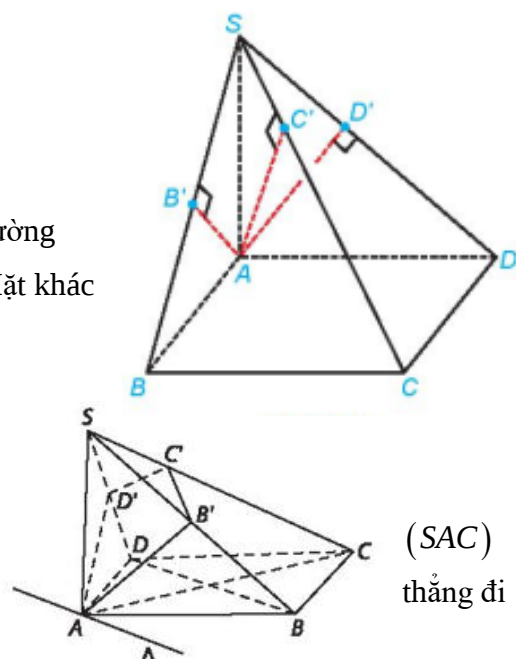
a) Đường thẳng SA nằm trong (SAC) mà $SA \perp (ABCD)$. Do đó $(SAC) \perp (ABCD)$.

Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Do đó, $(SBC) \perp (SAB)$. Đường thẳng AB' nằm trong (SAB) và vuông góc với SB nên $AB' \perp (SBC)$. Mặt khác SC nằm trong (SBC) . Do đó $AB' \perp SC$ (1)

Mà $AC' \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $SC \perp (AB'C'D')$ mà đường thẳng SC nằm trong (SAC) . Do đó, $(SAC) \perp (AB'C'D')$.

b) Vì hai mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ cùng vuông góc với (SAC) nên giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C'D')$ và $(ABCD)$ là đường qua A , nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ và vuông góc với AC .



- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 4b của các nhóm
 - Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
 - Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 4b cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập 3, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 4b kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

4. GÓC NHỊ DIỆN

* **Hoạt động hình thành khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.**

a. Mục tiêu: hình thành khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.

b. Nội dung:



Hình 7.51

HD5: Một tài liệu hướng dẫn rằng đối với ghế bàn ăn, nên thiết kế lưng ghế một góc có số đo từ 100° đến 105° . Trong Hình 7.51, các tia Ox, Oy được vẽ tương ứng trên mặt ghế, lưng ghế đồng thời vuông góc với giao tuyến a của mặt ghế và lưng ghế.

a) Theo tài liệu nói trên, góc nào trong hình nên có số đo từ 100° đến 105° ?

b) Nếu thiết kế theo hướng dẫn đó thì góc giữa hai mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế có thể nhận số đo từ bao nhiêu đến bao nhiêu độ?

Giải

a) Theo tài liệu nói trên, góc có số đo từ 100° đến 105° là góc xOy .

b) Góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế bằng góc giữa Ox và Oy . Vì $100^\circ \leq xOy \leq 105^\circ$ nên góc giữa Ox và Oy có thể nhận số đo từ 75° đến 80° . Nếu thiết kế theo hướng dẫn đó thì góc giữa hai mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế có thể nhận số đo từ 75° đến 80° .

c. Sản phẩm: HS trả lời như trên.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Khái niệm góc nhị diện và góc phẳng nhị diện.

Hình gồm hai nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ có chung bờ a được gọi là một góc nhị diện, kí hiệu là $[P, a, Q]$. Đường thẳng a và các nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ tương ứng được gọi là cạnh và các mặt của góc nhị diện đó.

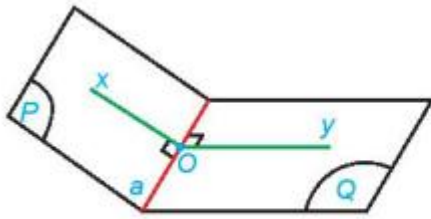


Hình 7.52

Mỗi đường thẳng a trong một mặt phẳng chia mặt phẳng thành hai phần, mỗi phần cùng với a là một nửa mặt phẳng bờ a .



Từ một điểm O bất kì thuộc cạnh a của góc nhị diện $[P, a, Q]$, vẽ các tia Ox, Oy tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và vuông góc với a . Góc xOy được gọi là một góc phẳng của góc nhị diện $[P, a, Q]$ (gọi tắt là góc phẳng nhị diện). Số đo của góc xOy không phụ thuộc vào vị trí của O trên a , được gọi là số đo của góc nhị diện $[P, a, Q]$.



Hình 7.53

Mặt phẳng chứa góc phẳng nhị diện xOy của $[P, a, Q]$ vuông góc với cạnh a .



*Chú ý

a. **Mục tiêu:** Bổ sung cho khung kiến thức: góc nhị diện.

b. **Nội dung:**

Chú ý.

- Số đo của góc nhị diện có thể nhận giá trị từ 0° đến 180° . Góc nhị diện được gọi là vuông, nhọn, tù nếu nó có số đo tương ứng bằng, nhỏ hơn, lớn hơn 90° .
- Đối với hai điểm M, N không thuộc đường thẳng a , ta kí hiệu $[M, a, N]$ là góc nhị diện có cạnh a và các mặt tương ứng chứa M, N .
- Hai mặt phẳng cắt nhau tạo thành bốn góc nhị diện. Nếu một trong bốn góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì các góc nhị diện còn lại cũng là góc nhị diện vuông.

c. **Sản phẩm:** HS ghi chú các chú ý trên.

d. **Tổ chức thực hiện:** GV trình bày, giảng giải.

* Ví dụ

a. **Mục tiêu:** HS học kĩ năng nhận biết góc nhị diện, góc phẳng nhị diện và tính số đo góc nhị diện.

b. **Nội dung:**

Ví dụ 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh

bằng a , $AC = a, SA = \frac{1}{2}a$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình thoi $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC .

a) Tính số đo của các góc nhị diện $[B, SA, D]$; $[S, BD, A]$; $[S, BD, C]$.

b) Chứng minh rằng $\widehat{BHD}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Giải

a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AB và AD vuông góc với SA . Vậy BAD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SA, D]$. Hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $AC = a$ nên các tam giác ABC, ACD đều. Do đó, $BAD = 120^\circ$. Vậy số đo của góc nhị diện $[B, SA, D]$ bằng 120° .

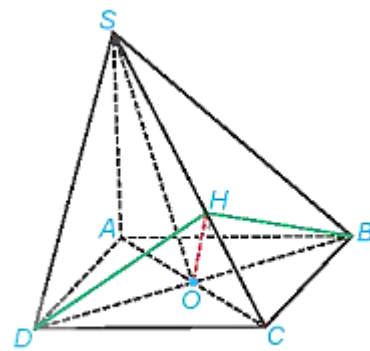
Vì $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$. Vậy AC và SO vuông góc với BD . Suy ra AOS là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$ và COS là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, C]$.

Tam giác SAO vuông tại A và có $SA = \frac{1}{2}a = AO$ nên $AOS = 45^\circ$. Suy ra

$$COS = 180^\circ - AOS = 135^\circ.$$

Vậy các góc nhị diện $[S, BD, A], [S, BD, C]$ tương ứng có số đo là $45^\circ, 135^\circ$.

b) Theo chứng minh trên, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp SC$. Mặt khác, $OH \perp SC$ nên $SC \perp (BOD)$. Do đó, BHD là một góc phẳng của góc nhị diện $[B, SC, D]$.



Hình 7.54

- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 5a của các nhóm
- Phân thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 5a cho các nhóm và nêu nội dung ví dụ 4, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 5a kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

*** Luyện tập**

a. Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng nhận biết góc nhị diện, góc phẳng nhị diện và tính số đo góc nhị diện.

b. Nội dung:

Luyện tập 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$,

$$SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}. \text{ Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC.$$

a) Chứng minh rằng $\widehat{SMA}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

b) Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

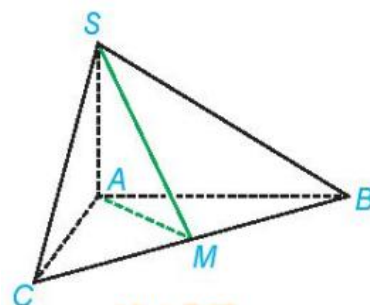
Giải

a) Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. Mặt khác, M là trung điểm của BC nên ta cũng có $AM \perp BC$. Do đó, $BC \perp (SAM)$. Từ đó ta suy ra $BC \perp SM$.

Ta có $AM \perp BC$ và $SM \perp BC$ nên SMA là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

b) Xét tam giác ABC có

$$AB = AC \text{ và } \widehat{BAC} = 120^\circ \text{ nên } \widehat{MBA} = 30^\circ.$$



Hình 7.55

Xét tam giác vuông AMB có:

$$AM = AB \cdot \sin ABM = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}.$$

Xét tam giác vuông SAM có:

$$\tan SMA = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{2\sqrt{3}} : \frac{a}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SMA = 30^\circ.$$

Vậy góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo là 30° .

- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 5b của các nhóm
- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 5b cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập 4, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 5b kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

*** Vận dụng**

a. Mục tiêu: HS vận dụng hiểu biết về số đo góc nhị diện.

b. Nội dung:

Vận dụng 1: Trong cửa sổ ở Hình 7.56, cánh và khung cửa hình tròn có đường kính 80 cm. bản lề được đính ở điểm của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, $d = 40\text{cm}$.

Giải

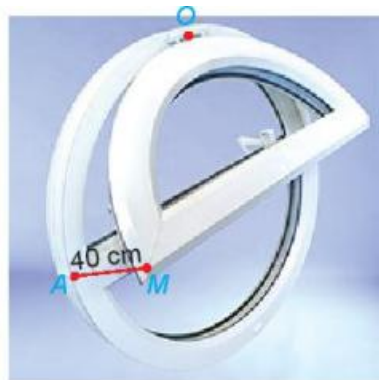
Gọi I, J lần lượt là tâm của nửa hình tròn cánh cửa. Khi mở kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau, cũng song song với giao tuyến m (qua O) của hai mặt phẳng chứa khung và cánh cửa.

Vì O là trung điểm của các cung tròn khung cửa và cánh cửa nên OI vuông góc với đường kính khung cửa, OJ vuông góc với đường kính cánh cửa. Vậy, OI, OJ cùng vuông góc với m . Do đó IOJ là một góc phẳng nhị diện của nhị diện có hai cạnh tương ứng chứa cánh và khung cửa.

Ta có $m \perp OI, m \perp OJ$ nên $m \perp IJ$, nên IJ cũng vuông góc với các đường kính cánh cửa và khung cửa, do đó $IJ = 40\text{cm}$. Mặt khác $OJ = OI = 40\text{cm}$ nên tam giác OIJ đều và do đó $IOJ = 60^\circ$.

- c. Sản phẩm:** - Phiếu học tập số 5c của các nhóm
- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm
- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:



Hình 7.56

là các nửa chính giữa O kính của nhau một tính số đo của khung cửa khi

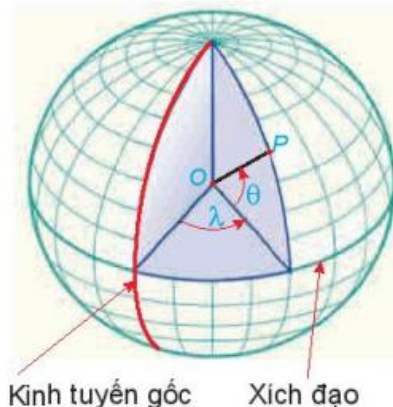
cửa, đường do đó chúng tương ứng

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 5c cho các nhóm và nêu nội dung vận dụng, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 5c kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

*** Giáo viên trình bày, giảng giải cho HS: Khái niệm vĩ độ và kinh độ.**

- a. Mục tiêu:** HS vận dụng hiểu biết về số đo góc nhị diện, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
b. Nội dung:

Trở lại vấn đề được nêu ở đầu bài học. Trên Trái Đất, mỗi kinh tuyến là một nửa đường tròn có đường kính là trục của Trái Đất (đoạn thẳng nối cực Bắc và cực Nam). Kinh tuyến gốc là kinh tuyến đi qua Đài Thiên văn Greenwich ở London. Mặt phẳng chứa kinh tuyến gốc chia Trái Đất làm hai nửa là Đông và Tây, nước ta nằm ở nửa Đông. Kinh độ của một điểm P trên Trái Đất là số đo của góc nhị diện có hai cạnh tương ứng chứa kinh tuyến gốc và kinh tuyến đi qua P (cạnh của góc nhị diện này là trục Trái Đất). Do đó, các điểm trên cùng kinh tuyến thì có cùng kinh độ. Vĩ độ của điểm P là số đo của góc giữa mặt phẳng chứa đường thẳng nối P với tâm Trái Đất. Mỗi điểm trên Trái Đất trong hai bán cầu Bắc hoặc Nam và thuộc nửa Đông hay nửa Tây đi kèm số đo vĩ độ còn có chữ E hoặc W nếu vị trí đó tương ứng ở bán cầu Nam. Chẳng hạn, Bia Chủ quyền đảo Song Tử Tây, huyện Hoàng Sa, tỉnh Khánh Hòa, có vị trí: $11^{\circ}25'55''N, 114^{\circ}8'00''E$. (Theo baokhanhhoa.vn).



là trục Trái Đất. Vĩ độ xích đạo và sẽ thuộc một Tây. Vì vậy, ứng thuộc bán cầu Bắc, thuộc xã

Hình 7.57

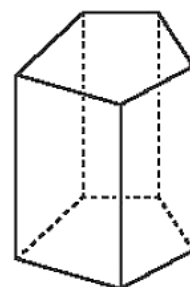
Tiết 3. MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU.

5. MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

*** GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Định nghĩa hình lăng trụ đứng.**

Trong chương IV, ta đã biết khái niệm hình lăng trụ. Với các kiến thức về quan hệ vuông góc, ta có thể định nghĩa một số hình lăng trụ đặc biệt sau đây.

a) Hình lăng trụ đứng



Hình 7.58

Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

*** Hoạt động tìm hiểu**

- a. Mục tiêu:** HS tìm hiểu về tính chất của hình lăng trụ đứng.
b. Nội dung:

HD6: Các mặt bên của lăng trụ đứng là các hình gì và các mặt bên đó có vuông góc với mặt đáy không ? Vì sao ?

Giải

+) Các mặt bên của lăng trụ đứng là những hình chữ nhật và các mặt bên đó vuông góc với mặt đáy vì nó có các cạnh bên vuông góc mặt đáy.

c. Sản phẩm: HS trả lời như trên.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Tính chất của hình lăng trụ đứng.

Hình lăng trụ đứng có các mặt bên là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

* GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Định nghĩa hình lăng trụ đều.

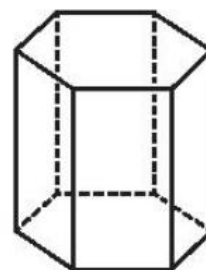
b) Hình lăng trụ đều

Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

* Hoạt động tìm hiểu

a. Mục tiêu: HS tìm hiểu về tính chất của hình lăng trụ đều.

b. Nội dung:



Hình 7.59

HD7: Các mặt bên của lăng trụ đều có phải là các hình chữ nhật có cùng kích thước không ? Vì sao ?

Giải

+) Các mặt bên của lăng trụ đều là các hình chữ nhật có cùng kích thước vì các cạnh đáy của hình lăng trụ đều bằng nhau.

c. Sản phẩm: HS trả lời như trên.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Tính chất của hình lăng trụ đều.

Hình lăng trụ đều có các mặt bên là các hình chữ nhật có cùng kích thước.

* GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Định nghĩa hình hộp đứng.

c) Hình hộp đứng

Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng, có đáy là hình bình hành.

*** Hoạt động tìm hiểu**

a. **Mục tiêu:** HS tìm hiểu về tính chất của hình lăng trụ đều.

b. **Nội dung:**

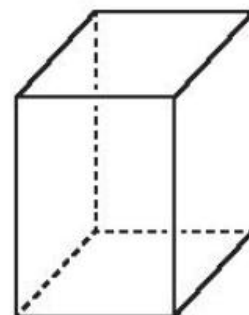
HD8: Trong 6 mặt của hình hộp đứng, có ít nhất bao nhiêu mặt là hình chữ nhật? Vì sao?

Giải

+) Trong 6 mặt của hình hộp đứng có ít nhất 4 mặt là hình chữ nhật đó là các bên vì các cạnh bên đều vuông góc với mặt đáy.

c. **Sản phẩm:** HS trả lời như trên.

d. **Tổ chức thực hiện:**



mặt

Hình 7.60

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Tính chất của hình hộp đứng.

Hình hộp đứng có các mặt bên là các hình chữ nhật.

*** GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Định nghĩa hình hộp chữ nhật.**

d) Hình hộp chữ nhật

Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

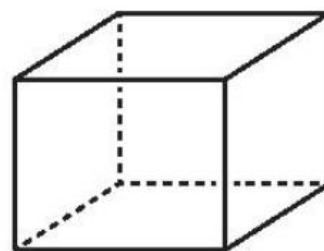
*** Hoạt động tìm hiểu**

a. **Mục tiêu:** HS tìm hiểu về tính chất của hình lăng trụ đều.

b. **Nội dung:**

HD9: a) Hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật? Vì sao?

b) Các đường chéo của hình hộp chữ nhật có bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường hay không? Vì sao?



Hình 7.61

Giải

a) Vì hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng mà hình hộp đứng thì có 4 mặt là hình chữ nhật và thêm 2 đáy là hình chữ nhật nên hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình chữ nhật.

b) Các đường chéo của hình hộp chữ nhật đều bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Vì các mặt chéo đều là hình chữ nhật có cùng kích thước.

c. **Sản phẩm:** HS trả lời như trên.

d. **Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu.
--------------------	---------

Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Tính chất của hình hộp chữ nhật.

Hình hộp chữ nhật có các mặt bên là hình chữ nhật. Các đường chéo của hình hộp chữ nhật có độ dài bằng nhau và chúng cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

*** Ví dụ**

a. Mục tiêu: củng cố tính chất của hình hộp chữ nhật.

b. Nội dung:

Ví dụ 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $AA'C'C$ là một hình chữ nhật.

Giải

Ta có $AA' = CC'$ và $AA' \parallel CC'$ (vì AA', CC' cùng bằng và cùng song song với DD'). Do đó $ACC'A'$ là một hình bình hành.

Mặt khác, $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $AA' \perp A'C'$. Do đó $ACC'A'$ là một hình chữ nhật.

c. Sản phẩm: - Phiếu học tập số 6 của các nhóm

- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

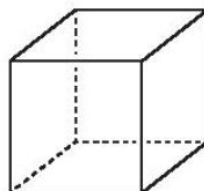
- Phiếu đánh giá của các nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 6 cho các nhóm và nêu nội dung ví dụ 5, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 6 kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

*** GV trình bày, giảng giải cho HS khung kiến thức: Định nghĩa hình lập phương.**

e) Hình lập phương



Hình 7.63

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

*** Hoạt động tìm hiểu**

a. Mục tiêu: HS tìm hiểu về tính chất của hình lập phương.

b. Nội dung:

HD10. Các mặt của một hình lập phương là các hình gì? Vì sao?

c. Sản phẩm: HS trả lời: Hình lập phương là hình hộp chữ nhật nên các mặt là hình chữ nhật. Mặt khác, nó có các cạnh bằng nhau nên là hình vuông.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS suy nghĩ nhanh và trả lời
Báo cáo thảo luận	Học sinh trả lời, thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Tính chất của hình hộp lập phương.

Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

Chú ý. (gọi tên lăng trụ đều) Khi đáy của hình lăng trụ đứng (đều) là tam giác, tứ giác, ngũ giác,... đôi khi ta cũng tương ứng gọi rõ là hình lăng trụ đứng (đều) tam giác, tứ giác, ngũ giác,...

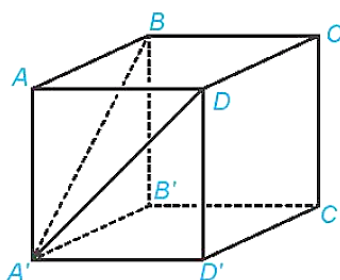
*** Ví dụ**

a. Mục tiêu: củng cố tính chất của hình lập phương.

b. Nội dung:

Ví dụ 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng $A'BD$ là tam giác đều.

Giải



Gọi a là độ dài các cạnh của hình lập phương. Do các mặt của hình lập phương là các hình vuông nên

$$A'D = \sqrt{AA'^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$$

$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = a\sqrt{2}.$$

Tam giác $A'BD$ có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều.

c. Sản phẩm: HS trả lời như trên.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS thảo luận theo cặp.
Báo cáo thảo luận	Học sinh đại diện 1 cặp trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận.

*** Ví dụ**

a. Mục tiêu: HS vận dụng tính chất của hình hộp chữ nhật để tạo dựng hình thực tế.

b. Nội dung:

Vận dụng 2.

Từ một tấm tôn hình chữ nhật, tại 4 góc bác Hùng cắt bỏ đi 4 hình vuông có cùng kích thước và sau đó hàn gắn các mép tại các góc như Hình 7.65. Giải thích vì sao bằng cách đó, bác Hùng nhận được thùng không nắp có dạng hình hộp chữ nhật.



c. Sản phẩm: HS tạo được chiếc thùng không nắp từ miếng bìa hình chữ nhật và giải thích được vì sao với cách làm đó lại tạo được một hình hộp chữ nhật.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát một tấm bài hình chữ nhật cho mỗi nhóm và nêu nội dung vận dụng 2, yêu cầu HS thảo luận và tạo hình hộp chữ nhật, giải thích cách tạo ra hình đó.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua sản phẩm và phần giải thích của HS.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

6. HÌNH CHÓP ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

*** Hoạt động khởi động**

a. Mục tiêu: HS làm quen với một hình chóp đều trong thực tế.

b. Nội dung:

HD 11. Tháp lớn tại Bảo tàng Louvre ở Paris (cấu kính và kim loại) có dạng hình chóp với đáy cạnh bằng 34 m, các cạnh bên bằng nhau và có 32,3 m (theo [Wikipedia.org](https://en.wikipedia.org/wiki/Louvre_Pyramid)).

- Giải thích vì sao hình chiếu của đỉnh trên đáy là tháp.



(H.7.66) (với kết là hình vuông có độ dài xấp xỉ

tâm của đáy

c. Sản phẩm: - Phiếu học tập số 7 của các nhóm:
Mô hình hoá toán học: giả sử tháp có dạng hình với đáy là hình vuông và các cạnh bên bằng nhau. Gọi S lên mặt đáy. Do $SA = SB = SC = SD$ nên áp dụng định lí Pitago cho các tam giác vuông SOA, SOB, SOC, SOD ta nhận được $OA = OB = OC = OD$. Do đó, O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$, tức là O là tâm hình vuông $ABCD$.

- Phân thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 7 cho các nhóm và nêu nội dung hđ 11, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 7 kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Định nghĩa hình chóp đều.

- Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Chú ý (cách gọi tên hình chóp đều). Tương tự như đối với hình chóp, khi đáy của hình chóp đều là tam giác đều, hình vuông, ngũ giác đều,... đôi khi ta cũng gọi rõ chúng tương ứng là chóp tam giác đều, tứ giác đều, ngũ giác đều,...

*** Hoạt động tìm hiểu**

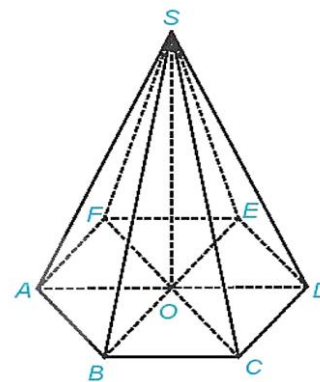
a. Mục tiêu: HS tìm hiểu về tính chất của hình chóp đều.

b. Nội dung:

HD12. Cho hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(A_1A_2 \dots A_n)$.

a) Trong trường hợp hình chóp đã cho là đều, vị trí của điểm biệt đối với tam giác đều $A_1A_2 \dots A_n$?

b) Nếu đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ là đều và O là tâm của đa giác đó chóp đã cho có gì đặc biệt?



S trên mặt

O có gì đặc

thì hình

Hình
7.67

c. Sản phẩm: HS trả lời:

câu a) Khái quát hoá từ hđ11: O là tâm của đa giác đều đáy.

câu b) Tương tự hoá cách chứng minh ở hđ11: Hình chóp đã cho là hình chóp đều.

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	GV nêu.
Thực hiện	HS thảo luận theo cặp.
Báo cáo thảo luận	Học sinh đại diện 1 cặp trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận. GV trình bày, giảng giải khung kiến thức: Điều kiện để một hình chóp là hình chóp đều.

Một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một hình đa giác đều và hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm của mặt đáy.

*** Ví dụ**

a. Mục tiêu: HS học kĩ năng nhận biết hình chóp đều.

b. Nội dung:

Ví dụ 7. Chứng minh rằng một hình chóp là đều khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác đều và các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

Giải. (H.7.68)

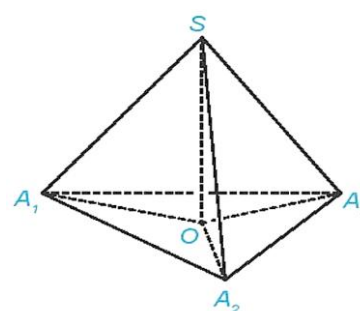
Xét hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy.

Giả sử hình chóp là đều, khi đó O là tâm của đa giác đều

Các tam giác $SOA_1, SOA_2, \dots, SOA_n$ đều vuông tại O , có

SO và có các cạnh $OA_1, OA_2, \dots, OA_n$ bằng nhau, do đó

nhau. Vậy $SA_1O = SA_2O = \dots = SA_nO$, tức là các cạnh bên chóp tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.



$A_1A_2 \dots A_n$.

chung cạnh

chúng bằng

của hình

Hình
7.68

Ngược lại, giả sử hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng

nhau. Khi đó, $SA_1O = SA_2O = \dots = SA_nO$. Từ đó suy ra các tam giác vuông $SOA_1, SOA_2, \dots, SOA_n$ bằng

nhau. Do đó, $SA_1 = SA_2 = \dots = SA_n$. Mặt khác, $A_1A_2 \dots A_n$ là đa giác đều, do đó $S.A_1A_2 \dots A_n$ là hình chóp đều.

c. Sản phẩm: HS trả lời như trên.**d. Tổ chức thực hiện:**

Chuyển giao	GV nêu ví dụ.
--------------------	---------------

Thực hiện	HS thảo luận theo cặp.
Báo cáo thảo luận	Học sinh đại diện 1 cặp trả lời.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời, giảng giải thêm và kết luận.

*** Luyện tập**

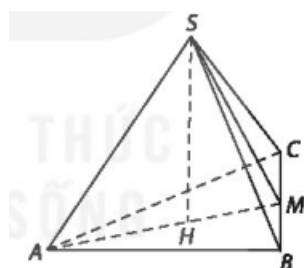
a. Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng sử dụng giả thiết hình chóp đều và xác định góc nhị diện.

b. Nội dung:

Luyện tập 5. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$.

Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Giải



Gọi M là trung điểm BC .

Chứng minh được SMH là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$.

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SM = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Suy ra } \cos SMH = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow SMH = 45^\circ.$$

c. Sản phẩm:

- Phiếu học tập số 8 của các nhóm.
- Phần thuyết trình, báo cáo kết quả của đại diện nhóm

d. Tổ chức thực hiện:

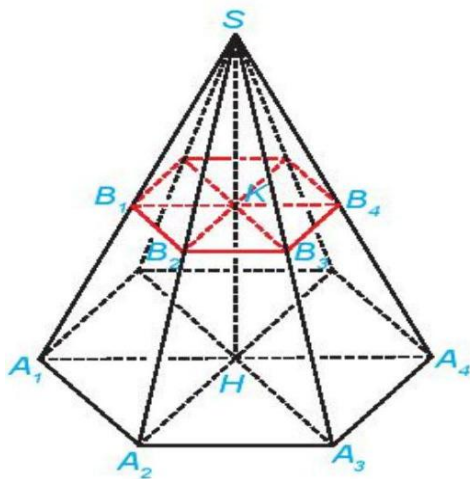
Chuyển giao	GV chia lớp thành các nhóm, phát phiếu học tập số 8 cho các nhóm và nêu nội dung luyện tập 5, yêu cầu HS thảo luận và viết kết quả lên phiếu học tập.
Thực hiện	Học sinh làm việc theo nhóm
Báo cáo thảo luận	Giáo viên đánh giá kết quả làm việc của các nhóm thông qua câu trả lời trên phiếu học tập 8 kết hợp với quan sát và vấn đáp học sinh.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét các câu trả lời và kết luận.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà: Hình chóp cụt đều**

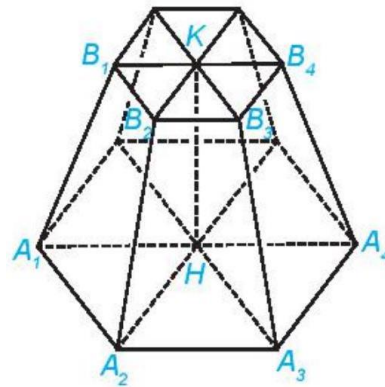
HD13. Cho hình chóp đều $S.A_1A_2 \dots A_n$. Một mặt phẳng không đi qua S và song song với mặt phẳng đáy, cắt các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ tương ứng tại $B_1, B_2, \dots, B_n$.

a) Giải thích vì sao $S.B_1B_2 \dots B_n$ là một hình chóp đều.

b) Gọi H là tâm của đa giác $A_1A_2 \dots A_n$. Chứng minh rằng đường thẳng SH đi qua tâm K của đa giác đều $B_1B_2 \dots B_n$ và HK vuông góc với các mặt phẳng $(A_1A_2 \dots A_n)$, $(B_1B_2 \dots B_n)$.



Hình 7.69



Hình 7.70

- Hình gồm các đa giác đều $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ và các hình thang cân $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, \dots, A_nA_1B_nB_1$ được tạo thành như trong HD13 được gọi là một hình chóp cắt đều (nói đơn giản là hình chóp cắt được tạo thành từ hình chóp đều $S.A_1A_2 \dots A_n$ sau khi cắt đi chóp đều $S.B_1B_2 \dots B_n$), kí hiệu là $A_1A_2 \dots A_n.B_1B_2 \dots B_n$.
- Các đa giác $A_1A_2 \dots A_n, B_1B_2 \dots B_n$ được gọi là hai mặt đáy, các hình thang $A_1A_2B_1B_2, A_2A_3B_2B_3, \dots, A_nA_1B_nB_1$ được gọi là các mặt bên của hình chóp cắt. Các đoạn thẳng $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ được gọi là các cạnh bên; các cạnh của mặt đáy được gọi là các cạnh đáy của hình chóp cắt.
- Đoạn thẳng HK nối hai tâm của đáy được gọi là đường cao của hình chóp cắt đều. Độ dài của đường cao được gọi là chiều cao của hình chóp cắt.

Hình chóp cắt đều có các cạnh bên bằng nhau hay không?

Ví dụ 8. Cho hình chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng h , các đáy là các tam giác đều $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng là $a, a' (a > a')$. Tính độ dài các cạnh bên của hình chóp cắt.

Giải. (H.7.71)

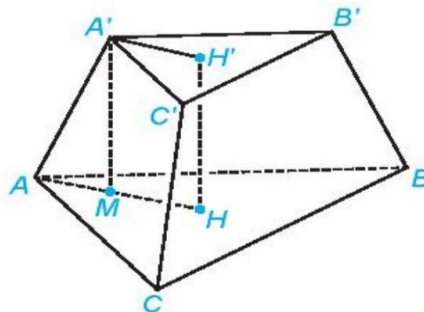
Gọi H, H' tương ứng là tâm của các tam giác $ABC, A'B'C'$.

Khi đó, HH' vuông góc với hai đáy của hình chóp cắt.

Trong tam giác đều ABC , ta có $HA = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác đều $A'B'C'$, ta có $H'A' = \frac{a'}{\sqrt{3}}$.

Hình thang $AHH'A'$ vuông tại H và H' . Kẻ $A'M \perp HA (M \in HA)$.



Hình 7.71

Ta có $AA' = \sqrt{A'M^2 + MA^2} = \sqrt{HH'^2 + (HA - H'A')^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{a'}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{(a - a')^2}{3}}$ Vậy các cạnh bên của chóp cắt có độ dài bằng $\sqrt{h^2 + \frac{(a - a')^2}{3}}$.

Tiết 4. Chữa bài tập cuối bài

a) Mục tiêu: HS:

- Nhận biết được hai mặt phẳng vuông góc trong không gian.
- Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
- Sử dụng được tính chất cơ bản về hai mặt phẳng vuông góc.
- Sử dụng được tính chất cơ bản của hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều.
- Vận dụng được kiến thức về hai mặt phẳng vuông góc để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

b) Nội dung

* Nhiệm vụ 1: Luyện tập nhận biết hai mặt phẳng vuông góc và tính số đo góc nhị diện (bài 7.16 SGK)

* Nhiệm vụ 2: Luyện tập sử dụng tính chất các hình lập phương, hình hộp chữ nhật (bài 7.17, 7.18, 7.19 SGK)

* Nhiệm vụ 3: Bài tập vận dụng thực tế các khái niệm góc nhị diện, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng (bài 7.20; 7.21 SGK)

c. Sản phẩm:

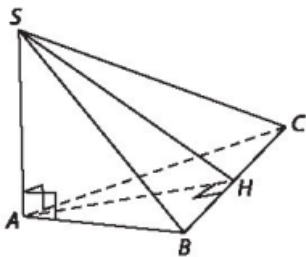
1. BÀI TẬP

7.16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Hướng dẫn



a) $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$

Vì $BC \perp AH$, $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH)$

$\Rightarrow (SBC) \perp (SAH)$.

b) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle SAH = 45^\circ$.

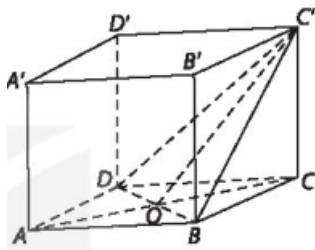
7.17. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

a) Tính độ dài đường chéo của hình lập phương.

b) Chứng minh rằng $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

c) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng $\angle COC'$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[C, BD, C']$. Tính (gần đúng) số đo của các góc nhị diện $[C, BD, C']$, $[A, BD, C']$

Hướng dẫn



a) Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $CC' = a$

Do đó $AC' = \sqrt{CC'^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

b) $AC \perp BD$, $AC \perp BB' \Rightarrow AC \perp (BDD'B') \Rightarrow (ACC'A') \perp (BDD'B')$.

c) $OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $CC' = a \Rightarrow \tan COC' = \sqrt{2} \Rightarrow COC' \approx 55^\circ$

và góc nhị diện $[A, BD, C']$ bằng $180^\circ - COC' \approx 125^\circ$.

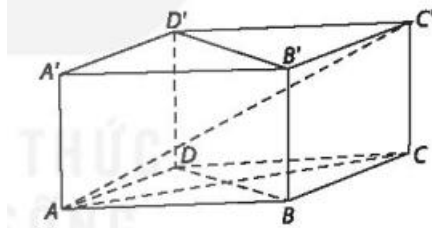
7.18. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh rằng $(BDD'B') \perp (ABCD)$.

b) Xác định hình chiếu của AC' trên mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Cho $AB = a$, $BC = b$, $CC' = c$. Tính AC' .

Hướng dẫn



a) $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow (BDD'B') \perp (ABCD)$.

b) Hình chiếu của AC' trên $(ABCD)$ là AC .

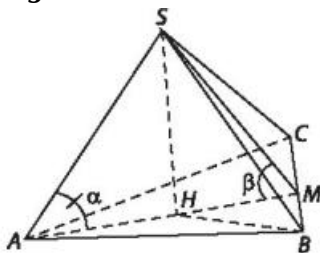
c) $AC = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

7.19. Cho hình chóp đều $S.ABC$, đáy có cạnh bằng a , cạnh bên bằng b .

a) Tính sin của góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy.

b) Tính tang của góc giữa mặt phẳng chứa mặt đáy và mặt phẳng chứa mặt bên.

Hướng dẫn



$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}$$

Gọi α , β lần lượt là góc giữa SA và (ABC) , góc giữa (SBC) và (ABC) .

a) Ta có $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{a^2}{3b^2}}$

b) Vì $HM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ nên $\tan \beta = \frac{2\sqrt{3b^2 - a^2}}{a}$.

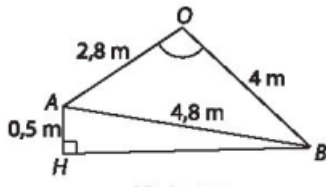
7.20. Hai mái nhà trong Hình 7.72 là hai hình chữ nhật. Giả sử $AB = 4,8$ m; $OA = 2,8$ m; $OB = 4$ m.

- a) Tính (gần đúng) số đo của góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái nhà.
b) Chứng minh rằng mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt đất phẳng. Lưu ý: Đường giao giữa hai mái (đường nóc) song song với mặt đất.
c) Điểm A ở độ cao (so với mặt đất) hơn điểm B là 0,5 m. Tính (gần đúng) góc giữa mái nhà (chứa OB) so với mặt đất.



Hình 7.72

Hướng dẫn



$$a) \cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = \frac{1}{28} \Rightarrow AOB \approx 88^\circ.$$

b) (OAB) vuông góc với đường nóc nhà, đường nóc nhà song song với mặt đất nên (OAB) vuông góc với mặt đất.

$$c) \sin ABH = \frac{0,5}{4,8} \Rightarrow ABH \approx 6^\circ; \cos OBA = \frac{13}{16} \Rightarrow OBA \approx 36^\circ.$$

Do đó $OBH = ABH + OBA \approx 42^\circ$.

7.21. Độ dốc của mái nhà, mặt sân, con đường thẳng là tang của góc tạo bởi mái nhà mặt sân, con đường thẳng đó với mặt phẳng nằm ngang. Độ dốc của đường thẳng dành cho người khuyết tật được quy định là không quá $\frac{1}{12}$. Hỏi theo đó, góc tạo bởi đường dành cho người khuyết tật và mặt phẳng nằm ngang không vượt quá bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Hướng dẫn

$$\tan \alpha \leq \frac{1}{12} \Rightarrow \alpha \leq 4,76^\circ.$$

d. Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	-Nhiệm vụ 1: HS thảo luận theo cặp, Gv gọi 1 cặp trình bày bài giải bài tập 7.16. -Nhiệm vụ 2: Chia lớp thành 4 nhóm, yêu cầu nhóm 1 làm bài tập 7.17 và nhóm 2 làm bài tập 7.18, nhóm 3, nhóm 4 làm bài tập 7.19. - Nhiệm vụ 3: GV và HS phối hợp phân tích thực hiện bài tập vận dụng (HS lên bảng làm)
Thực hiện	GV: tổ chức cho học sinh ngồi theo nhóm, điều hành, quan sát, hướng dẫn và hỗ trợ cho học sinh (nếu có) HS: thực hiện theo nhóm đã phân công

<i>Báo cáo thảo luận</i>	HS nộp sản phẩm (lời giải các bài tập cho GV), đại diện các nhóm lần lượt lên bảng trình bày lời giải, các nhóm còn lại thảo luận, nhận xét, sửa chữa (nếu có)
<i>Đánh giá, nhận xét, tổng hợp</i>	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất.