

CHƯƠNG IX. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (02 tiết) (Tiết 92, 93)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Nhận biết một số bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm.
- Nhận biết định nghĩa đạo hàm.
- Biết cách tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị bằng định nghĩa.
- Nhận biết ý nghĩa hình học của đạo hàm, biết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.

2. Về năng lực:

- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong vận dụng định nghĩa đạo hàm vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong lời giải của bài tập tính đạo hàm của một số hàm đơn giản bằng định nghĩa, thiết lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị và một số bài tập khác.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- GV: Chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của đạo hàm (vận tốc tức thời, cường độ tức thời, hệ số góc của tiếp tuyến,...), phần mềm/video minh họa cho sự thay đổi vị trí của cát tuyến dẫn đến vị trí tiếp tuyến tương ứng của một đồ thị, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, ...

- HS: Ôn lại kiến thức và kỹ năng tính giới hạn của hàm số, đặc biệt là kỹ năng khử dạng vô định $\frac{0}{0}$ Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong Vật lí.

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, sự cần thiết phải tìm hiểu về các vấn đề đã nêu ra, từ đó gây được hứng thú với việc học bài mới.

b) Nội dung: GV nêu các tình huống

Tình huống 1: Nêu một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của toà nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao 461,3 m xuống mặt đất.

CH 1: Có tính được vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất hay không? (Bỏ qua sức cản không khí).

Tình huống 2: Quan sát các hình ảnh (máy chiếu)



CH2: Vận tốc của xe, của vận động viên tại các thời điểm khác nhau có bằng nhau không? Có tính được vận tốc tại thời điểm t_0 cụ thể được không?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	- HS quan sát. - HS tìm câu trả lời. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Biết được một số tình huống thực tế. + Mong muốn tìm cách giải quyết các vấn đề trong các câu hỏi được đưa ra. - Lưu ý: GV chỉ cần nêu tình huống để kích thích nhu cầu học tập của HS, chưa yêu cầu HS giải quyết ngay. Khi HS tiếp thu đủ lượng tri thức toán học cần thiết trong bài thì sẽ quay lại giải quyết.
Báo cáo thảo luận	HS suy nghĩ và trả lời các câu hỏi.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1. MỘT SỐ BÀI TOÁN DẪN ĐẾN KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

a) Mục tiêu: Nhận biết khái niệm vận tốc tức thời của một vật chuyển động thẳng, nhận biết khái niệm cường độ tức thời trong Vật lí.

b) Nội dung: Thực hiện HĐ1, HĐ2.

c) Sản phẩm: Giới hạn dạng $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ dẫn đến khái niệm đạo hàm trong Toán học.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	HĐ1 H1? Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ t_0 đến t . H2? Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì? HĐ2 H1? Tính cường độ trung bình của dòng điện trong khoảng thời gian từ t_0 đến t . H2? Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì?
Thực hiện	- HS làm việc cặp đôi theo bàn. - Tìm câu trả lời cho các câu hỏi ở HĐ1, HĐ2
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức: Nhiều bài toán trong Vật lí, Hóa học, Sinh học,... đưa đến việc tìm giới hạn dạng $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, ở đó $y = f(x)$ là một hàm số đã cho. Giới hạn trên dẫn đến một khái niệm quan trọng trong Toán học, đó là khái niệm đạo hàm.

Hoạt động 2.2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

a) Mục tiêu: Biết KN và các bước tính đạo hàm của hàm số tại 1 điểm. Tính được đạo hàm của hàm số đơn giản tại 1 điểm bằng định nghĩa.

b) Nội dung:

- KN: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng (a, b) và điểm $x_0 \in (a, b)$.

Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Luyện tập 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^2 + 1$;

b) $y = kx + c$ (với k, c là hằng số).

c) Sản phẩm: KN đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân và thảo luận cặp đôi.

Chuyển giao	<ul style="list-style-type: none"> - GV yêu cầu HS thực hiện HĐ3 (Hoạt động cá nhân) - H?: nêu KN đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng? - GV: yêu cầu HS nghiên cứu VD2 và kết luận về đạo hàm của hàm số trong HĐ3 trên 1 khoảng. - GV: yêu cầu thực hiện VD3 (HĐ cặp đôi) thông qua các bước sau: <ul style="list-style-type: none"> + Bước 1: Viết phương trình chuyển động (mô hình hoá bài toán). + Bước 2: Tính đạo hàm của phương trình chuyển động để có biểu thức tính vận tốc (sử dụng ý nghĩa cơ học của đạo hàm). + Bước 3: Vật chạm đất khi quãng đường vật đi được bằng độ cao ban đầu của vật. Từ đó tính ra thời gian và vận tốc của vật khi chạm đất. - GV yêu cầu HS củng cố kĩ năng tính đạo hàm của hàm số trên 1 khoảng thông qua phần Luyện tập 2.
Thực hiện	<ul style="list-style-type: none"> - Thực hiện các yêu cầu của GV. - HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	HS đại diện các nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<ul style="list-style-type: none"> - GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức. - Lưu ý: Kĩ năng tính đạo hàm không khác gì khi tính đạo hàm tại một điểm cụ thể. Điều khác biệt ở đây chỉ là kết quả sẽ phụ thuộc vào điểm x_0 và khi x_0 thay đổi ta sẽ được một hàm số, gọi là đạo hàm của hàm số $f(x)$ đã cho.

3. Hoạt động 3: Củng cố, giao nhiệm vụ về nhà

- Nhắc lại KN đạo hàm của hàm số tại 1 điểm, trên 1 khoảng và cách tính đạo hàm của hàm số.

- NV về nhà: giải bài tập 9.1, 9.2, 9.4.

Tiết 2.

1. Hoạt động 1: Mở đầu

a) Mục tiêu: Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước.

b) Nội dung:

Cho đường thẳng $d: y = kx + b$. Xác định k biết đường thẳng d đi qua 2 điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

c) Sản phẩm: Kết quả hoạt động nhóm của học sinh.

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	<ul style="list-style-type: none"> - Giáo viên hướng dẫn học sinh các viết PT đường thẳng đi qua 2 điểm cho trước, sử dụng phương pháp cộng đại số để xác định k. - GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.
Thực hiện	<ul style="list-style-type: none"> - Tìm câu trả lời. - HS làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<ul style="list-style-type: none"> - GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức và dẫn dắt HS vào HĐ4.

2. Hoạt động 2: Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

Hoạt động 2.1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

a) Mục tiêu: Nhận biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Thực hiện HĐ4.

- c) Sản phẩm: Mỗi liên hệ giữa hệ số góc của tiếp tuyến và đạo hàm của hàm số tại 1 điểm.
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	<p>H1? Đường thẳng đi qua hai điểm P, Q được gọi là một cát tuyến của đồ thị (C) (H9.3). Tìm hệ số góc k_{PQ} của cát tuyến PQ.</p> <p>H2? Khi $x \rightarrow x_0$ thì vị trí của điểm $Q(x; f(x))$ trên đồ thị (C) thay đổi như thế nào?</p> <p>H3? Nếu điểm Q di chuyển trên (C) tới điểm P mà k_{PQ} có giới hạn hữu hạn k thì có nhận xét gì về vị trí giới hạn của cát tuyến QP?</p> <p>H4? NX về mối liên hệ giữa hệ số góc của tiếp tuyến và đạo hàm của hàm số tại 1 điểm?</p> <p>Luyện tập 3. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{1}{2}$.</p>
Thực hiện	<p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn.</p> <p>- Tìm câu trả lời cho các câu hỏi.</p>
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.</p> <p>- Chốt kiến thức: Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $P(x_0; f(x_0))$ là đạo hàm $f'(x)$.</p>

Hoạt động 2.2. Phương trình tiếp tuyến

- a) Mục tiêu: Biết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.
b) Nội dung: Thực hiện HĐ5.
c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh
d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (4 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm.</p> <p>* Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, từ đó giới thiệu về phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm.</p>
Thực hiện	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm</p>
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo.</p> <p>- Chốt kiến thức: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $P(x_0; y_0)$ là $y - y_0 = f'(x)(x - x_0)$, trong đó $y_0 = f(x_0)$.</p>

3. Hoạt động 3: Luyện tập

- a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại một điểm, tình huống tương tự Ví dụ 5.
b) Nội dung: Viết phương trình tiếp tuyến của parabol $(P): -2x^2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

Ta có $y' = -4x$. Do đó, hệ số góc của tiếp tuyến là $k = f'(-1) = -4$. Ngoài ra, ta có $f(-1) = -2$ nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y + 2 = -4(x + 1)$ hay $y = -4x - 6$.

- c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh
d) Tổ chức thực hiện: Làm việc cá nhân./

Chuyển giao	<p>* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết.</p> <p>* GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải</p>
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.

Báo cáo thảo luận	* 2 HS thuộc 2 đối tượng học lực khác nhau cùng lên bảng trình bày LG.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chính xác hóa lời giải.

4. Hoạt động 4: Vận dụng

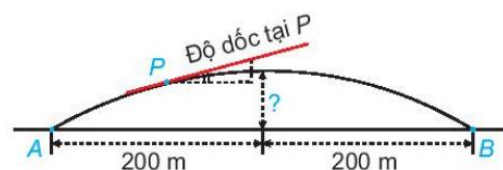
a) Mục tiêu: Vận dụng ý nghĩa hình học của đạo hàm vào giải quyết các bài toán thực tiễn.

b) Nội dung:

Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400 m (H.9.4). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.5). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



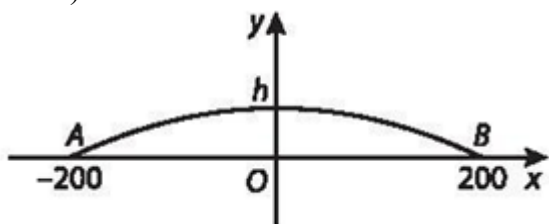
Hình 9.4. Cầu vượt thép tại nút giao Nguyễn Văn Cừ quận Long Biên, Hà Nội



Hình 9.5

Lời giải

Gợi ý. Chọn hệ trục Oxy sao cho O là trung điểm AB , tia Ox trùng với tia OB , tia Oy hướng lên trên (như hình vẽ).



Khi đó $A(-200;0), B(200;0)$. Gọi chiều cao giới hạn của cầu là $h(h > 0)$, suy ra đỉnh cầu có tọa độ $(0;h)$.

Ta tìm được phương trình parabol của cầu là $y = -\frac{h}{200^2}x^2 + h$

Theo cách làm của Ví dụ 2, ta có $y' = -\frac{2h}{200^2}x$. Suy ra hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu là

$$k = y' = -\frac{2h}{200^2}x, -200 \leq x \leq 200.$$

Do đó $|k| = \frac{2h}{200^2}|x| \leq \frac{2h}{200^2} \cdot 200 = \frac{h}{100}$. Vì độ dốc của cầu không quá 10° nên ta có $\frac{h}{100} \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow h \leq 17,6$.

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu tới mặt đường là 17,6 m.

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm (4HS).

Chuyển giao	- GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa
Thực hiện	- HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - GV giúp đỡ các nhóm gặp khó khăn. - Thảo luận theo nhóm 4 HS.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chuẩn hóa lời giải.

5. Hoạt động 5: Củng cố, giao nhiệm vụ về nhà

- Nhắc lại phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 1 điểm thuộc đồ thị.

- BTVN: 9.3, 9.5.