

KẾ HOẠCH BÀI DẠY
TÊN BÀI DẠY: CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; lớp: 11

Thời gian thực hiện: (03 tiết) (Tiết 94, 95, 96)

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức:

- Biết công thức đạo hàm của một số hàm số sơ cấp cơ bản: hàm lũy thừa với số mũ nguyên dương, hàm căn thức bậc hai, hàm lượng giác, hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Biết công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương các hàm số.
- Hiểu công thức tính đạo hàm của hàm số hợp.

2. Về năng lực:

- Năng lực tư duy và lập luận Toán học: Trong xây dựng công thức tính đạo hàm.
- Năng lực mô hình hóa Toán học: Trong các bài toán thực tế.
- Năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Trong các lời giải của các bài tập.
- Năng lực giao tiếp Toán học: Trong các định lý, ví dụ, bài tập.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện để học Toán: Sử dụng máy tính cầm tay.

3. Về phẩm chất:

- Chăm chỉ, hoàn thành các nhiệm vụ được giao.
- Trách nhiệm, cố gắng chiếm lĩnh kiến thức mới, cố gắng làm đúng các bài tập.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

- Kế hoạch bài dạy, SGK, phiếu học tập, phấn, thước kẻ, máy chiếu, phần mềm GSP...

III. Tiến trình dạy học

Tiết 1.

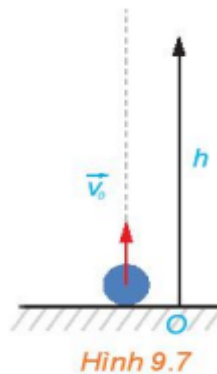
1. Hoạt động 1: Khởi động

a) Mục tiêu: Tạo tâm thế học tập cho học sinh, giúp các em ý thức được nhiệm vụ học tập, gây được hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học.

b) Nội dung: GV nêu tình huống, kích thích nhu cầu học tập của học sinh:

Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Trong vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao h so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm t (giây) sau khi ném được cho bởi công thức sau: $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Trong đó v_0 là vận tốc ban đầu của vật, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ là gia tốc rơi tự do. Hãy tính vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.



Hình 9.7

Câu 1: Công thức tính vận tốc của vật?

Câu 2: Công thức chiều cao h so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm t (giây) có thể được mô tả bởi hàm số như thế nào? Hình dáng đồ thị hàm số?

Câu 3: Vật đạt độ cao cực đại ứng với t bằng bao nhiêu?

Câu 4: Vật chạm đất ứng với t bằng bao nhiêu?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	* Giáo viên trình chiếu hình ảnh
Thực hiện	<ul style="list-style-type: none"> - HS quan sát. - HS tìm câu trả lời, tuy nhiên sẽ khó để giải quyết câu hỏi 2. - Mong đợi: Kích thích sự tò mò của HS : + Huy động các kiến thức đã học trong vật lí về vận tốc của chuyển động.

	+ Nêu được hình dáng đồ thị hàm có mô tả chiều cao của vật là Parabol có bề lõm quay xuống dưới, từ đó tìm được thời gian khi vật đạt độ cao cực đại (Đỉnh của (P)) ... + Kích thích học sinh tò mò tìm các yếu tố để tính được vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

Hoạt động 2.1. ĐẠO HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Hoạt động 2.1.1. Đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

a) Mục tiêu: Học sinh tính đạo hàm của hàm số $y = x^n$ trong trường hợp $n = 3$ và các kết quả đã biết ở Bài 31 với $n = 1, n = 2$, từ đó khái quát hóa thành công thức tính đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

b) Nội dung:

HD1. Nhận biết đạo hàm của hàm số $y = x^n$

a) Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3$ tại điểm x bất kì.

b) Dự đoán công thức đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức cần đạt:

Hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(x^n)' = nx^{n-1}$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh hoạt động cá nhân; thảo luận cặp đôi

Chuyển giao	* GV HD học sinh thực hiện HD1 thông qua các câu hỏi: H1: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3$ tại điểm x bất kì. H2: Nhắc lại kết quả đạo hàm sau: $(x)' = ?$ và $(x^2)' = ?$ H3: Dự đoán công thức đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)?
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cá nhân, sau đó cặp đôi theo bàn thống nhất kết quả.
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

Hoạt động 2.1.2. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$

a) Mục tiêu: Học sinh tính được đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ bằng định nghĩa, hiểu ví dụ.

b) Nội dung:

HD2. Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $x > 0$.

Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại các điểm $x = 4$ và $x = \frac{1}{4}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

+ Hàm số $y = x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

+ Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại các điểm $x = 4$ và $x = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Với mọi $x \in (0; +\infty)$, ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Do đó $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$ và $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi.

Chuyển giao	<p>* GV HD học sinh thực hiện HD2 thông qua hệ thống câu hỏi: H1: Nêu các bước để tính đạo hàm bằng định nghĩa? H2: Áp dụng tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ bằng định nghĩa? * Trên cơ sở câu trả lời của học sinh, giáo viên chuẩn hóa kiến thức, chốt công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$. * GV chia lớp thành 4 nhóm (4 tổ) và giao nhiệm vụ cho các nhóm: Nhóm 1 + 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại các điểm $x = 4$. Nhóm 2 + 4: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại các điểm $x = \frac{1}{4}$.</p>
Thực hiện	<p>* Học sinh làm việc theo nhóm lần lượt giải quyết các câu hỏi. Mong đợi: Nhóm 1+2: Với mọi $x \in (0; +\infty)$, ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Do đó $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$. Nhóm 3+4: Với mọi $x \in (0; +\infty)$, ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Do đó $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$.</p>
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức.</p>

Hoạt động 2.2. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương

a) Mục tiêu: Học sinh khám phá quy tắc tính đạo hàm của tổng trong một trường hợp cụ thể. Giới thiệu quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số.

b) Nội dung:

Học sinh thực hiện: **HD3**. Nhận biết quy tắc đạo hàm của tổng

a) Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + x^2$ tại điểm x bất kì.

b) So sánh: $(x^3 + x^2)'$ và $(x^3)' + (x^2)'$.

Từ đó

Giả sử các hàm số $u = u(x)$, $v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khi đó

$$\begin{aligned} (u+v)' &= u' + v'; & (u-v)' &= u' - v'; \\ (uv)' &= u'v + uv'; & \left(\frac{u}{v}\right)' &= \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0). \end{aligned}$$

HS nêu được **Chú ý**

- Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.
- Với k là một hằng số, ta có: $(ku)' = ku'$.
- Đạo hàm của hàm số nghịch đảo: $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ ($v = v(x) \neq 0$).

Ví dụ 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$;

b) $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Ví dụ 3. Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

c) Sản phẩm: Công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

Giả sử các hàm số $u = u(x)$, $v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khi đó

$$(u+v)' = u' + v'; \quad (u-v)' = u' - v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0).$$

Chú ý

- Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.
- Với k là một hằng số, ta có: $(ku)' = ku'$.
- Đạo hàm của hàm số nghịch đảo: $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0)$.

Ví dụ 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1;$

b) $y = \frac{2x+1}{x-1}.$

Lời giải

a) Ta có: $y' = \frac{1}{3}(x^3)' - (x^2)' + 2(x)' + 1' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 2.$

b) Với mọi $x \neq 1$, ta có:

$$y' = \frac{(2x+1)'(x-1) - (2x+1)(x-1)'}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}.$$

Ví dụ 3. Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

Lời giải

Phương trình chuyển động của vật là $v_0t - \frac{1}{2}gt^2$.

Vận tốc của vật tại thời điểm t được cho bởi công thức $v(t) = h' = v_0 - gt$.

Vật đạt được độ cao cực đại tại thời điểm $t_1 = \frac{v_0}{g}$, tại đó vận tốc bằng $v(t_1) = v_0 - gt = 0$.

Vật chạm đất tại thời điểm t_2 mà $h(t_2) = 0$ nên ta có:

$$v_0t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 0 \text{ (oại)} \text{ và } t_2 = \frac{2v_0}{g}.$$

Khi chạm đất, vận tốc của vật là $v(t_2) = v_0 - gt_2 = -v_0 = -20(m/s)$.

Dấu âm của $v(t_2)$ thể hiện độ cao của vật giảm với vận tốc $20(m/s)$ (tức là chiều chuyển động của vật ngược với chiều dương đã chọn).

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh thảo luận cặp đôi; hoạt động nhóm lớn;

Chuyển giao	<p>GV nêu nội dung bài toán trong HĐ3 nhận biết quy tắc tính đạo hàm của tổng.</p> <p>H1: Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + x^2$ tại điểm x bất kì?</p> <p>H2: So sánh: $(x^3 + x^2)'$ và $(x^3)' + (x^2)'$?</p> <p>H3: Giả sử các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng (a, b).</p> <p>Kết hợp sách giáo khoa tr89, hãy điền vào chỗ trống:</p> $(u+v)' = \dots\dots\dots \quad (u-v)' = \dots\dots\dots$ $(u.v)' = \dots\dots\dots \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \dots\dots\dots$ $(k.u)' = \dots\dots\dots \quad \left(\frac{1}{v}\right)' = \dots\dots\dots$
Thực hiện	<p>- Tìm câu trả lời.</p> <p>- HS làm việc cặp đôi theo bàn HĐ3 và Ví dụ 2.</p> <p>- HS thảo luận nhóm (2 bàn/1 nhóm) thực hiện Ví dụ 3. GV hỗ trợ hướng dẫn hs tìm lời giải thông qua các bước:</p>

	<p>B1: + Tìm phương trình chuyển động của vật? + Công thức vận tốc $v(t)$ tại thời điểm t của vật?</p> <p>B2: Vật đạt độ cao cực đại tại thời điểm $t_1 = ?$ từ đó tính $v(t_1) = ?$</p> <p>B3: Vật chạm đất tại thời điểm t_2, khi đó chiều cao $h(t_2) = 0$. Tìm t_2? Từ đó tính $v(t_2) = ?$</p> <p>(GV HD học sinh giải thích dấu âm trong kết quả của vận tốc tại thời điểm vật chạm đất).</p>
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức, yêu cầu học sinh học thuộc và ghi nhớ các công thức.</p>

Hoạt động 2.3. Đạo hàm của hàm số hợp.

Hoạt động 2.3.1. Khái niệm hàm số hợp.

a) Mục tiêu: Học sinh hiểu khái niệm hàm số hợp.

b) Nội dung:

GV đưa ra bài toán: Diện tích của một chiếc đĩa kim loại hình tròn bán kính được cho bởi $S = \pi r^2$. Bán kính r thay đổi theo nhiệt độ t của chiếc đĩa, tức là $r = r(t)$. Khi đó, diện tích của chiếc đĩa phụ thuộc nhiệt độ

$S = S(t) = \pi(r(t))^2$. Ta nói $S(t)$ là hàm số hợp của hàm số $S = \pi r^2$ với $r = r(t)$.

GV dẫn dắt:

<p>Giả sử $u = g(x)$ là hàm số xác định trên khoảng $(a; b)$, có tập giá trị chứa trong khoảng $(c; d)$ và $y = f(u)$ là hàm số xác định trên khoảng $(c; d)$. Hàm số $y = f(g(x))$ được gọi là hàm số hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$.</p>	<p>Hình 9.8</p>
--	-----------------

Ví dụ 4. Biểu diễn hàm số $y = (2x+1)^{10}$ dưới dạng hàm số hợp.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

<p>Giả sử $u = g(x)$ là hàm số xác định trên khoảng $(a; b)$, có tập giá trị chứa trong khoảng $(c; d)$ và $y = f(u)$ là hàm số xác định trên khoảng $(c; d)$. Hàm số $y = f(g(x))$ được gọi là hàm số hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$.</p>	<p>Hình 9.8</p>
--	-----------------

Ví dụ 4. Biểu diễn hàm số $y = (2x+1)^{10}$ dưới dạng hàm số hợp.

Lời giải

Hàm số $y = (2x+1)^{10}$ là hàm số hợp của hàm số $y = u^{10}$ với $u = 2x+1$.

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cá nhân; cặp đôi.

Chuyển giao	<p>GV nêu vấn đề và dẫn dắt: Giả sử $u = g(x)$ là hàm số xác định trên khoảng $(a; b)$, có tập giá trị chứa trong khoảng $(c; d)$ và $y = f(u)$ là hàm số xác định trên khoảng $(c; d)$. Hàm số $y = f(g(x))$ được gọi là hàm số hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$.</p>
--------------------	--

	H1: Biểu diễn hàm số $y = (2x+1)^{10}$ dưới dạng hàm số hợp? H2: Mỗi bàn sẽ tự lấy 1 ví dụ về hàm số hợp?
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cá nhân và cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về hàm số hợp.

Hoạt động 2.3.2. Đạo hàm của hàm số hợp

a) Mục tiêu: Học sinh biết quy tắc tính đạo hàm của hàm số hợp.

b) Nội dung:

HS thực hiện: **HD4**. Nhận biết quy tắc đạo hàm của hàm số hợp

Cho các hàm số $y = u^2$ và $u = x^2 + 1$.

a) Viết công thức của hàm số hợp $y = (u(x))^2$ theo biến x .

b) Tính và so sánh: $y'(x)$ và $y'(u).u'(x)$

Từ đó tìm được: Nếu hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm u'_x tại x và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm y'_u tại u thì hàm số hợp $y = f(g(x))$ có đạo hàm y'_x tại x là $y'_x = y'_u.u'_x$.

Ví dụ 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

Nếu hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm u'_x tại x và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm y'_u tại u thì hàm số hợp $y = f(g(x))$ có đạo hàm y'_x tại x là $y'_x = y'_u.u'_x$.

Ví dụ 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Đặt $u = x^2 + 1$ thì $y = \sqrt{u}$ và $y'_u = \frac{1}{2\sqrt{u}}, u'_x = 2x$.

Theo công thức đạo hàm của hàm số hợp, ta có: $y'(u).u'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Trong thực hành, ta thường trình bày ngắn gọn như sau:

$$y' = (\sqrt{x^2 + 1})' = \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

d) Tổ chức thực hiện: Hoạt động cặp đôi.

Chuyển giao	* GV đặt vấn đề HD học sinh thực hiện HD4 . Nhận biết quy tắc đạo hàm của hàm số hợp: Cho các hàm số $y = u^2$ và $u = x^2 + 1$. H1: Viết công thức của hàm số hợp $y = (u(x))^2$ theo biến x ? H2: Tính $y'(x)$ và $y'(u).u'(x)$? H3: So sánh $y'(x)$ và $y'(u).u'(x)$?
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - HS làm việc cặp đôi theo bàn.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về công thức tính đạo hàm hàm số hợp.

3. Hoạt động 3: Luyện tập

Hoạt động 3.1. Luyện tập tính đạo hàm tổng, hiệu, tích, thương

a) Mục tiêu: Học sinh biết vận dụng công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương vào giải bài tập.

b) Nội dung:

Luyện tập 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$;

b) $y = (\sqrt{x}+1)(x^2+2)$.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh:

Luyện tập 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$;

b) $y = (\sqrt{x}+1)(x^2+2)$.

Lời giải

a)

$$y' = \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)' = \frac{(\sqrt{x})' \cdot (x+1) - (\sqrt{x}) \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x+1) - \sqrt{x}}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1) - \sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x+1)^2} = \frac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$$

b)

$$y' = \left((\sqrt{x}+1)(x^2+2) \right)' = (\sqrt{x}+1)' \cdot (x^2+2) + (\sqrt{x}+1) \cdot (x^2+2)'$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x^2+2) + (\sqrt{x}+1) \cdot 2x = \frac{5x^2 + 4x\sqrt{x} + 2}{2\sqrt{x}}$$

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm (2 bàn/1 nhóm)

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải, công thức áp dụng của từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đã phân công.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kết quả.

Hoạt động 3.2. Luyện tập tính đạo hàm hàm số hợp.

a) Mục tiêu: Học sinh biết vận dụng công thức tính đạo hàm của hàm số hợp vào giải bài tập.

b) Nội dung:

Luyện tập 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (2x-3)^{10}$;

b) $y = \sqrt{1-x^2}$.

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh:

Luyện tập 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (2x-3)^{10}$;

b) $y = \sqrt{1-x^2}$.

Lời giải

a) $y' = 10(2x-3)^{10-1} \cdot (2x-3)' = 10(2x-3)^9 \cdot 2 = 20(2x-3)^9$

b) $y' = \frac{(1-x^2)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}, \forall x \neq \pm 1$.

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm (2 bàn/1 nhóm)

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải, công thức áp dụng của từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải.

	* Thảo luận theo nhóm đã phân công.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kết quả.

Tiết 2.**1. Hoạt động 1: Mở đầu**

a) Mục tiêu: Ôn tập, củng cố lại các nội dung đã học. Tạo không khí thoải mái khi vào bài học mới.

b) Nội dung:

* Chơi trò chơi: “AI NHANH HƠN NÀO”

+ GV: chia lớp thành 4 nhóm, phát cho mỗi nhóm 1 viên phấn, trong vòng 3 – 5 phút các nhóm truyền tay nhau viên phấn để viết “những công thức cần nhớ đã được học trong tiết trước” lên bảng. Nhóm nào viết nhanh và chính xác nhất sẽ có phần thưởng. Lưu ý: mỗi một lần lên bảng và mỗi một học sinh chỉ được viết 1 công thức.

$$(x^n)' = \dots\dots\dots (\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$$

$$(u+v)' = \dots\dots\dots (u-v)' = \dots\dots\dots$$

$$(u.v)' = \dots\dots\dots \left(\frac{u}{v}\right)' = \dots\dots\dots$$

$$(k.u)' = \dots\dots\dots \left(\frac{1}{v}\right)' = \dots\dots\dots$$

$$y'_x = \dots\dots\dots$$

c) Sản phẩm: Kết quả hoạt động của học sinh, mong đợi:

$$1) (x^n)' = n.x^{n-1}$$

$$2) (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$3) (u+v)' = u'+v'$$

$$4) (u-v)' = u'-v'$$

$$5) (u.v)' = u'.v + u.v'$$

$$6) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}, (v \neq 0)$$

$$7) (k.u)' = ku'$$

$$8) \left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{v'}{v^2}$$

$$9) y'_x = y'_u . u'_x$$

d) Tổ chức thực hiện:

Chuyển giao	+ GV phổ biến trò chơi, luật chơi. + GV phân công chủ trò (1 hs bắt kì).
Thực hiện	- Tìm câu trả lời - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm (nếu cần).
Báo cáo thảo luận	- HS làm việc theo nhóm, các thành viên lần lượt lên bảng ghi công thức
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức. Dẫn dắt vào bài mới.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

* ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 2.1. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$. Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

* HS thực hiện: HĐ 5. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$

a) Với $h \neq 0$, biến đổi hiệu $\sin(x+h) - \sin x$ thành tích.

b) Sử dụng đẳng thức giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ và kết quả của câu a, tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ tại điểm x bằng định nghĩa.

* Từ đó nêu được: Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(\sin x)' = \cos x$.

Đối với hàm số hợp $y = \sin u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ * HS thực hiện: Ví

dụ 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$.

* HS tiếp tục thực hiện: Luyện tập 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức cần đạt:

* Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(\sin x)' = \cos x$.

* Đối với hàm số hợp $y = \sin u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$.

Ví dụ 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$.

Lời giải

Ta có: $y' = \left(2x + \frac{\pi}{8}\right)' \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$

Luyện tập 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Với $h \neq 0$, biến đổi hiệu $\sin(x+h) - \sin x$ thành tích.</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ và kết quả của câu a, tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ tại điểm x bằng định nghĩa.</p> <p>H3: Từ công thức đạo hàm $(\sin x)' = \cos x$. Nêu công thức tính đạo hàm hàm số hợp $y = \sin u$?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$</p> <p>* GV yêu cầu học sinh luyện tập củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$?</p>
Thực hiện	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
Báo cáo thảo luận	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số $y = \sin x$.</p>

Hoạt động 2.2. Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$. Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

* Học sinh thực hiện HĐ 6. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

Bằng cách viết $y = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$

* Từ đó nêu được:

Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(\cos x)' = -\sin x$.

Đối với hàm số hợp $y = \cos u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$.

* HS thực hiện: Ví dụ 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$.

* HS thực hiện: Luyện tập 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

* Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(\cos x)' = -\sin x$.

* Đối với hàm số hợp $y = \cos u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$.

Ví dụ 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = -\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)' \cdot \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = -4 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$$

Luyện tập 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Bằng cách viết $y = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$? (ADCT tính đạo hàm hàm số hợp)</p> <p>H2: Từ công thức đạo hàm $(\cos x)' = -\sin x$. Nêu công thức tính đạo hàm hàm số hợp $y = \cos u$?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$</p> <p>* GV yêu cầu học sinh hoạt động theo nhóm (6-7 học sinh) luyện tập củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$?</p>
Thực hiện	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
Báo cáo thảo luận	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số $y = \cos x$.</p>

Hoạt động 2.3. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$. Tính được đạo hàm hàm số hợp của hàm số lượng giác.

b) Nội dung:

* Học sinh thực hiện HĐ 7. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

a) Bằng cách viết $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ($x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$), tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$

b) Sử dụng đẳng thức $\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ với $(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$, tính đạo hàm của hàm số $y = \cot x$

* Từ đó nêu được:

Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

* Đối với các hàm số hợp $y = \tan u$ và $y = \cot u$, với $u = u(x)$, ta có:

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} \text{ (giả thiết } \tan u \text{ và } \cot u \text{ có nghĩa).}$$

* Học sinh thực hiện Ví dụ 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

* Học sinh thực hiện Luyện tập 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

* Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

* Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

* Đối với các hàm số hợp $y = \tan u$ và $y = \cot u$, với $u = u(x)$, ta có:

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} \text{ (giả thiết } \tan u \text{ và } \cot u \text{ có nghĩa).}$$

Ví dụ 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$$

Luyện tập 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi, theo nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận của các nhóm: Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ thông qua các câu hỏi:</p> <p>H1: Bằng cách viết $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức $\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ với $(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$, tính đạo hàm của hàm số $y = \cot x$?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$</p> <p>* GV yêu cầu học sinh luyện tập, thảo luận nhóm (2 bàn/1 nhóm) củng cố khắc sâu kiến thức: Tính đạo hàm hàm số $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$</p>
Thực hiện	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.

Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$.
-------------------------------------	---

*** ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT**

Hoạt động 2.4. Giới hạn liên quan đến hàm số mũ và hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh biết được giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit

b) Nội dung:

* Học sinh thực hiện HĐ 8. Giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit

a) Sử dụng phép đổi biến $t = \frac{1}{x}$, tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

b) Với $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$, tính $\ln y$ và tìm giới hạn của $\lim_{x \rightarrow 0} \ln y$.

c) Đặt $t = e^x - 1$. Tính x theo t và tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung nhận xét:

Ta có các giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi.

Chuyển giao	* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Tìm hiểu giới hạn cơ bản của hàm số mũ và lôgarit thông qua các câu hỏi: H1: Sử dụng phép đổi biến $t = \frac{1}{x}$, tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$? H2: Với $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$, tính $\ln y$ và tìm giới hạn của $\lim_{x \rightarrow 0} \ln y$? H3: Đặt $t = e^x - 1$. Tính x theo t và tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$? * GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi rút ra nhận xét.
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm cặp đôi thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi. - GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức về giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit.

Hoạt động 2.5. Đạo hàm của hàm số mũ

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính đạo hàm của hàm số mũ và hàm số hợp tương ứng.

b) Nội dung:

* Học sinh thực hiện HĐ9. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ

a) Sử dụng giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ và đẳng thức $e^{x+h} - e^x = e^x (e^h - 1)$, tính đạo hàm của hàm số $y = e^x$ tại x bằng định nghĩa.

b) Sử dụng đẳng thức $a^x = e^{x \cdot \ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = a^x$.

* Từ đó nêu được:

- Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(e^x)' = e^x$.

Đối với hàm số hợp $y = e^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

- Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

Đối với hàm số hợp $y = a^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$.

* Học sinh thực hiện Ví dụ 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2-x}$

* Học sinh thực hiện Luyện tập 6. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = e^{x^2-x}$ b) $y = 3^{\sin x}$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh và nội dung kiến thức:

+ Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(e^x)' = e^x$.

Đối với hàm số hợp $y = e^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(e^u)' = u'.e^u$.

+ Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) có đạo hàm trên \mathbb{R} và $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

Đối với hàm số hợp $y = a^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(a^u)' = u'.a^u \cdot \ln a$.

Ví dụ 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2-x}$

Lời giải

Ta có: $y' = 2^{x^2-x} \cdot (x^2 - x)' \cdot \ln 2 = 2^{x^2-x} \cdot (2x - 1) \cdot \ln 2$.

Luyện tập 6. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = e^{x^2-x}$

b) $y = 3^{\sin x}$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; thảo luận nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ thông qua thảo luận tìm đáp án các câu hỏi:</p> <p>H1: Sử dụng giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ và đẳng thức $e^{x+h} - e^x = e^x(e^h - 1)$, tính đạo hàm của hàm số $y = e^x$ tại x bằng định nghĩa?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức $a^x = e^{x \cdot \ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = a^x$?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2-x}$; thảo luận nhóm (6-7 học sinh) tính đạo hàm của các hàm số $y = e^{x^2-x}$ và $y = 3^{\sin x}$.</p>
Thực hiện	<p>- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi.</p> <p>- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.</p>
Báo cáo thảo luận	<p>* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.</p>
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<p>- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo</p> <p>- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số mũ; hàm số hợp tương ứng.</p>

Hoạt động 2.5. Đạo hàm của hàm số lôgarit

a) Mục tiêu: Học sinh xây dựng được công thức tính hàm số lôgarit và hàm số hợp tương ứng.

b) Nội dung:

* Học sinh thực hiện **HD10**. Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số lôgarit

a) Sử dụng giới hạn $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ và đẳng thức $\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ tại điểm $x > 0$ bằng định nghĩa.

b) Sử dụng đẳng thức $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \log_a x$.

* Từ đó nêu được :

- Hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Đối với hàm số hợp $y = \ln u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

- Hàm số $y = \log_a x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

Đối với hàm số hợp $y = \log_a u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

- **Chú ý.** Với $x < 0$, ta có: $\ln|x| = \ln(-x)$ và $[\ln(-x)]' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{1}{x}$. Từ đó ta có:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0.$$

* Học sinh thực hiện Ví dụ 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$.

* Học sinh thực hiện Luyện tập 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x - 1)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của học sinh vfa nội dung kiến thức:

+ Hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Đối với hàm số hợp $y = \ln u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

+ Hàm số $y = \log_a x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

Đối với hàm số hợp $y = \log_a u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

Chú ý. Với $x < 0$, ta có: $\ln|x| = \ln(-x)$ và $[\ln(-x)]' = \frac{(-x)'}{-x} = \frac{1}{x}$. Từ đó ta có:

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0.$$

Ví dụ 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$.

Lời giải

Vì $x^2 + 1 > 0$ với mọi x nên hàm số xác định trên \mathbb{R} . Ta có: $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Luyện tập 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x - 1)$.

d) Tổ chức thực hiện: Học sinh làm việc cặp đôi; thảo luận nhóm (6-7 học sinh).

Chuyển giao	<p>* GV tổ chức hoạt động trao đổi thảo luận theo bàn (cặp đôi): Xây dựng công thức tính đạo hàm của hàm số lôgarit thông qua thảo luận tìm đáp án các câu hỏi:</p> <p>H1: Sử dụng giới hạn $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ và đẳng thức $\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ tại điểm $x > 0$ bằng định nghĩa?</p> <p>H2: Sử dụng đẳng thức $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \log_a x$?</p> <p>* GV yêu cầu học sinh thảo luận cặp đôi tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$; thảo luận nhóm (6-7 học sinh) tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x - 1)$.</p>
Thực hiện	- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ, trả lời các câu hỏi.

	- GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.		
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận, nhận xét.		
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo		
	- Chốt kiến thức về đạo hàm của hàm số lôgarit; hàm số hợp tương ứng.		
	- GV cùng học sinh hệ thống lại các kiến thức cần nhớ, ghi nhớ bảng đạo hàm:		
	$(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$ $(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

3. Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh vận dụng các công thức tính đạo hàm vào giải bài tập.

b) Nội dung:

9.6. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1;$

b) $y = x^2 - 4\sqrt{x} + 3.$

9.7. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{2x-1}{x+2};$

b) $y = \frac{2x}{x^2+1}.$

9.8. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x \sin^2 x;$

b) $y = \cos^2 x + \sin 2x;$

c) $y = \sin 3x - 3 \sin x;$

d) $y = \tan x + \cot x.$

9.9. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 2^{3x-x^2};$

b) $y = \log_3(4x+1).$

9.10. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$. Chứng minh rằng $|f'(x)| \leq 6$ với mọi x .

c) Sản phẩm: Bài làm của học sinh, mong đợi:

9.6. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1;$

b) $y = x^2 - 4\sqrt{x} + 3.$

Lời giải:

a) $y' = 3x^2 - 6x + 2$

b) $y' = 2x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$

9.7. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{2x-1}{x+2};$

b) $y = \frac{2x}{x^2+1}.$

Lời giải:

a) $y' = \frac{5}{(x+2)^2};$

b) $y' = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}.$

9.8. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x \sin^2 x$;

c) $y = \sin 3x - 3 \sin x$;

b) $y = \cos^2 x + \sin 2x$;

d) $y = \tan x + \cot x$.

Lời giải:

a) $y' = \sin^2 x + 2 \sin 2x$

b) $y' = 2(\cos x - \sin 2x)$

c) $y' = 3 \cos 3x - 3 \cos x$

d) $y' = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$

9.9. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 2^{3x-x^2}$;

b) $y = \log_3(4x+1)$.

Lời giải:

a) $y' = (3-2x) \cdot 2^{3x-x^2} \cdot \ln 2$;

b) $y' = \frac{4}{(4x+1) \ln 3}$.

9.10. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$. Chứng minh rằng $|f'(x)| \leq 6$ với mọi x .

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) = 4 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot 3$$

$$= 6 \sin\left(6x - \frac{\pi}{2}\right) = 6 \cos(6x)$$

Vì $-1 \leq \cos(6x) \leq 1$ với mọi x , nên ta có $|f'(x)| = |6 \cos(6x)| \leq 6, \forall x$. Suy ra điều phải chứng minh.

d) Tổ chức thực hiện: Làm việc theo nhóm đôi; nhóm (6-7 học sinh)

Chuyển giao	* GV đề nghị hs nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. * GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	* HS suy nghĩ đưa ra lời giải. * Thảo luận theo nhóm đôi bài 9.6; 9.7 * Thảo luận theo nhóm (6-7 học sinh) bài 9.8; 9.8; 9.10
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức

4. Hoạt động 4: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức, kỹ năng được học; ý nghĩa và công thức tính đạo hàm vào giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung:

Vận dụng 1. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$ (m), với t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Vận dụng 2. Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi $\text{pH} = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ (mol/l) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[H^+]$.

9.11. Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình $h(t) = 100 - 4,9t^2$, ở đó độ cao

h so với mặt đất tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Tính vận tốc của vật: a) Tại thời điểm $t = 5$ giây; b) Khi vật chạm đất.

9.12. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi

$s(t) = 12 + 0,5 \sin(4\pi t)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

d) Sản phẩm: Kết quả bài làm của học sinh, sản phẩm mong đợi:

Vận dụng 1. Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$ (m), với t là thời gian tính bằng giây.

Tính vận tốc của vật khi $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

HD:

$$\text{Vận tốc của vật là } v(t) = s'(t) = -4\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)' \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\text{Vận tốc của vật khi } t = 5 \text{ giây là } v(5) = -8\pi \sin \frac{79\pi}{8} \approx 9,6 (/s)$$

Vận dụng 2. Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi $\text{pH} = -\log[H^+]$, ở đó $[H^+]$ là nồng độ (mol/l) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[H^+]$.

HD:

Tốc độ thay đổi của pH với nồng độ $[H^+]$ là đạo hàm của pH, tức là:

$$\left(-\log[H^+]\right)' = -\frac{\left([H^+]\right)'}{[H^+].\ln 10} = -\frac{1}{[H^+].\ln 10}$$

9.11. Một vật chuyển động rơi tự do có phương trình $h(t) = 100 - 4,9t^2$, ở đó độ cao h so với mặt đất tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Tính vận tốc của vật:

a) Tại thời điểm $t = 5$ giây;

b) Khi vật chạm đất.

Lời giải:

a) Để tính vận tốc của vật tại thời điểm t , ta cần tính đạo hàm của hàm số $h(t)$ tại thời điểm đó

$$v(t) = h'(t) = (100 - 4,9t^2)' = -9,8t.$$

Vậy vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ là $v(5) = -9,8 \cdot 5 = -49 \text{ m/s}$

$$\text{b) Vật chạm đất tức là } h(t) = 0 \text{ hay } 100 - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{100}{4,9}} \\ t = -\sqrt{\frac{100}{4,9}} \text{ (L)} \end{cases} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{100}{4,9}}$$

Vậy vận tốc khi vật chạm đất là: $v = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 100} = \sqrt{1960} \text{ (m/s)}$

9.12. Chuyển động của một hạt trên một dây rung được cho bởi $s(t) = 12 + 0,5 \sin(4\pi t)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính vận tốc của hạt sau t giây. Vận tốc cực đại của hạt là bao nhiêu?

Đạo hàm của $s(t)$ theo thời gian t : $v(t) = 2\pi \cos(4\pi t)$

Ta thấy hàm $v(t)$ là hàm cosin với biên độ 2π , do đó giá trị lớn nhất của hàm này là 2π . Vậy vận tốc cực đại của hạt là $2\pi \text{ (cm/s)}$

d) Tổ chức thực hiện: Thảo luận theo nhóm.

Chuyển giao	<ul style="list-style-type: none"> - GV hướng dẫn học sinh tiếp cận vấn đề và giao nhiệm vụ - GV đề nghị HS nêu cách giải từng phần và lời giải chi tiết. - GV yêu cầu học sinh vẽ hình minh họa - GV nhận xét và chuẩn hóa lời giải
Thực hiện	<ul style="list-style-type: none"> - HS suy nghĩ đưa ra lời giải. - Thảo luận theo nhóm 6-7 học sinh.
Báo cáo thảo luận	* Đại diện nhóm báo cáo, các nhóm còn lại theo dõi thảo luận.
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	<ul style="list-style-type: none"> - GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tuyên dương học sinh có câu trả lời tốt nhất. Động viên các học sinh còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các hoạt động học tiếp theo - Chốt kiến thức